

## Hormigoi armatuaren errefortzua elementu finituen metodoaren bitartez simulatzeko baliabideen arteko konparaketa

U. Eibar<sup>1,2</sup>, A. Dorronsoro<sup>1,2</sup>, J.M. Martínez-Esnaola<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>CEIT-Basque Research and Technology Alliance (BRTA), Manuel Lardizabal 15, 20018 Donostia

<sup>2</sup>Nafarroako Unibertsitatea, Tecnun, Manuel Lardizabal 15, 20018 Donostia

Kontaktua: [ueibar@ceit.es](mailto:ueibar@ceit.es)

**Laburpena.** Gaur egun, hormigoi armatuz egindako eraikinak non-nahi aurki daitezke gure egunerokotasunean. Hori dela eta, eraikin bat osatzen duten egiturak (zutabeak, habeak, lauzak, etab.) kalkulatzeko eta diseinu egoki bat burutzeko irizpide ugari existitzen dira, hala nola EHE-08 jarraibidea edota Eurokodea. Hala ere, errefortzu barren portaera sakonki aztertzeke (nekea edo arrakalen hedapena ikertzeke) elementu finituen metodoaren (EFM) beharra dago, tentsioen banaketa barran zehar ondo islatzen laguntzen baitu. Hormigoia eraikinetan eta antzerako egituretan erabiltzen da, hau da, dimentsio handiko egituretan. Honek asko zailtzen du elementu finituen ereduaren partizio-maila egoki bat garatzea, ikertu nahi diren barrek milimetrotako dimentsioak baitituzte. Ondorioz, barraren eta hormigoiaeren arteko muga ondo definitzeko, elementu finituen tamaina partizio honen inguruan asko murrizten da. Egitura bakoitzeko barra eta muga ugari daudenez, elementu hain txiki hauek kostu konputazionala asko garestitzen dute. Horrelako kasuetarako elementu murgilduen teknika edo mailaren gainezarpenera metodoa (MGM) garatu zen, bi materialen maila modu independentean sortuz eta kostu konputazionala murriztuz. Teknika edo metodo honi esker (Abaqus programa komertzialean eskuragarri dagoena), errefortzua hiru modu desberdinetan simulatu daiteke: 3 dimentsioetako elementu solidoak erabiliz, 2 dimentsioetako mintz elementuak erabiliz edo dimentsio bakarreko habe edo barra elementuak erabiliz. Lan honetan aukera guztiak konparatzen dira, hauen baliotasuna ikertzeke eta kostu konputazionalarekiko erlazio hoberena daukana aurkitzeko.

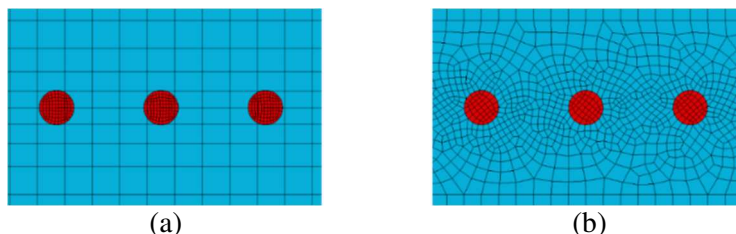
**Gako-hitzak:** Elementu finituen metodoa (EFM); hormigoi armatua (HA); elementu murgilduen teknika.

### 1. Sarrera

Masa hormigoia erromatarren, greziarren eta egiptoarren garaitik erabili izan da. Argi dago gaur egungoak ez bezalako materialak erabiltzen zituztela, baina kontzeptua antzerakoa zen. Hormigoia indartzeko, altzairuzko errefortzua XIX. mendean hasi zen erabiltzen Parisen, eta geroztik, edonon aurki daiteke gure gizartean. Hormigoi armatua duela bi mendetik ezagutzen badugu ere, egitura hau elementu finituen metodo bidez simulatzeko tresnak mugatuak dira. Material konposatuak egiturazko material gisa hedatu direnean, ikertzaileak baliabide hauen aukera eta muga desberdinak alderatzen hasi dira. Azken finean, hormigoi armatua “zuntz” eta “aglomeratzailez” eginda dagoela esan daiteke, eta simulatzeko estrategiak oso antzerakoak dira bi kasuetan.

