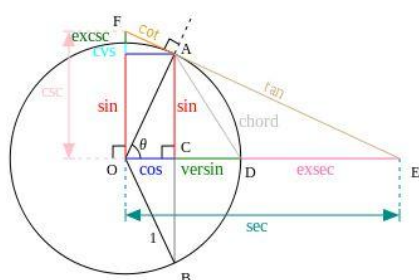


Matplotlib 快速绘图 课后作业

(命题人：极值学院讲师 张阳阳)

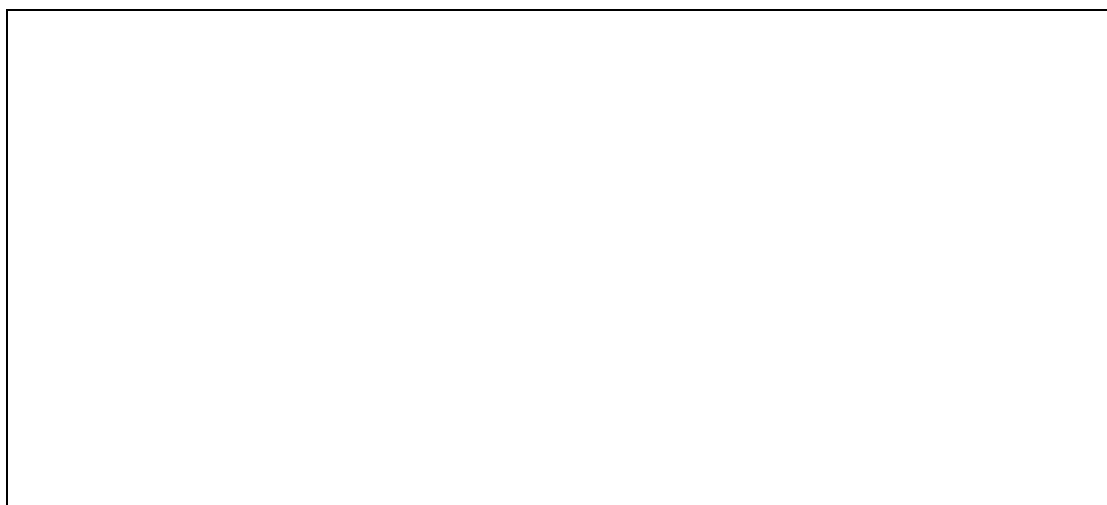
作业：使用 **Python** 编程，完成下列题目，在课程的讨论区提交每题的代码和结果。

1. 三角学传入中国，开始于明崇祯 4 年(1631 年)，这一年，邓玉函、汤若望和徐光启合编《大测》，作为历书的一部份呈献给朝廷，这是我国第一部编译的三角学。在《大测》中，首先将 **sine** 译为”正半弦”，简称”正弦”，这就成了“正弦”一词的由来。请在同一个图中画出正矢函数 $versin\theta = 1 - \cos\theta$ 和半余矢函数 $hacoversin\theta = \frac{1 - \sin\theta}{2}$ 的图像。



作图要求如下：

- (1) 在 0~20 内等间距取 1000 个点作图；
- (2) 绘图对象的宽度为 8 英寸，高度为 4 英寸；
- (3) 对于正矢函数，标上图例 “**versin(x)**”，线条为红色，厚度为 2，实线；
- (4) 对于半余矢函数，标上图例 “**hacoversin(x)**”，线条为蓝色，虚线；
- (5) 横坐标为 “**x**”，纵坐标为 “**y**”，标题为 “**versin(x) and hacoversin(x)**”；
- (6) 纵坐标 y 的显示范围为 -0.2~2.1；
- (7) 保存图片名称为 “**versin(x) and hacoversin(x)**”，分辨率为 dpi=200。



