¿Qué es la teoría de representaciones?

Juan Diego Cifuentes Vargas University of Iowa

juandiego-cifuentes-vargas@uiowa.edu

La teoría de representaciones tiene su esencia en una idea simple y muy útil dentro de las matemáticas: ante un problema difícil de resolver, lo mejor es reducirlo a uno o varios problemas más fáciles y solucionarlos. Lo mismo aplica para objetos matemáticos complicados de estudiar o clasificar.

Esta idea de representar objetos matemáticos a través de objetos más simples es tan antigua como las matemáticas y su utilización es completamente transversal dentro de esta. Sin embargo, el origen de la teoría de representaciones como la conocemos hoy, data de 1896 con un trabajo de Frobenius inspirado en una carta que le escribiría Dedekind, donde le describe lo que actualmente se conoce como el determinante de Frobenius. De ahí en adelante se han desarrollado nociones de representación para una gran cantidad de objetos, desde grupos de Lie hasta conjuntos y categorías.

Gracias a la generalidad de su esencia, la teoría de representaciones es una teoría que puede ser aplicada a casi cualquier rama de las matemáticas, como por ejemplo: permite generalizar el análisis de Fourier usando el análisis armónico o se puede usar para estudiar geometría a través de la teoría de invariantes. Puede también, ser estudiada usando técnicas de diversas áreas de estudio, desde la topología y geometría algebráicas hasta la teoría analítica de números y la teoría de operadores. Su nivel de cobertura de las matemáticas es tal, que si bien muchos matemáticos la consideran una rama del álgebra, alguna vez, a veces sin saberlo, han estudiado sus implicaciones y aplicaciones o han estudiado y demostrado teoremas que tienen que ver directamente con esta.

En la charla se hablará sobre como la idea que sustenta la teoría es más común de lo que se piensa, se verán ejemplos de representaciones en el día a día de las matemáticas, también se darán los conceptos básicos de las versiones más conocidas de la teoría de representaciones y unos ejemplos. Todo con el fin de dar a conocer esta teoría que es tan rica en temas y tan versátil en sus formas de ser estudiada.

Palabras clave: Teoría de representaciones, álgebras, grupos, matrices, homomorfismo