

# TRIÁNGULOS



PROF. JORGE OSTOS



*Educación Media General*



Ministerio  
del Poder Popular  
para la Educación  
Inclusión y Calidad



La presente guía está realizada por mi persona con mucho cariño y dedicación, espero puedan aprovecharla al máximo y de la mejor manera. La misma lleva una relación importante con la anterior, debemos tener muy claro y presente los ángulos y su construcción por la relación que guardan con los triángulos, he allí la importancia de haber analizado y asumido uno de los contenidos anteriores. Los triángulos son y han sido muy importantes para el desarrollo del mundo como hoy lo conocemos, es muy difícil que miremos a nuestro alrededor y no podamos ver algún objeto triangular. Cualquier duda que tengan pueden comunicarse conmigo dentro de un horario de 8:00 Am a 1:00pm y podré responderles cualquier duda que tengan.

Profesor: Jorge Ostos

Correo: [j.ostos95@gmail.com](mailto:j.ostos95@gmail.com)

Teléfono: 04124598692

Esta actividad será transmitida por el canal TV, a través del programa “Cada Familia una Escuela” el 17/02/2021 y el 24/02/2021, o lo puedes encontrar en su canal oficial de YouTube.

*Tema Indispensable*

Seguridad y soberanía alimentaria

*Tema Generador*

Tecnología de la información y comunicación en la cotidianidad

*Referentes Teóricos-Prácticos*

Polígonos

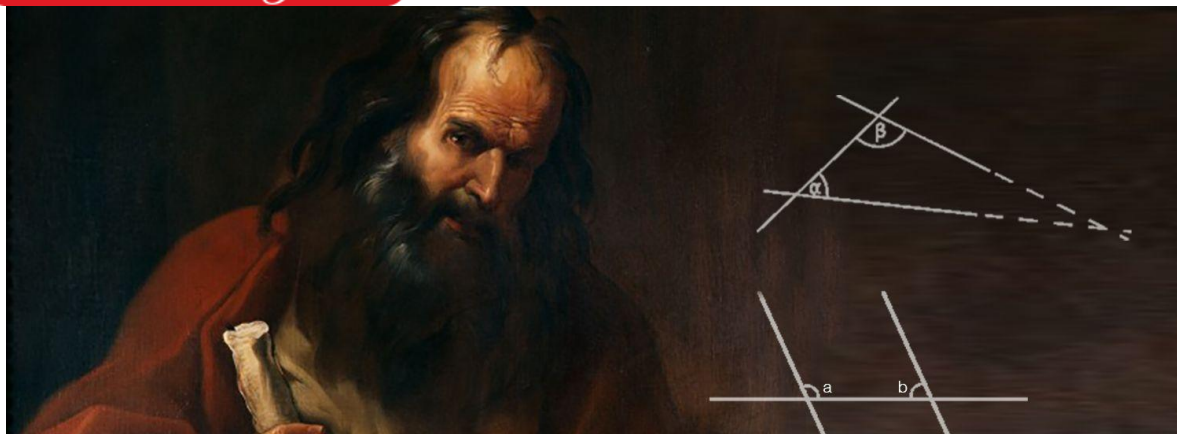


## GEOMETRIA

La geometría es un área de la matemática que se encarga de estudiar las propiedades y las medidas de las figuras en un plano o en el espacio. Esta ciencia es una de las más antiguas que existen en el mundo, su origen se remonta más allá de los tiempos de la antigua Grecia, podemos observar con mucho asombro como el hombre desde la prehistoria utilizó diversas formas geométricas para su supervivencia, ya sea para hacer herramientas de caza, construcciones, transportes, entre otras cosas. Esta disciplina se convierte en una fuerte pieza dentro la asignatura de Matemáticas, no importa el nivel que estemos ya sea en primaria, educación media o universitaria. Por ello es importante destacar que la geometría internamente está dividida en sub áreas de estudio, estas son:

- Geometría plana.
- Geometría espacial (también llamada Geometría del espacio).
- Geometría analítica.
- Geometría algebraica.
- Geometrías no euclídeas.
- Geometría proyectiva.
- Geometría descriptiva.

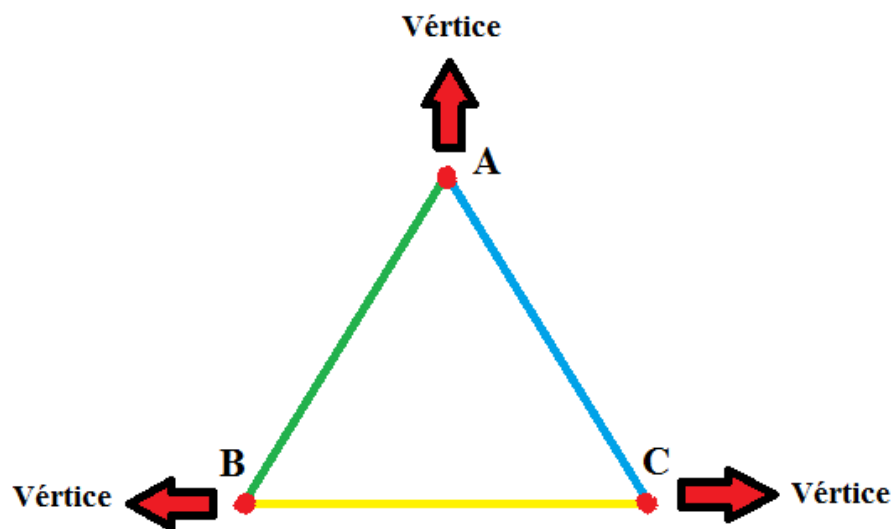
En nuestro caso y para efectos de este curso trabajaremos con la geometría plana o también conocida como geometría euclidiana (nombre en honor al famoso matemático “Euclides”). Euclides mejor conocido como "el padre de la geometría", fue un matemático y geómetra griego que vivió en Alejandría entre los años 325 y 265 a.C. dónde fundó una escuela de estudios matemáticos. Dejo un legado muy grande y dentro del mismo podemos destacar su famosa obra titulada "Los elementos", una de las obras científicas más importantes de todo el mundo.