2. 在《Python 机器学习与数据挖掘实践》中级课程和《Python 深度学习与数据挖掘实战》高级课程中，会讲到人工智能中的神经网络算法，Sigmoid 函数是神经网络算法中常用的非线性的激活函数，它的数学形式如下：

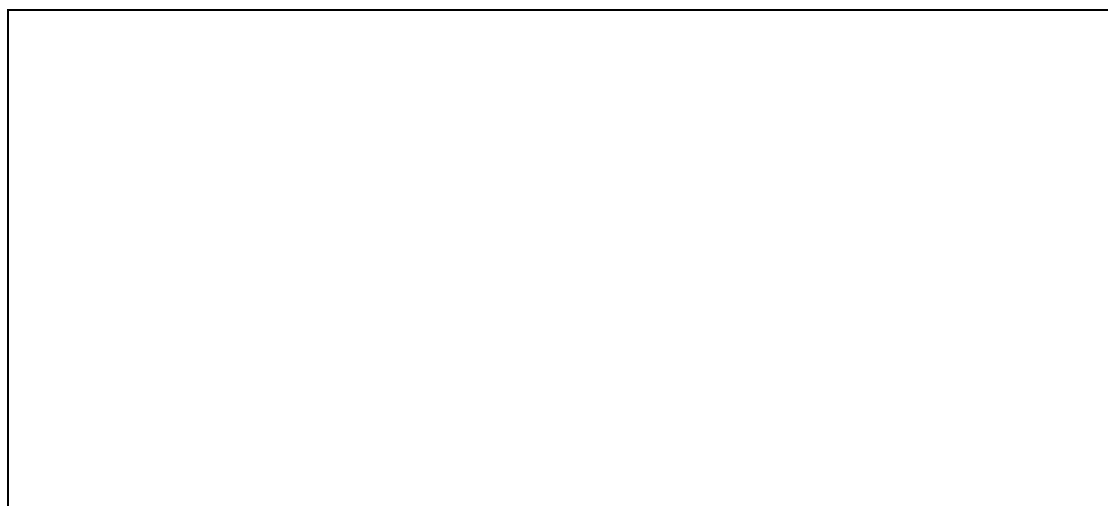
$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

作图要求如下：

(1) 在 0~10 内等间距取 1000 个点作图；

(2) 绘制多轴图和对数坐标图：左上图为 plot() 绘制的算术坐标系，右上图 为 semilogx() 绘制的 X 轴对数坐标系，左下图 为 semilogy() 绘制的 Y 轴对数坐标系，右下图为 loglog() 绘制的双对数坐标系；

(3) 保存图片名称为 “Sigmoid”，分辨率为 dpi=200。



3. 数学家笛卡尔的爱情故事。笛卡尔于 1596 年出生在法国，欧洲大陆爆发黑死病时他流浪到瑞典，认识了瑞典一个小公国 18 岁的公主克里斯汀，后成为她的数学老师，日日相处使他们彼此产生爱慕之心，公主的父亲国王知道了后勃然大怒，下令将笛卡尔处死，后因女儿求情将其流放回法国，克里斯汀公主也被父亲软禁起来。笛卡尔回法国后不久便染上重病，他日日给公主写信，因被国王拦截，克里斯汀一直没收到笛卡尔的信。笛卡尔在给克里斯汀寄出第十三封信后就气绝身亡了，这第十三封信内容只有短短的一个公式：