Material konposatueta bezala, aglomeratzailearen tamaina zuntzekiko oso handia da. Hormigoizko egiturak metroan neur daitezkeen bitartean (apartamentuak, estadioak, egitura industrialak...), errefortzu-barrek orokorrean ez dute 25 milimetroko diametroa gainditzen. Honen ondorioz, elementu finituen maila sortzea geometrikoki zaila izateaz gain, milimetro gutxiko elementuak definitzen dira metro askoko eredu baten. Susma daitezkeenez, elementu kopurua handia izateak, kostu konputazionala eta ondorioz, simulazio denbora, asko handitzen ditu. Arazo hau ekiditeko, mailaren gainezarpenera metodoa (MGM) garatu zen, hormigoia eta errefortzua modu independentean mailatzeko. Metodo hau erabiltzearen abantaila 1. irudian nabari daiteke, metodo konbentzionalaren konplexutasuna eta elementu kopurua argi ikusten baitira. Abaqus programa komertzialean elementu murgilduen teknika bezala aurki daiteke eta honen funtzionamendua 2.1. atalean sakonago azalduko da. Hala ere, metodo hau erabiltzea ez da nahikoa kostu konputazionalaren eta emaitzen fidagarritasunaren arteko erlazio egoki bat lortzeko, errefortzua ere modu egokian simulatu behar da.

Ikerketa honen motibazioa SUREWAVE proiektutik dator ([surewave.eu](http://surewave.eu)), helburu nagusitzat eguzki-panelak itsasoan instalatzea duena. Olatuek daukaten eragina murrizteko, babes bezala hormigoizko bloke ugari ipiniko dira panelak inguratzen. SUREWAVE-ren helburuetako bat olatu horma hauen gune kritikoak identifikatzea da, ondoren gune hauetan neke eta arrakalen hedaketa kalkuluak aurrera eramateko. Lehenengo pausu honetan errefortzua simulatu behar da eta horretarako aukera ugari daude eskuragarri. 2.2. atalean aukera desberdin hauek azalduko dira eta 4. atalean emaitzen fidagarritasuna eta simulazio denborak komentatuko dira.



**1. irudia.** Mailaren gainezarpen metodoaren (a) eta metodo konbentzionalaren (b) arteko desberdintasuna.

Artikulu hau honela dago egituratuta. Lehendabizi, mailaren gainezarpen metodoa eta errefortzuak simulatzeko aukera desberdinak azaldu dira. Ondoren, metodo desberdinak alderatzeko ikertu diren bi entseguak eta materialak komentatu dira. Bukatzeko, lortutako emaitzak eztabaidatu dira eta ondorio labur batzuk azaldu dira.

## 2. Hormigoi armatuaren simulazioa

Olatu hormaren elementu finituen eredu egoki bat sortzeko ohikoak ez diren bi erabaki hartu behar dira: Mailaren gainezarpen metodoa erabiltzea eta 3D-ko barrak ordezkatzeko. Lehenengo kasuan berez ez da erabakirik hartu behar, metodo konbentzionala ez da bideragarria eta derrigorrez erabili behar da. Baina bigarren kasurako aukera ugari daude: 3D-ko elementuak erabili daitezke barra bakoitza mailatzeko, 2D-ko mintzak erabili daitezke laminatu bat mailatzeko edo 1D-ko barra edo habe elementuak erabili daitezke dimentsio bakarreko lerro bat mailatzeko.

### 2.1. Elementu murgilduen teknika

Mailaren gainezarpen metodoa hainbat programa komertzialetan aurki daiteke. Azken finean, elementu murgilduen teknika, errefortzu barren kokapenaren arabera hormigoia elementuen zurruntasuna aldatzean datza. Teknikaren azalpen ulergarria ikerlari batek ematen du<sup>1-3</sup>, berezko mailaren gainezarpen metodo bat garatu eta Abaqus eta ANSYS programen tresnekin konparatu<sup>2</sup> zuena.