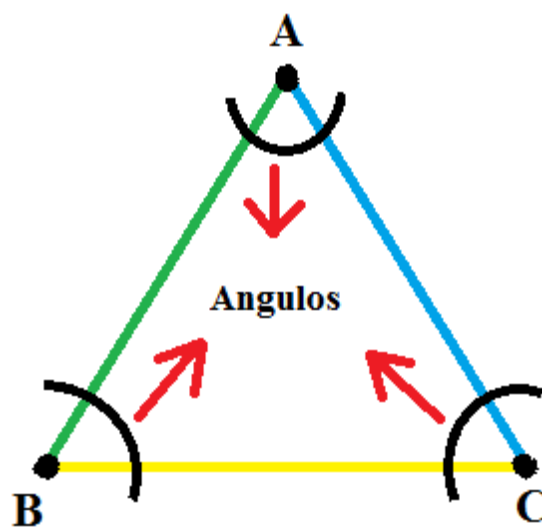
En esta obra se presentó de manera formal el estudio de las propiedades de las rectas y planos, círculos, paralelogramos, triángulos, entre otros. Una de las figuras más estudiadas por Euclides fue el triángulo, este tiene una gran importancia pues goza de una gran cantidad de propiedades importantísimas que la hacen una figura única.

Los triángulos en la geometría cumplen un gran papel y eso ya lo sabían los geómetras desde los tiempos de las primeras civilizaciones, era y es muy utilizado en la vida diaria. Basta con observar a nuestro alrededor ya sea en edificaciones, instrumentos musicales, objetos domésticos, objetos de escritorio, señales de tránsito, entre otros...

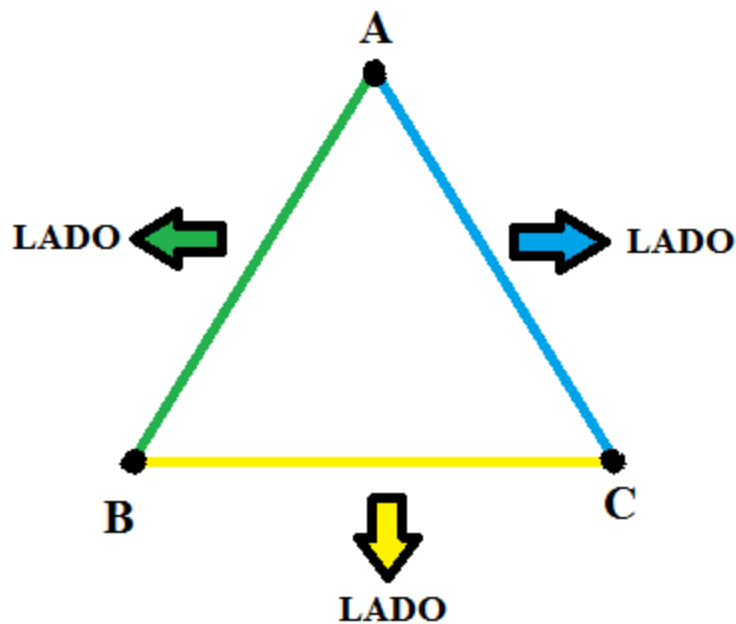
Muchos son las definiciones que podemos encontrar en las distintas fuentes que consultemos del mismo, si hacemos un resumen y digerimos todas esas explicaciones tan formales y a veces complicadas para nosotros, podríamos decir que, un **triángulo** es una figura geométrica que posee tres lados, tres vértices y tres ángulos.



*Tres vértices: vértice A, vértice B y vértice C*

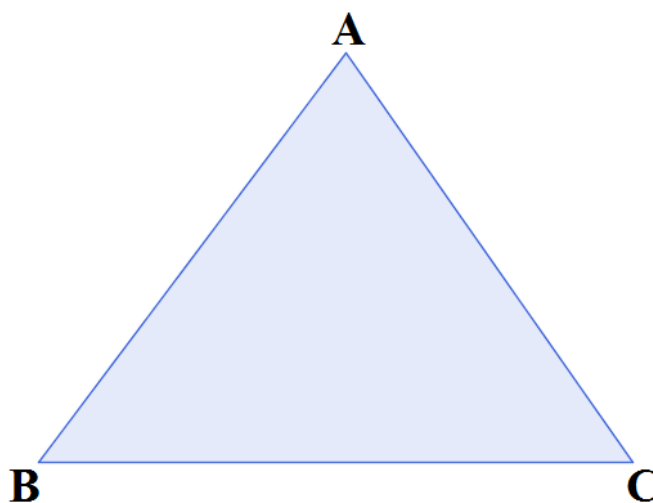


*Tres ángulos: ángulo A, ángulo B y ángulo C.*



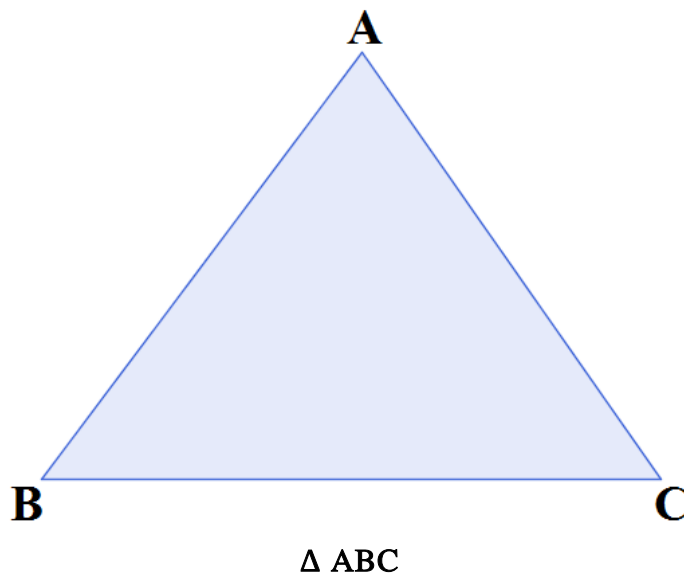
*Tres lados: lado AB, lado AC y lado BC*

¿Podemos identificar los triángulos? Pues sí, los triángulos podemos identificarlos o nombrarlos, para ello le asignaremos cualquier letra del abecedario a sus vértices, cada vértice debe tener una letra distinta cualquiera y deben ser mayúsculas.



