

Universidad Rafael Landívar Facultad de ingeniería en
informática y sistemas Lenguajes Formales y Autómatas
Sección: 2 Ing. Vivian Damaris Campos González



Diseño de del método del árbol a las ER diseñadas

Brandon Enrique Salazar Guevara - 1111322

José Daniel Paz Ortega - 1200022

Guatemala, 22 de octubre del 2025

SUMA

(ER: $N (+ N)^* \#$)

- **Árbol de expresión:**

- Raíz: cat (concatenación)
 - Izq: cat
 - Izq: leaf (N, pos=1)
 - Der: star (Kleene *)
 - Izq: cat
 - Izq: leaf (+, pos=2)
 - Der: leaf (N, pos=3)
 - Der: leaf (#, pos=4)

- **Cálculo de funciones:**

- Nullable (raíz): False (no deriva ϵ).
- Firstpos (raíz): {1} (empieza con pos de N).
- Lastpos (raíz): {4} (termina con #).

- **Tabla de followpos:**

Pos	Símbolo	Followpos
1	N	{2, 4}
2	+	{3}
3	N	{2, 4}
4	#	{}

- **Tabla de transiciones**

1. Estado inicial $S_0 = \text{firstpos}(\text{raíz}) = \{1\}$.

- $\text{move}(S_0, N) = \text{followpos de pos con símbolo N: pos1 (N) } \rightarrow \text{followpos}(1) = \{2, 4\} \rightarrow \text{Nuevo estado } S_1 = \{2, 4\}$.

- $\text{move}(S0, +) = \text{No pos en } S0 \text{ con } + \rightarrow \emptyset$ (rechazo).
2. Estado $S1 = \{2,4\}$.
 - $\text{move}(S1, N) = \text{No pos en } S1 \text{ con } N \rightarrow \emptyset$.
 - $\text{move}(S1, +) = \text{pos2 } (+) \rightarrow \text{followpos}(2) = \{3\} \rightarrow \text{Nuevo estado } S2 = \{3\}$.
 3. Estado $S2 = \{3\}$.
 - $\text{move}(S2, N) = \text{pos3 } (N) \rightarrow \text{followpos}(3) = \{2,4\} \rightarrow S1 = \{2,4\}$.
 - $\text{move}(S2, +) = \text{No} \rightarrow \emptyset$.
 4. No más estados nuevos.
 5. Finales: Estados con pos4 (#): $S1$.
- **DFA** (estados como conjuntos de posiciones, transiciones por símbolo):

Estado	Descripción (conjunto pos)	N →	+ →	Final?
0 (ini)	{1}	1	-	No
1	{2,4}	-	2	Sí (contiene 4)
2	{3}	1	-	No

- Alfabeto: {N, +, #} (pero # no transita, solo para finales).
- Estados finales: [1] (aquellos con pos 4).
- **Qué acepta:** Cadenas como "N", "N+N", "N+N+N" (uno o más N separados por +). Ej: Acepta "N+N" (0 -N→1 -+→2 -N→1, termina en final).
- **Qué no acepta:** "+N" (no empieza con N), "N+" (termina en +, move from 1 on nothing), "N++N" (ops consecutivos), cadenas vacías.

RESTA

(ER: $N (- N)^* \#$)

- **Árbol de expresión:** Idéntico a SUMA, pero leaf op con símbolo '-'.
- **Cálculo de funciones:** Igual a SUMA (Nullable: False, Firstpos: {1}, Lastpos: {4}).
- **Tabla de followpos:** Igual a SUMA, pero símbolo en pos 2 es '-'.

Pos	Símbolo	Followpos
1	N	{2, 4}
2	-	{3}
3	N	{2, 4}
4	#	{}

- **Tabla de transiciones:**

1. $S0 = \{1\}$.
 - $\text{move}(S0, N) = \text{pos1}(N) \rightarrow \{2, 4\} \rightarrow S1 = \{2, 4\}$.
 - $\text{move}(S0, -) = \emptyset$.
2. $S1 = \{2, 4\}$.
 - $\text{move}(S1, N) = \emptyset$.
 - $\text{move}(S1, -) = \text{pos2}(-) \rightarrow \{3\} \rightarrow S2 = \{3\}$.
3. $S2 = \{3\}$.
 - $\text{move}(S2, N) = \text{pos3}(N) \rightarrow \{2, 4\} \rightarrow S1$.
 - $\text{move}(S2, -) = \emptyset$.
4. No más.
5. Finales: $S1$ (contiene 4).