Bertan adierazten den moduan, teknika bi pausutan banatzen da:

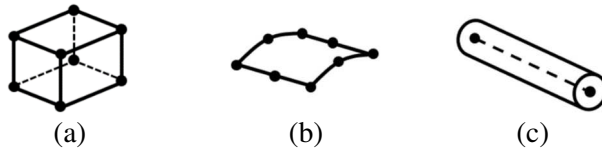
1. Nodo lokalen finkapena. Errefortzuaren maila (lokala) hormigoia mailan (globala) gainjartzen da, nodo lokalek eta nodo globalek espazio bera partekatzen dutelarik. Honen ostean, nodo lokalen translazioak nodo globalen translazioetara murrizten da. Horretarako, nodo lokalak zein elementu globaletan gainjartzen diren bilatzen da. Elementu globala identifikatu ostean, interpolazio funtzioak erabiliz, nodo lokalaren desplazamendua nodo globalen desplazamenduetara murrizten da.
2. Maisu-esklabo metodoaren erabilpena. Aurreko pausuan nodo lokaletan ezartzen zen baldintza, eta oraingo honetan elementu globaletan egiten da. Eredu globala maisua izango litzateke, eta eredu lokala esklaboa. Elementu esklaboen zurruntasunaren eta aurreko pausuko interpolazio funtzioen arabera, eredu globaleko elementu erredundanteen zurruntasuna aldatzen da (errefortzu elementuak gainjarrita dauzkatenak). Lehendabizi elementu finituen kalkulua eredu globalean egitean da (hormigoian), ondoren desplazamenduak eredu lokalera interpolatzeko (altzairura). Desplazamenduak eredu lokalean lortu ostean, tentsioak eta deformazioak kalkulatu dira errefortzuan.

Ikerlariak aipatzen duten bezala, maila zenbat eta finagoa izan, zurruntasun aldaketa orduan eta zehatzago egiten da. Ikerketa honen funtsa errefortzua aztertzean dago, beraz ez da hormigoia mailaren influentzia elementu murgilduen teknikan aztertuko.

## 2.2. Errefortzua simulatzeko aukerak

Aurreko ataletik, mailaren influentziak gain, errefortzuaren zurruntasunaren garrantzia nabarmendu daiteke. Esan bezala, maisu-esklabo metodarako eremu lokalaren zurruntasuna hartzen da kontutan, eta errefortzua mailatzeko erabiltzen den estrategiaren arabera zurruntasun desberdineko errefortzuak lortzen dira. Modu intuitiboan errazena barrak 3D-ko elementuekin mailatzea dirudi, baina konputazionalki oso garestia da. Arazo hau ekiditeko, 2 aukera erabili daitezke elementu finituen metodoan (ikusi 2. irudia):

1. Errefortzua eraikitzen duen geruza guztia bi dimentsioko laminatu batengatik ordezkatzeko eta mintz elementuekin mailatzea.
2. Barra bakoitza dimentsio bakarreko lerro batez ordezkatzeko eta habe edo barra elementuekin mailatzea.



2. irudia. 3D-ko elementua (a), mintz elementua (b) eta barra/habe elementua (c).<sup>4</sup>

Kasu bakoitzean, lortzen den zurruntasun matrizea desberdina da eta honek elementu murgilduen teknika baldintzatzen du. Orokorrean, eta 3D-ko elementuen kasuan, (1) ekuazioa erabiliz kalkulatzen da zurruntasun matrizea<sup>5</sup>.

$$\mathbf{K} = \int \mathbf{B}(\mathbf{x})^T \mathbf{D} \mathbf{B}(\mathbf{x}) dV, \quad (1)$$

non  $\mathbf{K}$  zurruntasun matrizea,  $\mathbf{B}(\mathbf{x})$  interpolazio funtzioen deribatuen matrizea eta  $\mathbf{D}$  matrize elastikoa diren.

Habe eta barra elementuen kasuetan, (1) ekuazioa edo materialen elastikotasun eta erresistentziako teoriak (Timoshenko, Euler-Bernoulli...) erabili daitezke zurruntasun matrizea kalkulatzeko. Bai habeak zein barrak elementuaren nodoen koordinatuen ( $\mathbf{x}$ ), materialaren elastikotasunaren ( $E$ ), sekzioaren azaleraren ( $A$ ) eta elementuaren luzeraren ( $L$ ) menpekoak dira. Bi elementu hauen desberdintasun nabariena sekzioaren inertziaren ( $I$ ) erabilera da, habeen zurruntasun matrizea eraikitzeke beharrezkoa baita. Zurruntasunaz gain, bi metodo hauen arteko desberdintasuna askatasun graduatan dago. Habe elementuek askatasun gradu guztiak daukate (6) eta barra elementuek translazioak soilik (3). Ezaugarri hau kritikoa izan daiteke maila lokala gainjartzeko momentuan.

