

Anillos fusible no conmutativos de tipo polinomial

Sebastián David Higuera Rincón

10 de abril de 2019

Resumen

En esta charla presentaremos los *anillos fusible*, concepto introducido por Ghashghaei y McGovern en [1]. Estudiaremos algunos hechos importantes de estos anillos y ciertas relaciones establecidas con unos anillos clásicos ya estudiados. También presentaremos una generalización de estos anillos dada por Koşan y Matczuk en [2].

Presentación

Es conocido que la suma de dos divisores de cero es de nuevo un divisor de cero. Faith y Pillay en [3], demuestran este resultado para anillos conmutativos. Más aún, caracterizaron los anillos conmutativos para los cuales el conjunto de divisores de cero es un ideal. Ghashghaei y McGovern en [1] afirman que si el conjunto de los divisores de cero a izquierda en un anillo R no es un ideal izquierdo, entonces existe un divisor de cero a izquierda que se puede expresar como la suma de un divisor de cero a izquierda y un elemento que no es un divisor de cero a izquierda en R . Esto conduce a la investigación de una cierta clase determinada de anillos conocidos como *anillos fusible*.

Quienes inician esta investigación son Ghashghaei y McGovern en [1]. Ellos introducen e investigan los anillos fusible. Un elemento r distinto de cero de un anillo R se dice que es *fusible a izquierda* si r puede representarse de la forma $r = c + w$, donde c es un divisor de cero a izquierda y w es regular a izquierda. En tal situación diremos que $r = c + w$ es una descomposición fusible a izquierda de r . Un anillo R se llama *fusible a izquierda* si cada elemento distinto de cero R es fusible a izquierda y definiendo de forma análoga los elementos y anillos fusible a derecha. Como un hecho importante en [1], se demostró que el anillo de polinomios torcido $R[x, \sigma]$ y el anillo de serie formal de potencias torcido $R[[x, \sigma]]$ con σ un automorfismo son anillos fusible a izquierda siempre que R sea un anillo fusible a izquierda. Un resultado similar se obtiene para anillos de matrices sobre anillos fusible a izquierda, el cual resulta de nuevo un anillo fusible a izquierda.

Un trabajo posterior es presentado por Koşan and Matczuk en [2], donde abarcan dos preguntas formuladas en [1]. Ellos introducen el concepto de anillo regular fusible a izquierda. Se dice que un anillo R es *regular fusible a izquierda* si para cualquier elemento distinto de cero $r \in R$ existe un elemento regular (es decir, regular a izquierda y derecha) $s \in R$ tal que el elemento sr es fusible a izquierda, es decir, $sr = c + w$, donde c es un divisor de cero a izquierda y w es regular a izquierda.

Este concepto generaliza la noción de anillo fusible y más aún, proporciona un ejemplo donde se evidencia que la clase de anillos fusible es estrictamente más pequeña que la clase de los anillos regulares fusible a izquierda y además permite dar una respuesta negativa a la pregunta (1) formulada en [1]. Debido a que la introducción de estos anillos es bastante reciente. Aún muchas propiedades siguen siendo estudiadas y algunas preguntas planteadas en [1] siguen abiertas. Es por tal motivo que presentaremos una introducción a estos anillos y a una clase de anillos fusible no conmutativos de tipo polinomial. Estudiaremos sus propiedades básicas y algunos hechos que ilustraremos con ejemplos sencillos y elegantes.

Referencias

- [1] Ghashghaei, E., and McGovern, W. W. (2017). Fusible rings. *Communications in Algebra*, 45(3), 1151-1165.
- [2] Koşan, M. T., and Matczuk, J. (2019). On fusible rings. *Communications in Algebra*, 1-5.
- [3] Faith, C. C., and Pillay, P. (1990). *Classification of commutative FPF rings* (Vol. 4). Editum.