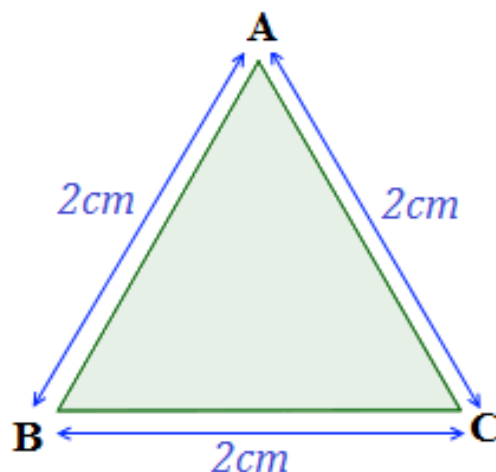
## *Educación Media General*

El triángulo anterior le asignamos letras a sus vértices A, B y C. En palabras se dice: Triángulo ABC. Algebraicamente debemos escribir:  $\Delta ABC$ , donde “ $\Delta$ ” es un símbolo significa “triángulo”. Veamos:



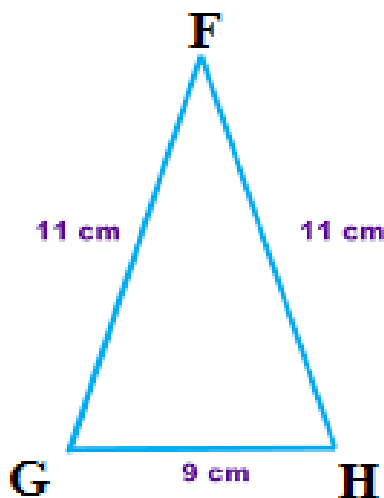
Existen varios tipos de triángulos, los triángulos se clasifican según **la medida de sus lados** o según **sus ángulos**:

**Triángulos Equilátero:** Es aquel triángulo cuyos tres lados tienen las mismas medidas, es decir, todos sus lados son iguales.



*Como podemos observar el  $\Delta ABC$  tiene sus tres lados iguales, lo cual lo convierte en un triángulo Equilátero porque cumple con la definición del mismo.*

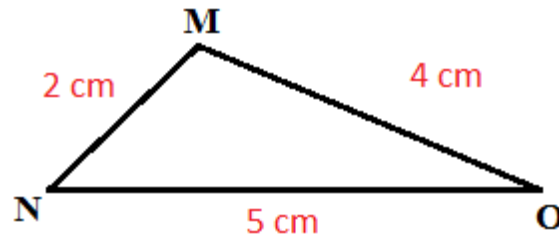
**Triángulos Isósceles:** Es aquel triángulo que por lo menos dos de sus lados tienen la misma medida, es decir, tiene dos lados iguales.



*Como podemos observar el  $\Delta FGH$  tiene dos lados iguales, lo cual lo convierte en un triángulo Isósceles porque cumple con la definición del mismo.*

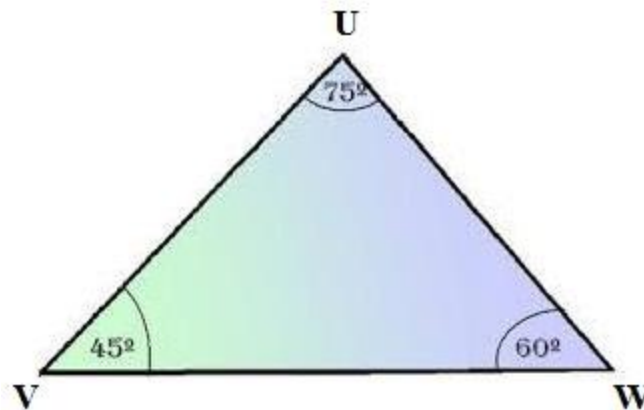
**Triángulos Escalenos:** Ninguno de sus lados tienen la misma medida, es decir, sus tres lados son diferentes.





*Como podemos observar el  $\Delta MNO$  tiene tres lados desiguales, lo cual lo convierte en un triángulo Escaleno.*

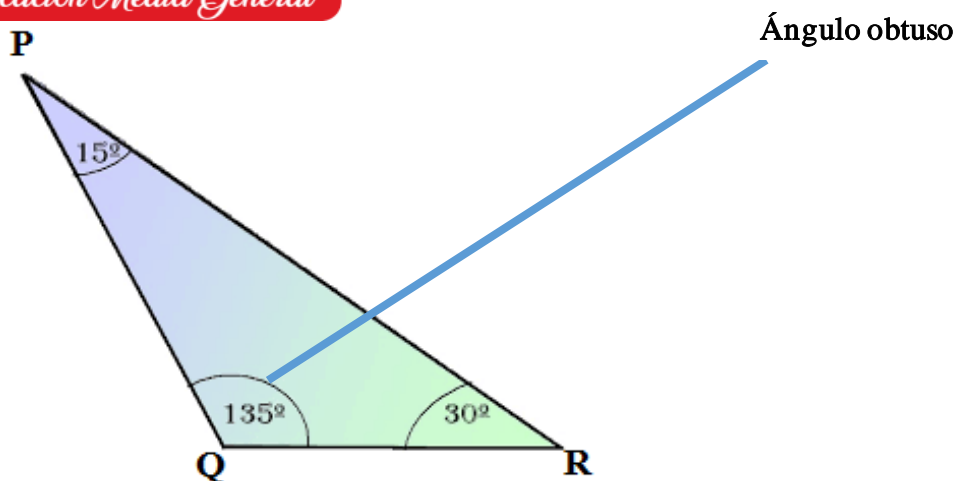
**Triángulos Acutángulos** aquel triángulo que posee tres ángulos agudos.



*Como podemos observar el  $\Delta UVW$  tiene tres ángulos agudos en su interior, lo cual lo convierte en un triángulo Acutángulo.*

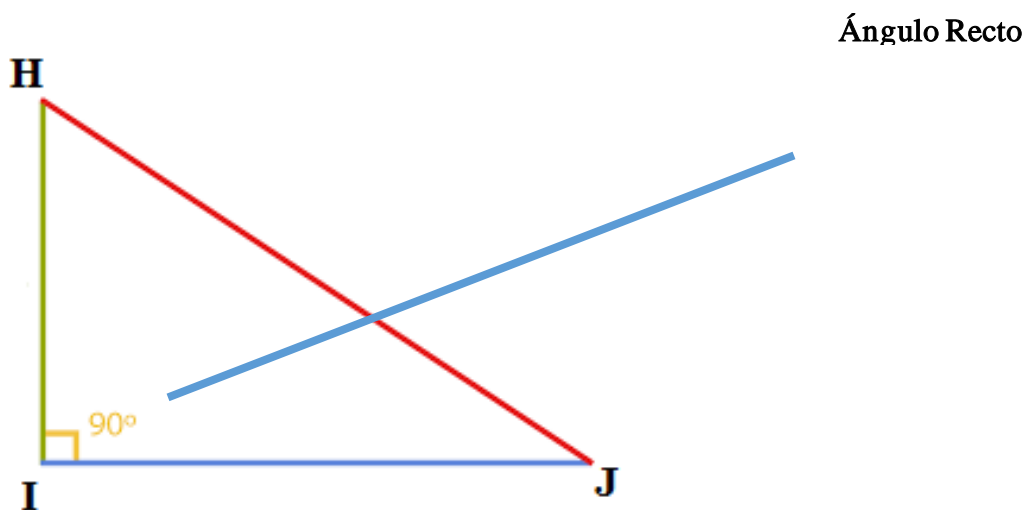
**Triángulos Obtusángulos:** Es aquel triángulo que posee un ángulo obtuso.