Laminatuen kasuan, zurruntasun matrizeaz gain, errefortzuaren geometria ere aldatzen da. Bi dimentsioko laminatua material konposatu bat balitz bezala eraikitzen da. Norabide bakoitzean dauden barra guztiak errefortzu geruza bakar bezala hartzen dira kontutan, eta geruza ugari egonez gero, batu egiten dira, bi dimentsioko errefortzu plano bat lortuz<sup>4</sup>. Aipagarria da mintz elementuek tentsioak bakarrik plano barruan jasaten dituztela ( $\sigma_{yy} = \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0$ ). Zurruntasun matrizea eraikitzeke, elastikotasun matrizea geruzen propietateen eta bertako barren arabera eraikitzen da<sup>6</sup>:

$$\mathbf{D} = \sum_{j=1}^{N_r} \mathbf{D}_{rj} \frac{A_j^{bar}}{s_j}, \quad (2)$$

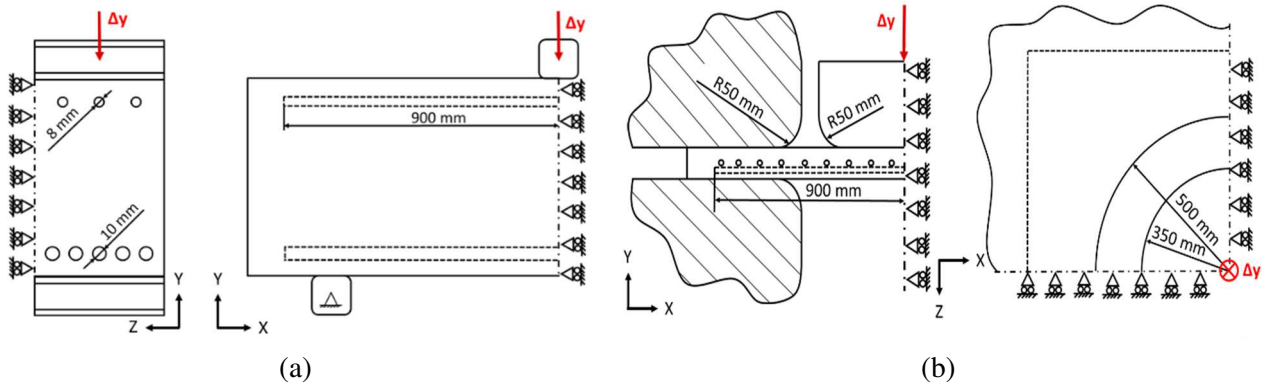
non  $N_r$  norabide desberdina daukaten errefortzuen geruza kopurua,  $\mathbf{D}_{rj}$  errefortzu geruza bakoitzeko propietate elastikoen matrizea,  $A_j^{bar}$  geruzako barra bakarraren azalera eta  $s_j$  barren arteko distantzia diren.

## 3. Ikerketa kasuak

Errefortzua simulatzeko aukera bakoitzaren arteko desberdintasunak nabarmentzeko, 2 entsegu desberdin simulatu dira: makurdura eta puntzonaketa. Makurdura entsegua oso ohikoa da hormigoizko habeetan, 3 zein 4 puntutan, baina errefortzuaren plano barruan bakarrik norabide baten agertzen dira esfortzu esanguratsuak. Mintz elementuak erabiltzearen abantaila nagusia bi norabide nagusi hauek batzeko eta simulatzeko

erraztasuna da (ez da kontakturik definitu behar barren artean, geometrikoki kokatzeko errazagoa da...). Beraz interesgarria da puntzonaketa simulatzea, tentsio esanguratsuak plano osoan garatzen direlako.

Makurdura simulaziorako,  $1000 \times 500 \times 150 \text{ mm}^3$  dimentsioak dituen hormigoizko habe bat simulatu da, 3. irudian (a) atalean ikus daitezkeen barrekin. Puntzonaketa entsegurako,  $1000 \times 1000 \times 100 \text{ mm}^3$  dimentsioak dituen hormigoizko xafla bat simulatu da, 3. irudian (b) atalean ikus daitezkeen errefortzuarekin. Guztira, 18 barra daude xaflaren erdialdean kokatuta, 9 Z norabidean eta 9 X norabidean. Bi entseguetan, karga milimetro bateko (1 mm) desplazamendu bezala aplikatu da, 3. irudian ikus daitezkeen aktuatzailaetan.