- **DFA:** Igual a SUMA, pero alfabeto {N, -, #}, transiciones en '-' en lugar de '+'.

Estado	Descripción	N →	- →	Final?
0 (ini)	{1}	1	-	No
1	{2,4}	-	2	Sí
2	{3}	1	-	No

- Estados finales: [1].
- **Qué acepta:** "N", "N-N", "N-N-N" (izquierda-asociativa en código, pero ER permite múltiples).
- **Qué no acepta:** "-N", "N-", "N--N", vacías.

MULTIPLICACION

$(ER: N (^* N)^* \#)$

- **Árbol de expresión** (textual, con nodos operadores y hojas símbolos/posiciones):

- Raíz: cat (concatenación)
 - Izq: cat
 - Izq: leaf (N, pos=1)
 - Der: star (Kleene *)
 - Izq: cat
 - Izq: leaf (*, pos=2)
 - Der: leaf (N, pos=3)
 - Der: leaf (#, pos=4)

- **Cálculo de funciones:**

- Nullable (raíz): False (no deriva ϵ).
- Firstpos (raíz): {1} (empieza con pos de N).
- Lastpos (raíz): {4} (termina con #).

- **Tabla de followpos:**

Pos	Símbolo	Followpos
1	N	{2, 4}
2	*	{3}
3	N	{2, 4}
4	#	{}

- **Tabla de transiciones** (intermedia, usada para DFA):

1. $S_0 = \{1\}$.

- $\text{move}(S_0, N) = \text{pos1}(N) \rightarrow \{2, 4\} \rightarrow S_1 = \{2, 4\}$.

- $\text{move}(S0, *) = \emptyset$.
2. $S1 = \{2,4\}$.
 - $\text{move}(S1, N) = \emptyset$.
 - $\text{move}(S1,) = \text{pos2}() \rightarrow \{3\} \rightarrow S2 = \{3\}$.
 3. $S2 = \{3\}$.
 - $\text{move}(S2, N) = \text{pos3}(N) \rightarrow \{2,4\} \rightarrow S1$.
 - $\text{move}(S2, *) = \emptyset$.
 4. No más.
 5. Finales: $S1$ (contiene 4).
- **DFA** (estados como conjuntos de posiciones, transiciones por símbolo):

Estado	Descripción (conjunto pos)	N →	* →	Final?
0 (ini)	{1}	1	-	No
1	{2,4}	-	2	Sí (contiene 4)
2	{3}	1	-	No

- Alfabeto: $\{N, *, \#\}$ (pero # no transita, solo para finales).
- Estados finales: [1].
- **Qué acepta:** Cadenas como "N", "NN", "NNN" (uno o más N separados por). Ej: Acepta "NN" (0 -N→1 ->2 -N→1, termina en final).
- **Qué no acepta:** "N" (no empieza con N), "N" (termina en *, move from 1 on nothing), "N**N" (ops consecutivos), cadenas vacías.

DIVISION

$(ER: N (/ N)^* \#)$

- **Árbol de expresión** (textual, con nodos operadores y hojas símbolos/posiciones):
 - Raíz: cat (concatenación)
 - Izq: cat
 - Izq: leaf (N, pos=1)
 - Der: star (Kleene *)
 - Izq: cat
 - Izq: leaf (/ , pos=2)
 - Der: leaf (N, pos=3)
 - Der: leaf (#, pos=4)
- **Cálculo de funciones:**
 - Nullable (raíz): False (no deriva ϵ).
 - Firstpos (raíz): {1} (empieza con pos de N).
 - Lastpos (raíz): {4} (termina con #).
- **Tabla de followpos:**

Pos	Símbolo	Followpos
1	N	{2, 4}
2	/	{3}
3	N	{2, 4}
4	#	{}

- **Tabla de transiciones**

1. $S_0 = \{1\}$.

