

Задачи 1

Прямоугольник задан вершинами с координатами $A(0;0)$, $B(u;0)$, $C(u;v)$, $D(0;v)$, где точка $(u;v)$ лежит в первой четверти на графике функции $y = -x^3 + 8$.
Найти наибольшую возможную площадь прямоугольника.

Решение

$$\text{площадь } S(u) = u * (-u^3 + 8) = -u^4 + 8 * u$$

$$\Rightarrow S'(u) = -4 * u^3 + 8 = 4 * (2 - u^3)$$

$$\Rightarrow u_0 = 2^{\frac{1}{3}}$$

при $u < 2^{\frac{1}{3}}$, $S'(u) > 0$, $S(u)$ возрастает

при $u > 2^{\frac{1}{3}}$, $S'(u) < 0$, $S(u)$ убывает

Ответ: Наибольшая возможная площадь прямоугольника $= S(2^{\frac{1}{3}}) = 6 * 2^{\frac{1}{3}}$