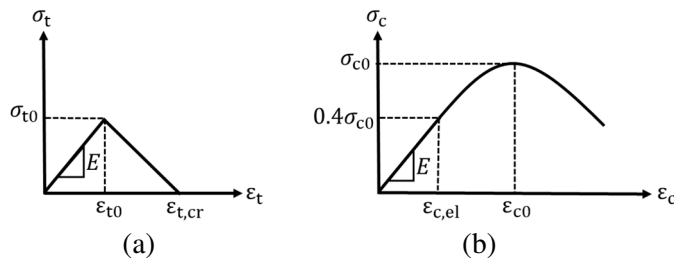
**3. irudia.** Makurdura entsegua (a) eta puntzonaketa entsegua (b).

Erabili den materialari dagokionez, altzairua material elastiko-lineal bezala modelatu da. Altzairuaren materialak ez dauka influentziarik konparaketak egiterako orduan, beraz eredu sinpleena erabili da.

**1. taula.** Materialen propietateak.

	Altzairua	Hormigoia
Modulu elastikoa, $E$ (GPa)	210	38
Poisson-en koefizientea, $\nu$	0,3	0,2
Hormigoiaaren konpresiozko tentsio balio maximoa, $\sigma_{c0}$ (MPa)	-	128
Hormigoiaaren trakziozko tentsio balio maximoa, $\sigma_{t0}$ (MPa)	-	12
Hormigoiaaren deformazio maximoa trakzioan, $\varepsilon_{t,cr}$	-	0,005

Hormigoiaari dagokionez, Abaqus programan eskuragarri dagoen *Concrete Damaged Plasticity* eredu erabili da. Eredu honen portaera 4. irudian ikus daiteke. 1. taulako datuak SUREWAVE proiektuko kideei esker lortu dira, trakzioan deformazio maximoa ezik. Balio hau hausturaren energiaren arabera da eta oraindik ez da entsegurik egin honen balioa lortzeko. Hala ere, ez dauka eraginik lan honetan egin nahi den ikerketarekin.



**4. irudia.** Hormigoiaaren jarrera trakzioan (a) eta konpresioan (b).

Hormigoiaaren portaerarako, erresistentzia handiko hormigoientzako literaturan aurkitutako lege konstitutibo bat erabili da<sup>8</sup>. Hala ere, hormigoiaaren %40-ko erregimen lineala 2. Eurokodea<sup>7</sup> erabilita definitu da.

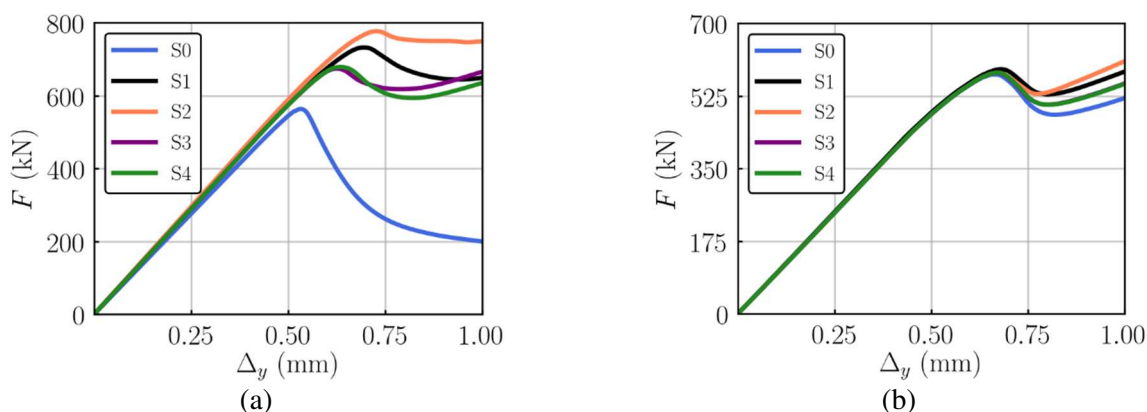
$$\sigma_c = E \varepsilon_c \left( 1 - \frac{E \varepsilon_c}{4 \sigma_{c0}} \right), \quad (3)$$

non  $\sigma_c$  konpresiozko tentsioa,  $\varepsilon_c$  dagokion deformazioa eta  $\varepsilon_{c0}$  hormigoia biguntzen hasten den puntua diren.