$$\rho = a(1 - \sin \theta)$$

国王看不懂，觉得他们俩之间并不是总是说情话的，大发慈悲就把这封信交给一直闷闷不乐的克里斯汀，公主看到后，立即明了恋人的意图，她马上着手把方程的图形画出来，看



到图形，她开心极了，她知道恋人仍然爱着她，原来方程的图形是一颗心的形状。这也就是著名的“心形线”。

国王死后，克里斯汀登基，立即派人在欧洲四处寻找心上人，无奈斯人已故，先她走一步了，徒留她孤零零在人间。据说这封享誉世界的另类情书还保存在欧洲笛卡尔的纪念馆里。

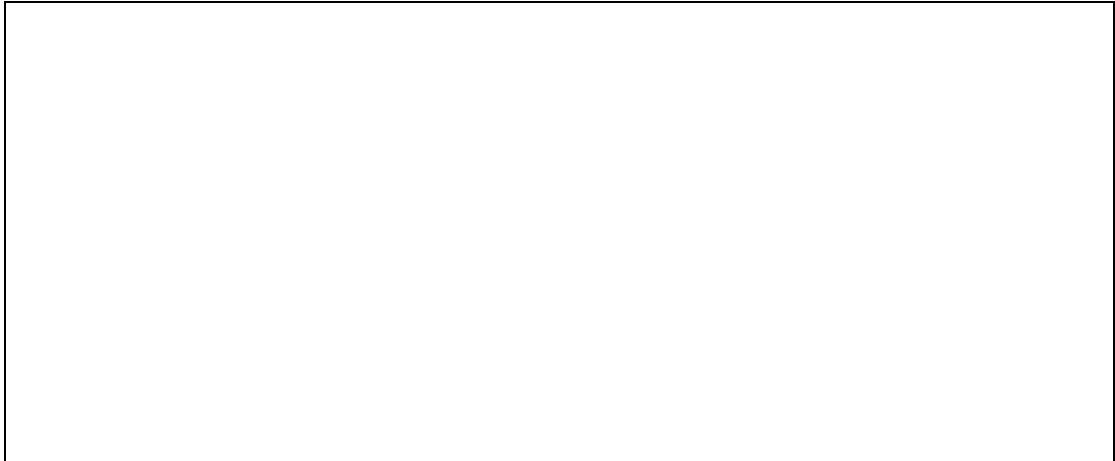
(1) 请你在极坐标中左图画出“心形线” $\rho = 1 - \sin \theta$ 的函数图像，右图画出“心形线” $\rho = 3(4 - 5 \sin \theta)$ 的函数图像。作图要求如下：左图中线条为红色，厚度为 2，右图中线条为蓝色，厚度为 2，保存图片名称为“笛卡尔心形线 1”，分辨率为 dpi=300。



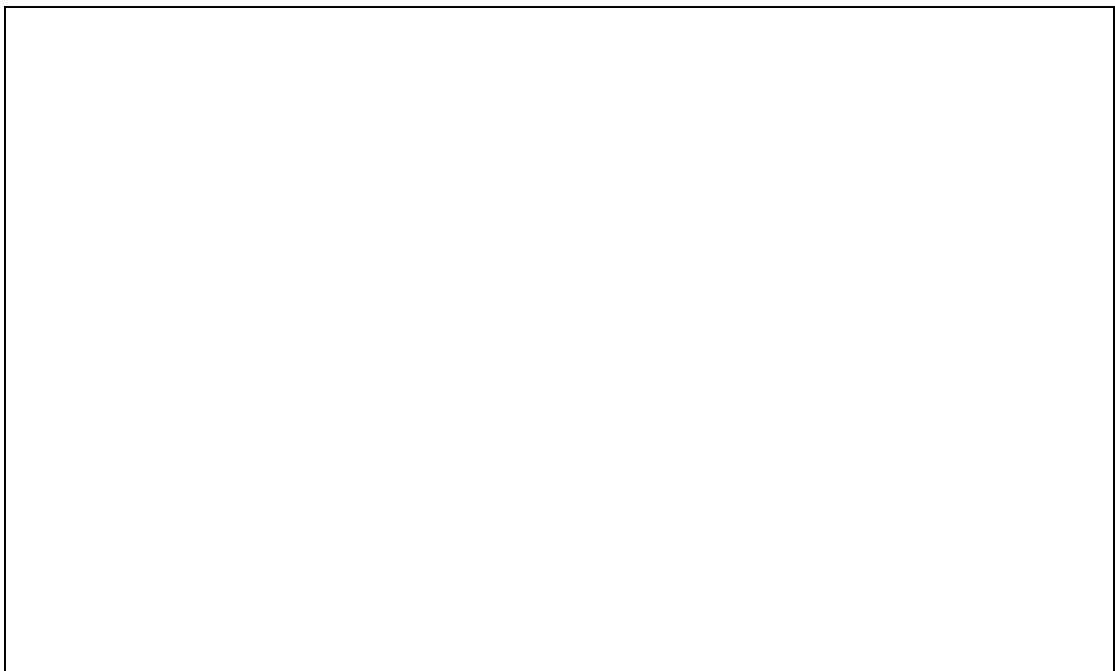
(2) 极坐标系下绘制 $\rho = \arccos(\sin \theta)$ ，我们也会得的一个漂亮的心形线。请你在极坐标中左图画出“心形线” $\rho = 2 \arccos(0.5 \sin \theta)$ 的函数图像，右图画出“心形线” $\rho = \arccos(\sin \theta)$ 的函数图像。作图要求如下：左图中线条为红色，厚度为 2，右图中线条为蓝色，厚度为 2，保存图片名称为“笛卡尔心形线 1”，分辨率为 dpi=300。