## Educación Media General



*Como podemos observar el  $\Delta PQR$  posee un ángulo obtuso en su interior, lo cual lo convierte en un triángulo Obtusángulo.*

**Triángulos Rectángulos:** Es aquel triángulo que posee un ángulo recto.



*Como podemos observar el  $\Delta HIJ$  posee un ángulo recto en su interior, lo cual lo convierte en un triángulo Rectángulo*

## CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS.

El número de datos necesarios para poder construir cualquier triángulo son tres, a veces los datos no se dan directamente sino que van implícitos en la propia definición del triángulo a resolver, por ejemplo:

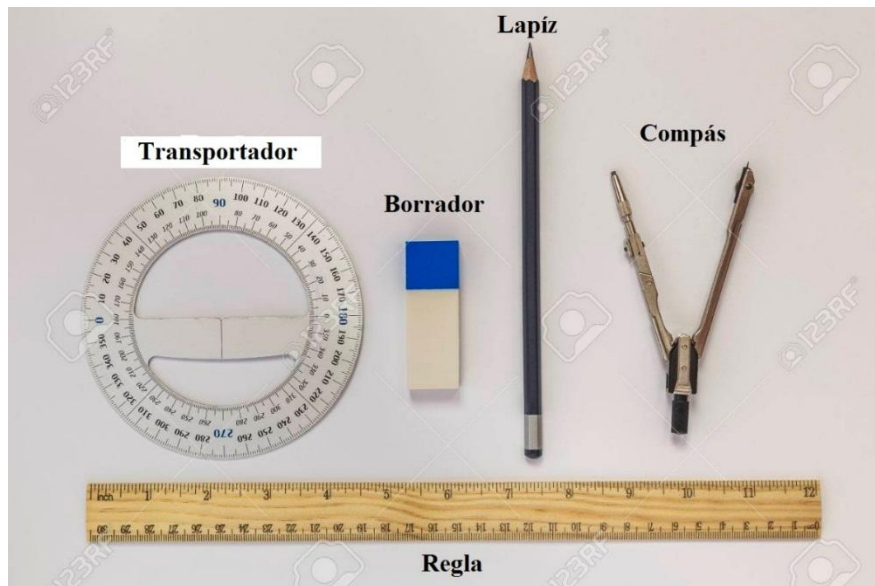
## *Educación Media General*

**EJERCICIO:** Dibuja un triángulo equilátero, donde solo se sabe que un lado mide 6cm.

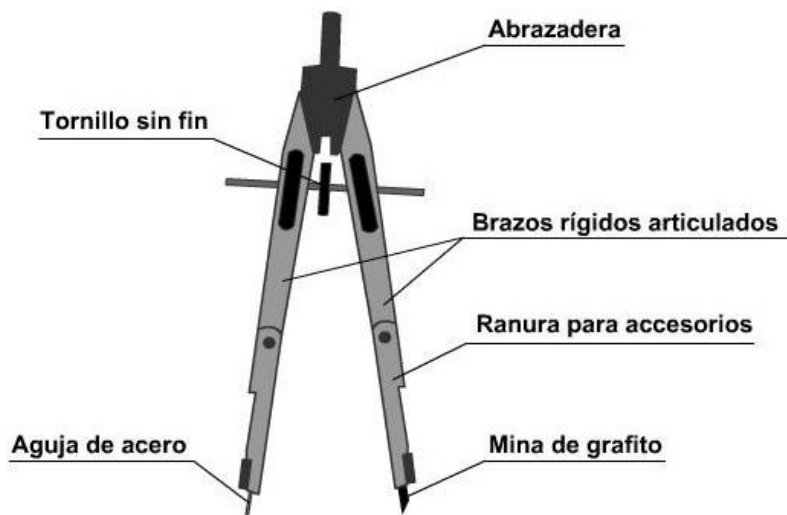
Este tipo de ejercicios lleva implícito que los tres lados son iguales (por definición triángulo equilátero), basta con que tengamos la medida de un solo lado para saber la de los otros dos. Son innumerables los ejercicios que pueden plantearse de construcción un triángulo, sin embargo debemos de tener claro algunos criterios para construir los mismos:

1. Conociendo los tres lados.
2. Conociendo dos lados y el ángulo comprendido entre ellos
3. Conociendo dos ángulos y un lado

Antes de comenzar a construir los triángulos es importante mencionar las herramientas necesarias para construir los mismos:



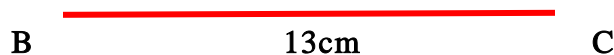
**Partes del compás**



## 1. Conociendo los tres lados.

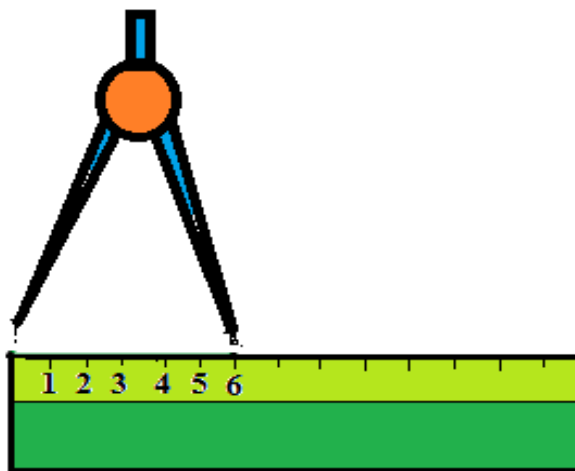
Supongamos que nos piden dibujar un triángulo cualquiera: Sea  $\triangle ABC$ , además la distancia de  $AB=6\text{cm}$ ,  $AC=10\text{cm}$   $BC=13\text{cm}$ . En este problema nos están indicando que el triángulo tiene como vértices A, B y C, también nos dicen que la distancia que hay del vértice A hasta el vértice B es 6cm, la distancia que hay del vértice A hasta el vértice C es de 10cm y la distancia desde el vértice B hasta el vértice C es de 13cm.

1.1. Primero dibujamos con una regla nuestra base del triángulo, no importa qué lado tomemos como base el procedimiento no va a variar mucho.