- $\text{move}(S_0, N) = \text{pos1}(N) \rightarrow \{2, 4\} \rightarrow S_1 = \{2, 4\}$.

- $\text{move}(S0, /) = \emptyset$.
2. $S1 = \{2,4\}$.
 - $\text{move}(S1, N) = \emptyset$.
 - $\text{move}(S1, /) = \text{pos2 } (/) \rightarrow \{3\} \rightarrow S2 = \{3\}$.
 3. $S2 = \{3\}$.
 - $\text{move}(S2, N) = \text{pos3 } (N) \rightarrow \{2,4\} \rightarrow S1$.
 - $\text{move}(S2, /) = \emptyset$.
 4. No más.
 5. Finales: $S1$ (contiene 4).
- **DFA** (estados como conjuntos de posiciones, transiciones por símbolo):

Estado	Descripción (conjunto pos)	N →	/ →	Final?
0 (ini)	{1}	1	-	No
1	{2,4}	-	2	Sí (contiene 4)
2	{3}	1	-	No

- Alfabeto: $\{N, /, \#\}$ (pero # no transita, solo para finales).
- Estados finales: [1].
- **Qué acepta:** Cadenas como "N", "N/N", "N/N/N" (uno o más N separados por /). Ej: Acepta "N/N" (0 -N→1 -/→2 -N→1, termina en final).
- **Qué no acepta:** "/N" (no empieza con N), "N/" (termina en /, move from 1 on nothing), "N//N" (ops consecutivos), cadenas vacías.

POTENCIA

$(ER: N (^ N)^* \#)$

- **Árbol de expresión** (textual, con nodos operadores y hojas símbolos/posiciones):

- Raíz: cat (concatenación)
 - Izq: cat
 - Izq: leaf (N, pos=1)
 - Der: star (Kleene *)
 - Izq: cat
 - Izq: leaf (^, pos=2)
 - Der: leaf (N, pos=3)
 - Der: leaf (#, pos=4)

- **Cálculo de funciones:**

- Nullable (raíz): False (no deriva ϵ).
- Firstpos (raíz): {1} (empieza con pos de N).
- Lastpos (raíz): {4} (termina con #).

- **Tabla de followpos:**

Pos	Símbolo	Followpos
1	N	{2, 4}
2	^	{3}
3	N	{2, 4}
4	#	{}

- **Tabla de transiciones**

1. Estado inicial $S_0 = \text{firstpos}(\text{raíz}) = \{1\}$.

- $\text{move}(S_0, N) = \text{followpos de pos con símbolo N: pos1 (N)} \rightarrow \text{followpos}(1) = \{2, 4\} \rightarrow \text{Nuevo estado } S_1 = \{2, 4\}$.
- $\text{move}(S_0, ^) = \text{No pos en } S_0 \text{ con } ^ \rightarrow \emptyset \text{ (rechazo)}$.

2. Estado $S1 = \{2,4\}$.
 - $move(S1, N) = \text{No pos en } S1 \text{ con } N \rightarrow \emptyset$.
 - $move(S1, \wedge) = pos2(\wedge) \rightarrow followpos(2) = \{3\} \rightarrow \text{Nuevo estado } S2 = \{3\}$.
 3. Estado $S2 = \{3\}$.
 - $move(S2, N) = pos3(N) \rightarrow followpos(3) = \{2,4\} \rightarrow S1 = \{2,4\}$.
 - $move(S2, \wedge) = \text{No} \rightarrow \emptyset$.
 4. No más estados nuevos.
 5. Estados finales: Aquellos que contienen $pos4(\#)$: $S1$.
- **DFA** (estados como conjuntos de posiciones, transiciones por símbolo):

Estado	Descripción (conjunto pos)	N →	^ →	Final?
0 (ini)	{1}	1	-	No
1	{2,4}	-	2	Sí (contiene 4)
2	{3}	1	-	No