4. 在平面直角坐标系中画出心形线
$$\begin{cases} x = 16 \sin^3 t \\ y = 13 \cos t - 5 \cos 2t - 2 \cos 3t - \cos 4t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$
 参数方程表达的图形，并计算出心形线 (heart-line) $\rho = a(1 + \cos \theta)$ 围成的平面区域的面积。



5. 使用 Python 编程。截取右图的“极值学院.PNG”图像数据，然后显示出来，创建六幅子图，第一幅图只读取图像并展示，第二幅图反转图像数组的第 0 轴，第三幅图让图表的原点在左下角，第四幅图变成取值范围为 0.0 到 255.0 的浮点数组并展示，第五幅图显示图像中的红色通道，将最小值映射为蓝色、将最大值映射为红色，使用 `colorbar()` 将颜色映射表在图表中显示出来，第六幅图使用名为 `copper` 的颜色映射表显示图像的红色通道，使其有老照片的味道，最后保存图片名称为“极值学院 logo”，分辨率为 `dpi=300`。



6. 薛定谔方程（Schrödinger equation）又称薛定谔波动方程（Schrödinger wave equation），是由奥地利物理学家薛定谔提出的量子力学中的一个基本方程，也是量子力学的一个基本假设。下面是三维运动自由粒子的含时薛定谔方程：