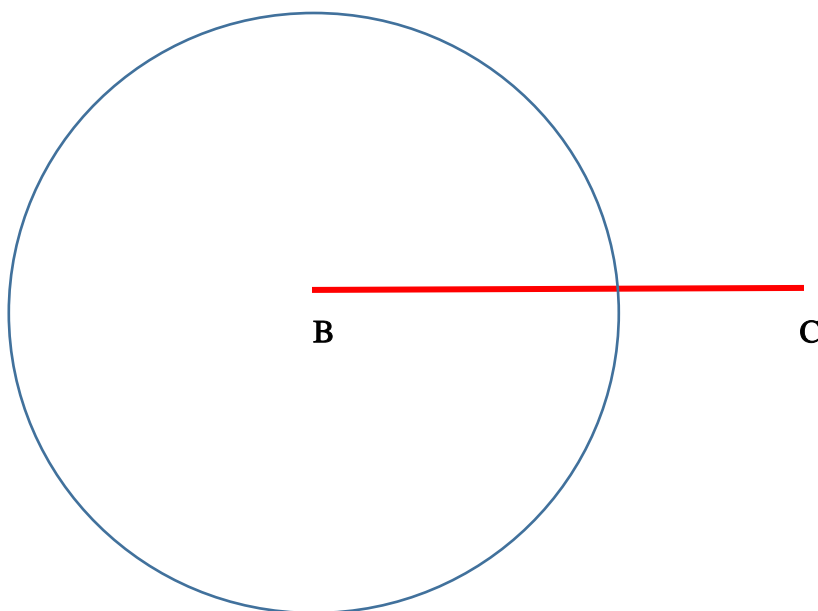
*Dibujamos el lado  $BC=13\text{CM}$  como base de nuestro triángulo.*

1.2. Ahora tomamos el compás y la regla, el compás debe tener una abertura de 6 cm (medida del lado AB). Para ello colocamos la aguja del compas en 0cm y la mina de grafito en 6cm.



*Abertura del compás 6cm*

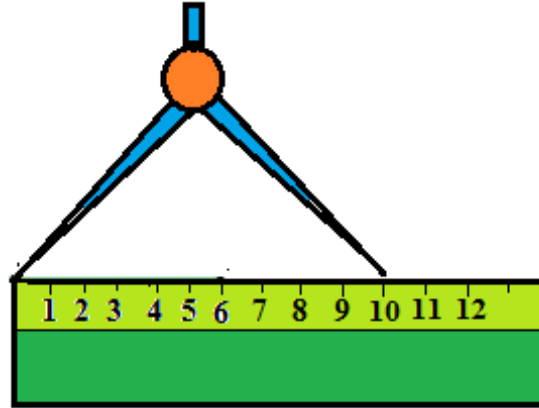
- 1.3. Con nuestro compás abierto 6 cm colocamos la aguja en el punto B de nuestro segmento BC y luego giramos el compás haciendo una circunferencia.



*Haciendo centro en el punto B hicimos una circunferencia con nuestro compás.*

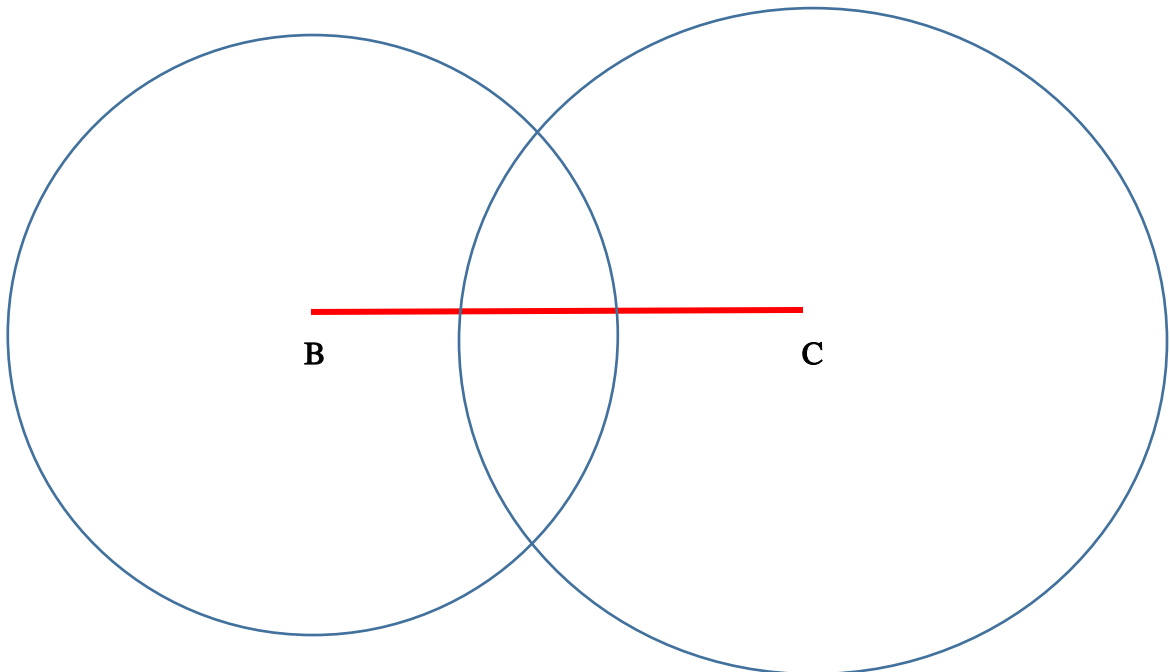
## *Educación Media General*

- 1.4. Tomando nuestra regla y compás nuevamente, debemos abrir el compás 10 cm (Medida del lado AC) colocando la aguja del compás en el cero y la mina de grafito la llevamos hasta 10 cm.