- Alfabeto: $\{N, \wedge, \#\}$ (pero $\#$ no transita, solo para finals).
- Estados finales: [1].
- **Qué acepta:** Cadenas como "N", "N^N", "N^N^N" (uno o más N separados por ^). Ej: Acepta "N^N" (0 -N→1 -^→2 -N→1, termina en final).
Nota: En el código, es derecha-asociativa (res $**=v$), pero la ER/DFA reconoce la secuencia de tokens independientemente de la asociación.
- **Qué no acepta:** "^N" (no empieza con N), "N^" (termina en ^, move from 1 on nothing), "N^^N" (ops consecutivos), cadenas vacías.

MOD

$(ER: N (\% N)^* \#)$

- **Árbol de expresión** (textual, con nodos operadores y hojas símbolos/posiciones):

- Raíz: cat (concatenación)
 - Izq: cat
 - Izq: leaf (N, pos=1)
 - Der: star (Kleene *)
 - Izq: cat
 - Izq: leaf (% , pos=2)
 - Der: leaf (N, pos=3)
 - Der: leaf (#, pos=4)

- **Cálculo de funciones:**

- Nullable (raíz): False (no deriva ϵ).
- Firstpos (raíz): {1} (empieza con pos de N).
- Lastpos (raíz): {4} (termina con #).

- **Tabla de followpos:**

Pos	Símbolo	Followpos
1	N	{2, 4}
2	%	{3}
3	N	{2, 4}
4	#	{}

- **Tabla de transiciones**

1. $S0 = \{1\}$.
 - $\text{move}(S0, N) = \text{pos1}(N) \rightarrow \{2, 4\} \rightarrow S1 = \{2, 4\}$.
 - $\text{move}(S0, \%) = \emptyset$.
2. $S1 = \{2, 4\}$.

- $\text{move}(S1, N) = \emptyset$.
 - $\text{move}(S1, \%) = \text{pos2}(\%) \rightarrow \{3\} \rightarrow S2 = \{3\}$.
3. $S2 = \{3\}$.
- $\text{move}(S2, N) = \text{pos3}(N) \rightarrow \{2,4\} \rightarrow S1$.
 - $\text{move}(S2, \%) = \emptyset$.
4. No más.
5. Finales: $S1$ (contiene 4).
- **DFA** (estados como conjuntos de posiciones, transiciones por símbolo):

Estado	Descripción (conjunto pos)	N →	% →	Final?
0 (ini)	{1}	1	-	No
1	{2,4}	-	2	Sí (contiene 4)
2	{3}	1	-	No

- Alfabeto: {N, %, #} (pero # no transita, solo para finals).
- Estados finales: [1].
- **Qué acepta:** Cadenas como "N", "N%N", "N%N%N" (uno o más N separados por %). Ej: Acepta "N%N" (0 -N→1 -%→2 -N→1, termina en final).
- **Qué no acepta:** "%N" (no empieza con N), "N%" (termina en %, move from 1 on nothing), "N%%N" (ops consecutivos), cadenas vacías.

RAIZ

$$(ER: (\sqrt{N}) \mid (N \sqrt{N}) \#)$$

- **Árbol de expresión:**

- Raíz: cat
 - Izq: or
 - Izq: cat (unary)
 - Izq: leaf ($\sqrt{}$, pos=1)
 - Der: leaf (N, pos=2)
 - Der: cat (binary)
 - Izq: leaf (N, pos=3)
 - Der: cat
 - Izq: leaf ($\sqrt{}$, pos=4)
 - Der: leaf (N, pos=5)
 - Der: leaf (#, pos=6)

- **Cálculo de funciones:**

- Nullable: False.
- Firstpos: {1,3} (puede empezar con $\sqrt{}$ o N).
- Lastpos: {6}.