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}, t) \right] \Psi$$



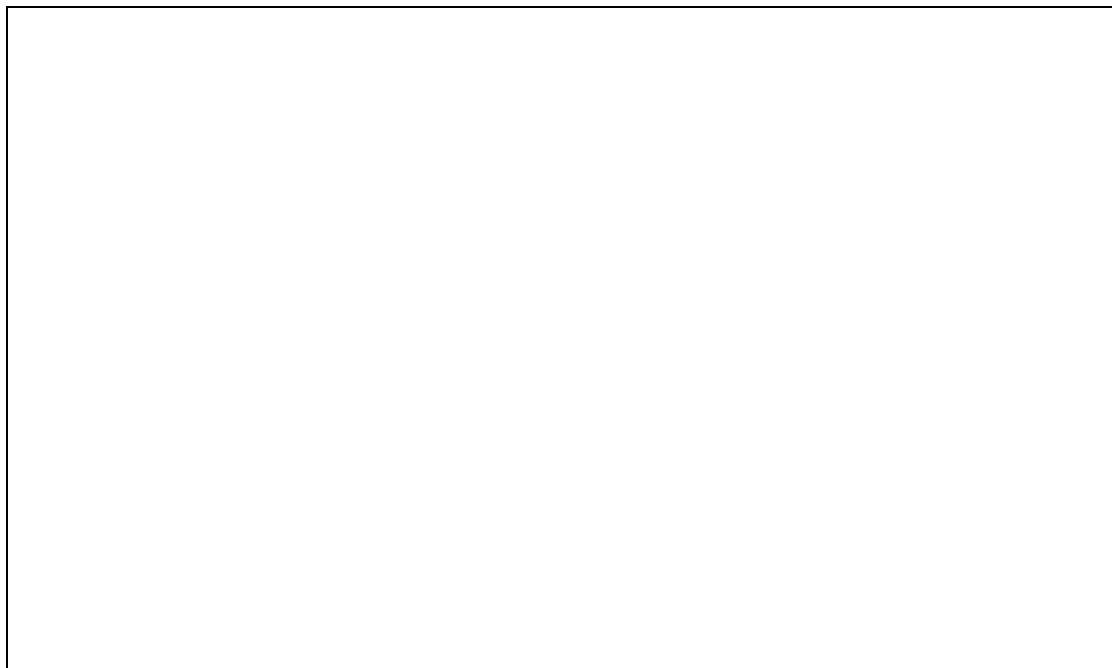
求解薛定谔方程，已知粒子在一维无限深势阱中运动，其基态波函数为二元函数：

$$\Psi(x, t) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-i \frac{\pi^2 \hbar}{2ma^2} t}$$

令 $a = \pi$ ， $m = 1$ ， \hbar 为普朗克常数，在作图时忽略上述二元函数中的虚数 i ，使用 `imshow()` 可视化上述基态波函数二元函数。创建四幅子图，首先通过数组的广播功能计算出表示函数值的二维数组 `Z`，注意它的第 0 轴表示 Y 轴、第 1 轴表示 X 轴。然后将 X、Y 轴的取值范围保存到 `extent` 列表中。将 `extent` 列表传递给 `imshow()` 的 `extent` 参数，这样一来，图表的 X、Y 轴的刻度标签将使用 `extent` 列表所指定的范围。

作图要求如下：

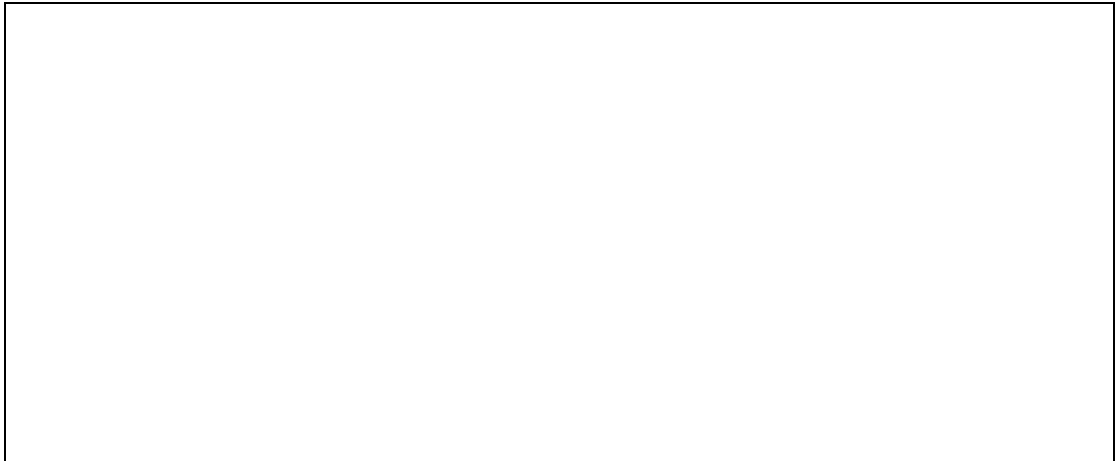
第一幅图中画出二元函数图像，横纵坐标的范围均为 -2.0~2.0；第二幅图中画出灰度图；第三幅图中调用 `contour()`，将整个函数的取值范围等分为 10 个区间，即显示的等值线图中将有 9 条等值线；第四幅图中调用 `contourf()`，将取值范围等分为 20 份，绘制带填充效果的等值线图，最后保存图片名称为 “Schrödinger”，分辨率为 `dpi=200`。