*Abertura del compás 10 cm*

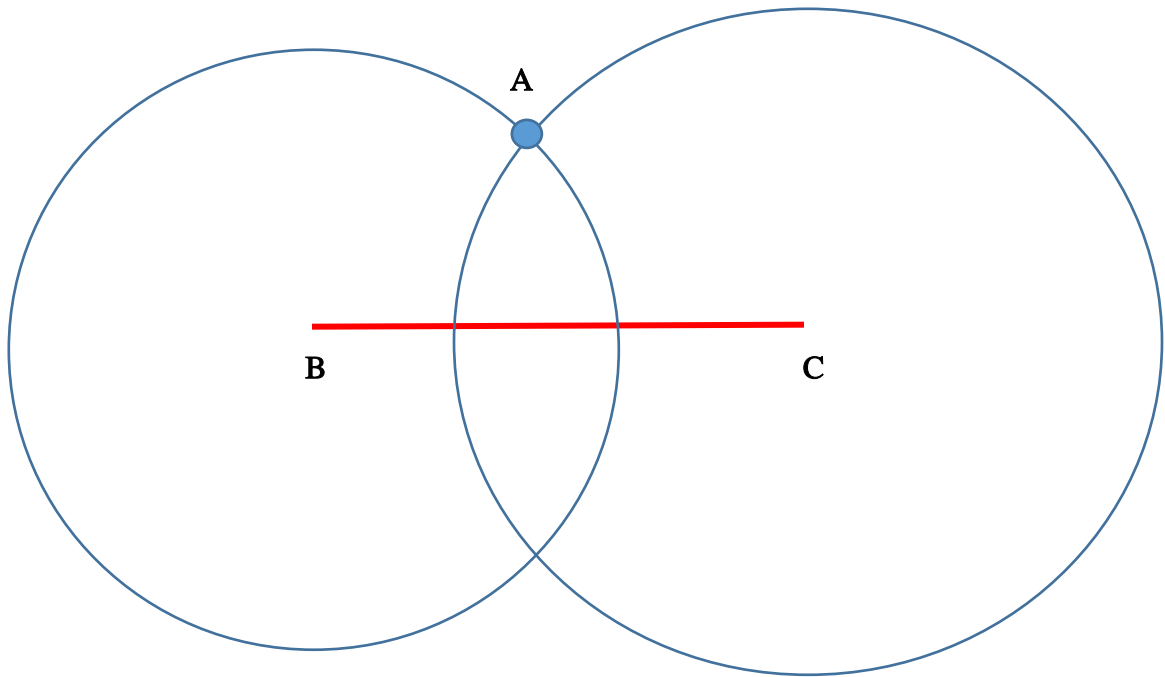
- 1.5. Una vez que tengamos la apertura de nuestro compás exactamente en 10 cm podemos hacer centro en el punto C y trazar nuestra otra circunferencia.



*Colocamos la aguja en el punto C y luego hacemos la otra circunferencia*

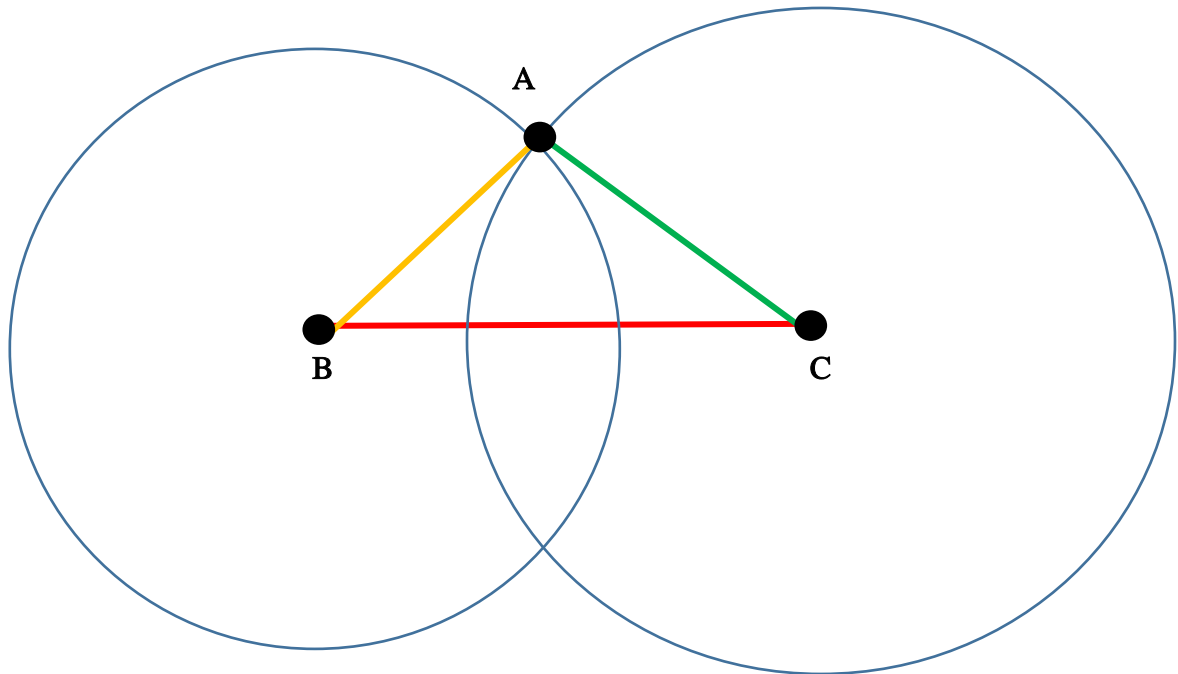
## *Educación Media General*

1.6. Observemos que nuestras circunferencias se cortan en dos puntos. Vamos a tomar cualquiera de los dos puntos de corte e identifiquemoslo con cualquier letra.



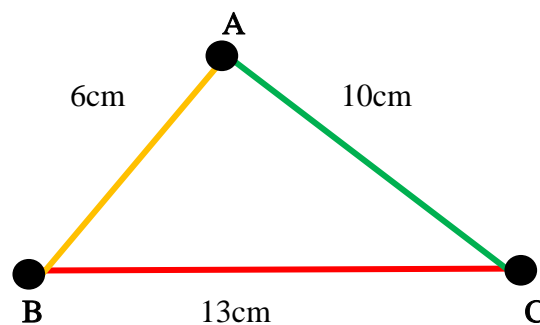
*Tomamos el Punto de corte superior y le llamamos punto A*

1.7. Ahora solo nos queda unir el punto B con el punto A y luego unimos el punto C con el punto A.



*Unimos los extremos de BC con el punto A, de esta forma originamos  
 $\triangle ABC$*

1.8. Solo queda tomar nuestro borrador y eliminar las circunferencias realizadas, esto es para que el trabajo quede impecable.



*$AB=6cm$ ,  $AC= 10cm$  y  $BC= 13cm$*





## *Educación Media General*

**Nota:** Para saber si realizamos bien la tarea debemos medir los lados de nuestro triángulo con una regla y deberíamos de obtener las mismas medidas que nos dan al principio del ejercicio. Si no es así cometimos un error en el procedimiento.