- **Tabla de followpos:**

Pos	Símbolo	Followpos
1	$\sqrt{}$	{2}
2	N	{6}
3	N	{4}
4	$\sqrt{}$	{5}
5	N	{6}

6	#	{}
---	---	----

• **Tabla de transiciones:**

1. $S_0 = \{1,3\}$.
 - $\text{move}(S_0, N) = \text{pos3}(N) \rightarrow \{4\} \rightarrow S_1 = \{4\}$.
 - $\text{move}(S_0, \sqrt{}) = \text{pos1}(\sqrt{}) \rightarrow \{2\} \rightarrow S_2 = \{2\}$.
2. $S_1 = \{4\}$.
 - $\text{move}(S_1, N) = \emptyset$.
 - $\text{move}(S_1, \sqrt{}) = \text{pos4}(\sqrt{}) \rightarrow \{5\} \rightarrow S_3 = \{5\}$.
3. $S_2 = \{2\}$.
 - $\text{move}(S_2, N) = \text{pos2}(N) \rightarrow \{6\} \rightarrow S_4 = \{6\}$.
 - $\text{move}(S_2, \sqrt{}) = \emptyset$.
4. $S_3 = \{5\}$.
 - $\text{move}(S_3, N) = \text{pos5}(N) \rightarrow \{6\} \rightarrow S_4 = \{6\}$.
 - $\text{move}(S_3, \sqrt{}) = \emptyset$.
5. $S_4 = \{6\}$.
 - $\text{move}(S_4, N) = \emptyset$.
 - $\text{move}(S_4, \sqrt{}) = \emptyset$.
6. No más.
7. Finales: S_4 (contiene 6).

• **DFA:**

Estado	Descripción	$N \rightarrow$	$\sqrt{} \rightarrow$	Final?
0 (ini)	$\{1,3\}$	1	2	No
1	$\{4\}$	-	3	No
2	$\{2\}$	4	-	No
3	$\{5\}$	4	-	No
4	$\{6\}$	-	-	Sí (contiene 6)

- Estados finales: [4].
- **Qué acepta:** " \sqrt{N} " (unary), " $N\sqrt{N}$ " (binary). Ej: " \sqrt{N} " ($0 \rightarrow \sqrt{} \rightarrow 2 \rightarrow N \rightarrow 4$, final).
- **Qué no acepta:** " $N\sqrt{}$ " (sin base), " $\sqrt{}$ " (sin N), " $N\sqrt{N}\sqrt{N}$ " (no permite más), vacías.

INVERSO

(ER: INV N #)

- **Árbol de expresión:**

- Raíz: cat
 - Izq: cat
 - Izq: leaf (INV, pos=1)
 - Der: leaf (N, pos=2)
 - Der: leaf (#, pos=3)

- **Cálculo de funciones:**

- Nullable: False.
- Firstpos: {1} (empieza con INV).
- Lastpos: {3}.

- **Tabla de followpos:**

Pos	Símbolo	Followpos
1	INV	{2}
2	N	{3}
3	#	{}

- **Tabla de transiciones:**

1. $S_0 = \{1\}$.
 - $\text{move}(S_0, \text{INV}) = \text{pos1}(\text{INV}) \rightarrow \{2\} \rightarrow S_1 = \{2\}$.
 - $\text{move}(S_0, \text{N}) = \emptyset$.
2. $S_1 = \{2\}$.
 - $\text{move}(S_1, \text{INV}) = \emptyset$.
 - $\text{move}(S_1, \text{N}) = \text{pos2}(\text{N}) \rightarrow \{3\} \rightarrow S_2 = \{3\}$.
3. $S_2 = \{3\}$.
 - $\text{move}(S_2, \text{INV}) = \emptyset$.
 - $\text{move}(S_2, \text{N}) = \emptyset$.
4. No más.
5. Finales: S_2 (contiene 3).

- **DFA:**

Estado	Descripción	INV →	N →	Final?
0 (ini)	{1}	1	-	No
1	{2}	-	2	No
2	{3}	-	-	Sí (contiene 3)

- Estados finales: [2].
- **Qué acepta:** "INVN" (exactamente un INV seguido de N).
- **Qué no acepta:** "N" (sin INV), "INV" (sin N), "INVNINV" (no permite múltiples), vacías.