7. 可以使用等值线绘制隐函数曲线，显然，无法像绘制一般函数那样，先创建一个等差数组表示变量的取值点，然后计算出数组中每个 x 所对应的 y 值。可以使用等值线解决这个问题，显然隐函数的曲线就是值等于 0 的那条等值线。请你绘制函数：

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^4 - (x^2 - y^2)^3$$

在 $f(x, y) = 0$ 和 $f(x, y) = 0.01$ 时的曲线。



8. `mpl_toolkits.mplot3d` 模块在 `matplotlib` 基础上提供了三维绘图的功能。请你使用 `matplotlib` 绘制下列函数的三维曲面：

$$f(x, y) = -x^2 + xy - y^2$$

作图要求如下：

- (1) x 和 y 的取值范围为 -3~3，分别取 200 个点，三维曲面用红色绘制；
- (2) 横坐标为 “X”，纵坐标为 “Y”，z 坐标为 “Z”；
- (3) 最后保存图片名称为 “3d”，分辨率为 `dpi=200`。

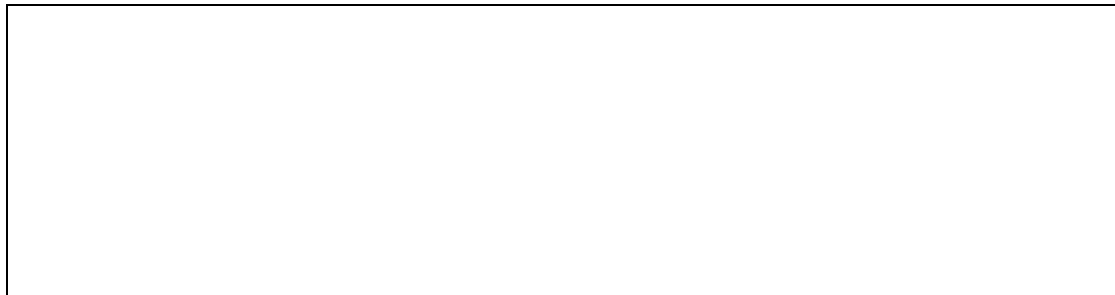


9. 调用 Axes3D 对象的 plot_surface() 绘制三维曲面。其中：数组 x 和 y 构成了 X-Y 平面上的网格，而数组 z 则是网格上各点在曲面上的取值。通过 cmap 参数来指定值和颜色之间的映射，即曲面上各点的高度值与其颜色的对应关系。请你画出下列多元函数的三维曲面图：

$$z(x, y) = \sin(\sqrt{|x^2 - y^2|})$$

作图要求如下：

- (1) x 和 y 的取值范围为 -1.0~1.0，每隔 0.01 取一个数；
- (2) cmap 参数选择彩虹图 “rainbow”；
- (3) 最后保存图片名称为 “rainbow”，分辨率为 dpi=200。



10. 调用 Axes3D 对象的 plot_surface() 绘制三维曲面。其中：数组 x 和 y 构成了 X-Y 平面上的网格，而数组 z 则是网格上各点在曲面上的取值。通过 cmap 参数来指定值和颜色之间的映射，即曲面上各点的高度值与其颜色的对应关系。请你画出下列多元函数的三维曲面图：

$$z(x, y) = \sin(\pi \sqrt{x^2 + y^2})$$

作图要求如下：

- (1) x 和 y 的取值范围为 -5.0~5.0，每隔 0.1 取一个数；
- (2) cmap 参数选择热图 “hot”；
- (3) 最后保存图片名称为 “hot map”，分辨率为 dpi=300。