### 2. Conociendo dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.

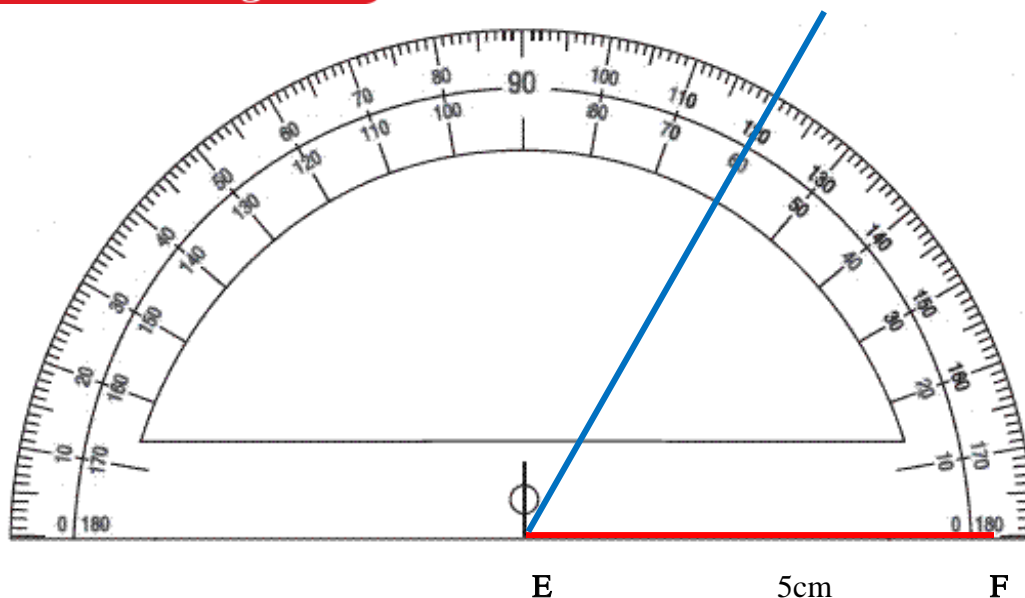
Veamos el siguiente ejercicio: Sea el triángulo EFG, donde  $EF = 5 \text{ cm}$ ,  $\angle E = 60^\circ$ ,  $EG = 3 \text{ cm}$ . Como podemos observar el triángulo tiene tres lados  $EF = 5 \text{ cm}$ ,  $EG = 3 \text{ cm}$  y el lado FG no lo tenemos como dato. También tenemos un ángulo  $E = 60^\circ$  que si lo analizamos, según lo que sabemos de un ángulo, E es el vértice del ángulo.

2.1. Primero dibujamos el lado más largo, en este caso EF el cual va a ser la base de nuestro triángulo



2.2. Desde uno de los extremo se traza con el transportador el ángulo que conocemos.

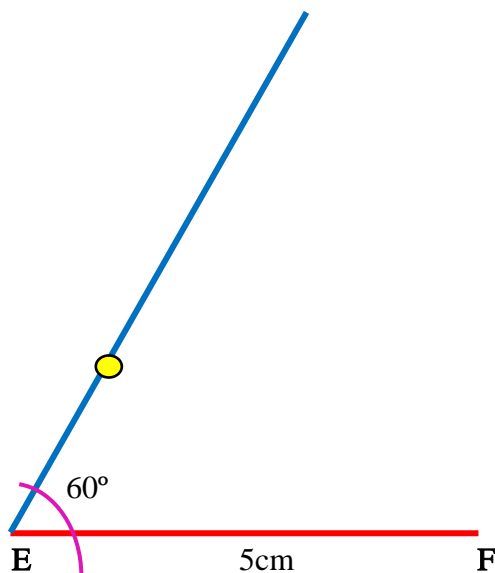
## Educación Media General



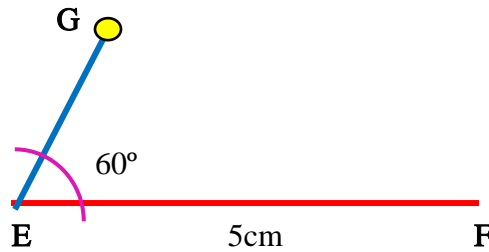
*Utilizando como base nuestro segmento  $EF$  y haciendo centro en el punto  $E$ , trazamos un segmento para hacer  $\angle E = 60^\circ$*

2.3. Una vez completado el  $\angle E = 60^\circ$ , medimos nuestro nuevo segmento (Azul) con la regla para que este mida 3cm exactamente, si no mide 3 cm exactos simplemente completamos el segmento o si le sobra borramos el excedente.

*Medimos el lado de nuestro ángulo y marcamos un punto justo donde mide 3cm.*

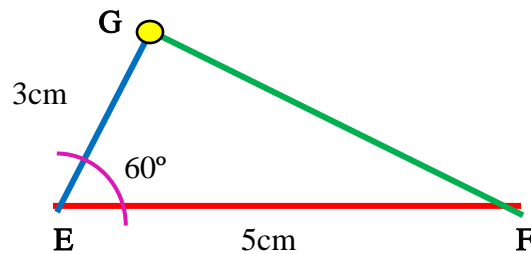


*Borramos el excedente de nuestro segmento.*



*El punto que marcamos le llamamos G, de esta forma generamos otro lado de nuestro triángulo, el lado EF*

2.4. Por último solo nos queda unir el punto F con el punto G. De esta forma completamos  $\triangle EFG$ .



*Unimos el vértice E con el vértice F, de esta forma tenemos nuestro lado FG y completamos el  $\triangle EFG$ . Es Escaleno y Acutángulo.*

**Nota:** Para saber si realizamos bien la tarea debemos medir los lados de nuestro triángulo con una regla y deberíamos de obtener las mismas medidas que nos dan al principio del ejercicio, además de eso debemos de tener el ángulo que teníamos como dato. Si no es así cometimos un error en el procedimiento.

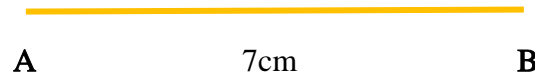
### 3. Conociendo dos ángulos y un lado.

Dibuja en tu cuaderno el  $\triangle ABC$   $AB=7\text{cm}$ ,  $\angle A=90^\circ$ ,  $\angle B=40^\circ$ . En este ejercicio nos están dando como dato un solo lado del triángulo, el lado  $AB=7\text{cm}$ . Otro dato que