#### 4. Emaitzak

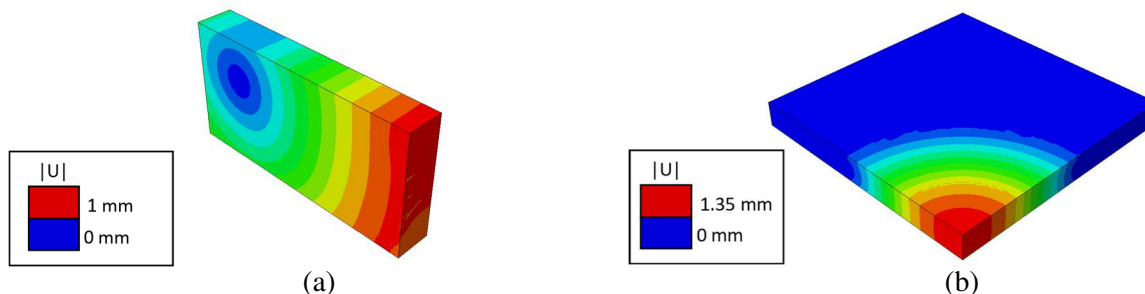
Entsegu bakoitzeko 5 simulazio egin dira: errefortzu gabe (S0), 3D elementuak erabilia (S1), 2D mintz elementuak erabilia (S2), 1D habe elementuak erabilia (S3) eta 1D barra elementuak erabilia (S4). MGM-aren funtsa zurruntasuna aldatzean datza eta, beraz, metodo desberdinak konparatzeko zurruntasunarekin erlazonatutako aldagaiak aztertu dira: erreakzio indarrak aktuatzailerekin eta elementuek jasandako desplazamenduak. Gainera, etorkizunean gune kritikoak aztertzeko, “submodelling” teknika erabiliko da, desplazamenduak muga-baldintza bezala erabiltzen dituenak. Tentsioak aztertea interesgarria izango litzateke, baina kalkulaturako tentsioak zuzenean alderatzea ez da posible, erabilitako errefortzuaren arabera hormigoia berruntzea ez delako modu berean gertatzen.

5. irudian ikus daitekeenez, makurdura entseguan desberdintasunak nabariak dira hormigoia berruntzen hasten denean. Mintz elementuak erabiliz habe zurrunagoa lortzen da, hau da, indar handiagoa egin behar da desplazamendu jakin bat inposatzeko. Dimentsio bateko elementuekin, ordez, kontrakoa gertatzen da. Bi kasuetan % 10-15-eko desberdintasun maximoa antzematen da, bietako inor argi inposatu gabe. Hala ere, S3 eta S4 simulazioek S2-k baino egokiagoa dirudite. Puntzonaketa entseguan berdina gertatzen da, baina desberdintasun txikiagoekin. Esan bezala, desberdintasun hauek hormigoia berruntze ostean antzematen dira. Erregimen linealean, guztiek oso antzerakoak dirudite. S3-k eta S4-k % 0,5-eko desberdintasuna daukate S1-ekiko gune honetan, S2-k % 3-ko desberdintasuna daukan bitartean.



5. irudia. Erreakzio indarrak makurdura entseguan (a) eta puntzonaketa entseguan (b).

Desplazamenduei dagokienez, emaitzak ateratzeko orduan S1 kasua hartu da erreferentziatzat metodo desberdinen artean desplazamenduak konparatzeko, errealitatearekiko fidagarriena dela suposatuz. 6. irudian S1 simulazioetan hormigoian jasandako desplazamenduak ikus daitezke, balio maximoak nabarmenduz. Balio maximo hauek 4. taulan ehunekoak ateratzeko erabili dira.



6. irudia. Desplazamenduak makurdura (a) eta puntzonaketa (b) S1 simulazioetan.

Simulazio denborei dagokienez, simulazio guztiek antzerako denbora iraun dute, S1-ek izan ezik. Desberdintasun falta hau ulergarria da, eredu guztiek gutxi gorabehera elementu kopuru berdina daukatelako. S1-en kasuan, ia 10 aldiz elementu gehiago daude eta 10 aldiz denbora gehiago behar izan da simulazioak aurrera eramateko.

Aurretik aipatu den bezala, S1-en lortutako balio maximoak erabili dira ehunekoak kalkulatzeko (1 eta 1.35 mm). 4. taulan desberdintasunak lortzeko, S1 simulazioei beste simulazioetan hormigoia integratzen puntuetan kalkulatuak desplazamenduak kendu zaizkio, ostean ehunekoak kalkulatzeko balio maximoak kontutan hartuz. Erabili den beste aldagaietako bat integratzen puntuaren ehunekoa izan da,  $\eta$  hizkiarekin definitu dena.

**2. taula.** Desplazamenduen arteko desberdintasuna dagokien S1 simulazioarekiko.

Simulazioa	Desberdintasuna (%)	S0	S2	S3	S4
Makurdura	$\max( \Delta u )$	58	36	38	37
	$\eta( \Delta u  > \% 1)$	99	92	4	2
Puntzonaketa	$\max( \Delta u )$	18	16	17	17
	$\eta( \Delta u  > \% 0.5)$	78	34	14	17

## 5. Ondorioak

Hormigoi armatuzko altzairuzko errefortzua elementu finituen metodoan simulatzeko baliabideen arteko konparaketa aurkeztu da. Ikerketak errefortzua 3D-ko elementuekin mailatutako kasua, 2D-ko mintzekin mailatutako kasua eta 1D-ko barra eta habeekin mailatutako kasua konparatzen ditu, kasu guztietan elementu murgilduen teknika erabili delarik.

Ikusi ahal izan denez, indarrak konparatzerako orduan, 1D-ko elementudun kasuek desberdintasun txikiagoa daukate 3D-ko elementudun kasuarekiko, batez ere erregimen linealean. 2D-ko mintzak erabili diren kasuan, hormigoizko habea gehiegi zurrundu da, desberdintasun handiagoa nabaritzen. Simulazio denboreko kasuan, S1-en baino 10 aldiz gutxiago tardatu da beste simulazio guztietan, elementu kopurua dela eta.

Desplazamenduei dagokienez, argi eta garbi ikusten da ereduaren bolumen askoz ere txikiago batek igarotzen duela ehuneko oso txiki baten desberdintasuna 1D-ko elementuen kasuan (2D-ko elementuen kasuan baino). Indarrak aztertu eta desplazamenduak ikusi ostean, ondorioztatu daiteke habe eta barra elementuak erabiltzea dela erreferentziari gehien hurbiltzen zaion kasua. Hala ere, ezin da habe eta barra elementuen arteko desberdintasunik nabaritu, biek dirudite egokiak.

## Eskerrak

Ikerketa hau SUREWAVE proiektuaren parte da, Europar Batasunak finantzatua 101083342 zenbakidun 529 GA-rekin.

## Bibliografia

- <sup>1</sup>S. Tabatabaei, E. Bedogni, Antonio R. Melro, Dmitry S. Ivanov, Stepan V. Lomov. Meso-scale progressive damage simulation of textile composites using mesh superposition. *Int. J. Solids. Struct.* (2022), 256.
- <sup>2</sup>O. Vorobiov, S. Tabatabaei, S. Lomov. Mesh superposition applied to meso-FE modelling of fibre-reinforced composites: Cross-comparison of implementations. *Int. J. Numer. Meth. Engng* (2017), 111, pp. 1003–1024.
- <sup>3</sup>S.A. Tabatabaei, S.V. Lomov, I. Verpoest. Assessment of embedded element technique in meso-FE modelling of fibre reinforced composites. *Compos. Struct.* (2014), 107, pp. 436–446.
- <sup>4</sup>J. Stoner. Finite Element Modelling of GFRP Reinforced Concrete Beams. Doktoretza tesia, University of Waterloo, ON, Kanada. (2015)
- <sup>5</sup>M. Abasolo, J. Aguirrebeitia, I. Coria, I. Heras. Guía práctica de Elementos Finitos en Estática. Madril: Parainfo. (2017)
- <sup>6</sup>F. Rojas, J.C. Anderson, L.M. Massone. A nonlinear quadrilateral layered membrane element with drilling degrees of freedom for the modeling of reinforced concrete walls. *Eng. Struct.* (2016), 124, pp. 521–538
- <sup>7</sup>Europako Normalizazio Batzordea. EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. (2004)
- <sup>8</sup>S. Dhakal, M.A. Moustafa. MC-BAM: Moment–curvature analysis for beams with advanced materials. *SoftwareX* (2019), 9, pp. 175–182