## Educación Media General

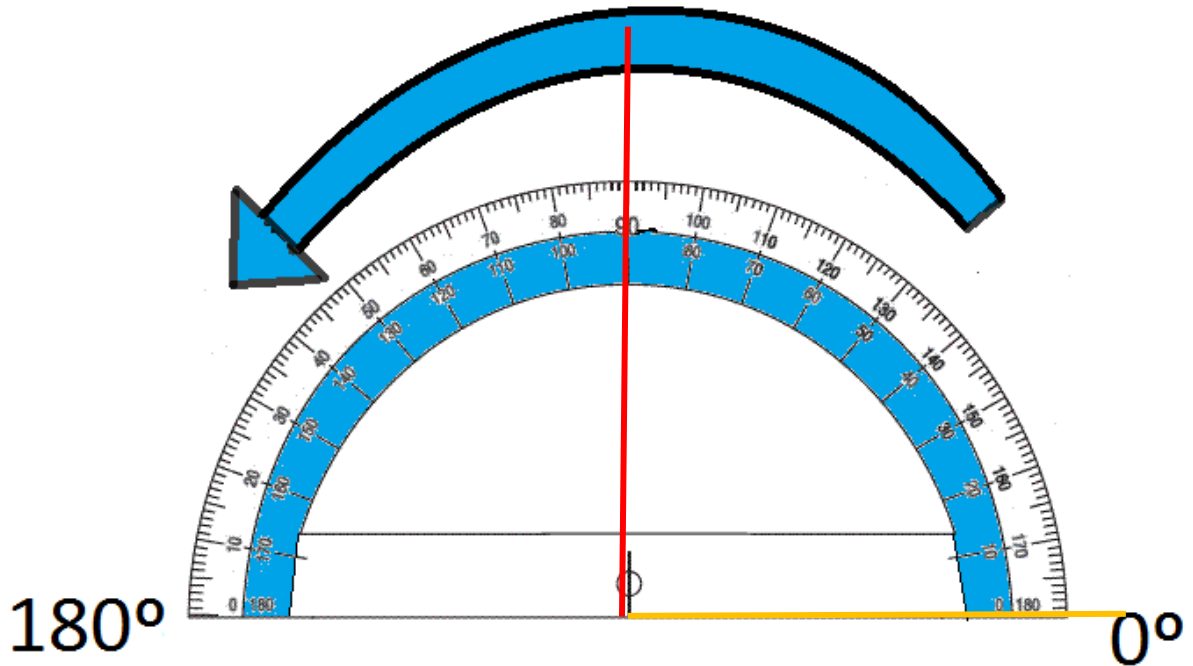
tenemos es el de un ángulo con vértice A que tiene una abertura de  $45^\circ$ , también tenemos el ángulo con vértice B y abertura  $50^\circ$ .

3.1. Primero dibujamos el segmento que representa al lado AB.

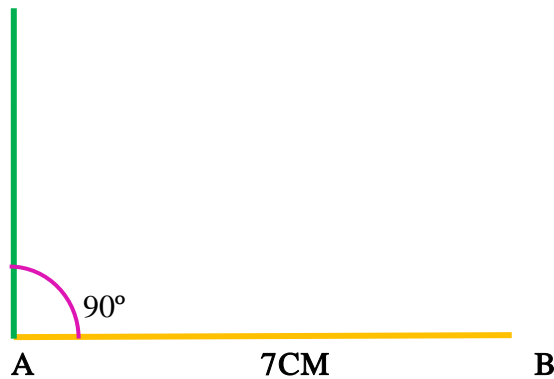


*Segmento  $AB=7\text{cm}$ , base de nuestro triángulo.*

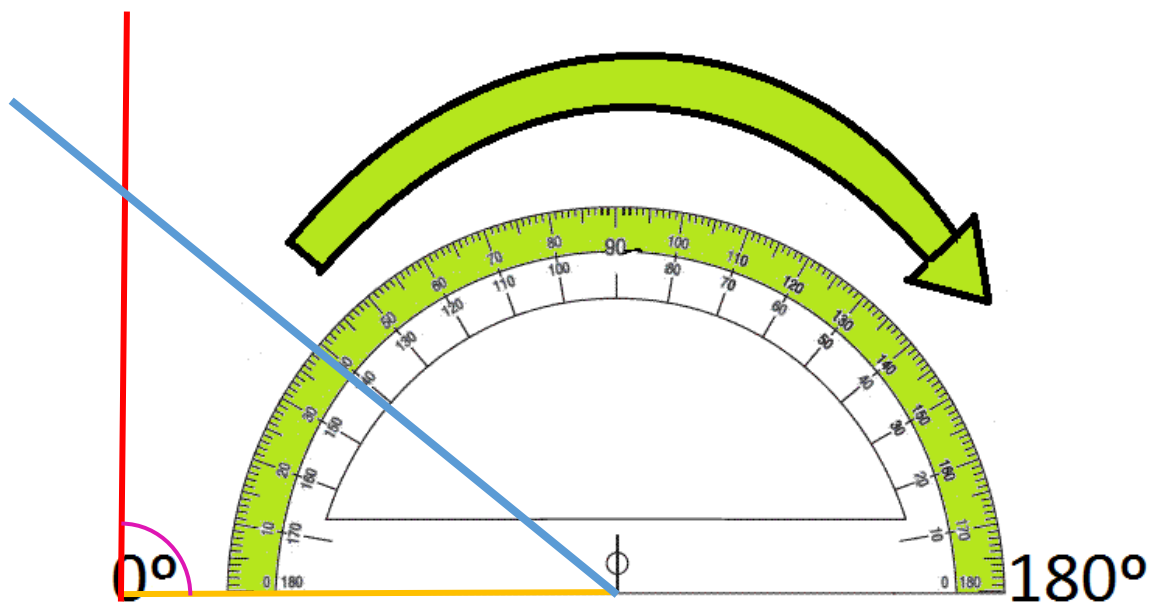
3.2. Desde sus extremos, que son dos vértices del triángulo, se trazan con el transportador los ángulos que conocemos  $\angle A$  y  $\angle B$ .



*Tomando el transportador hacemos centro en A y hacemos el primer ángulo,  $\angle A=90^\circ$*

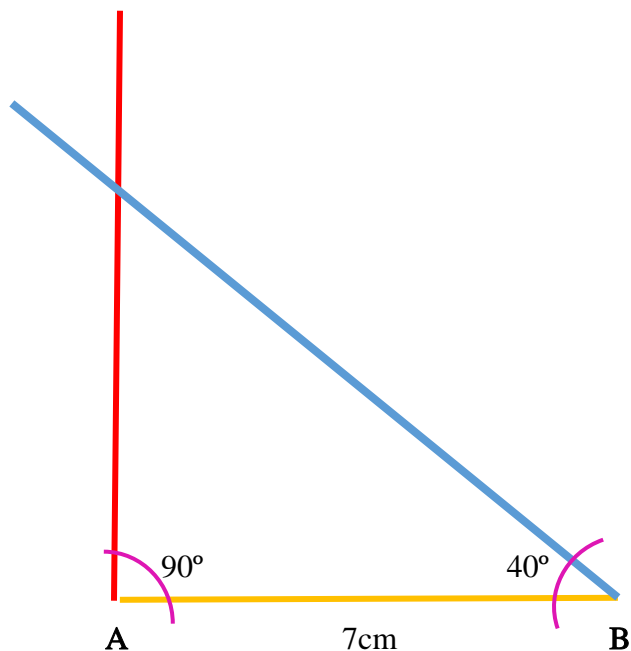


*De esta forma tenemos nuestro lado AB y el  $\angle A$*



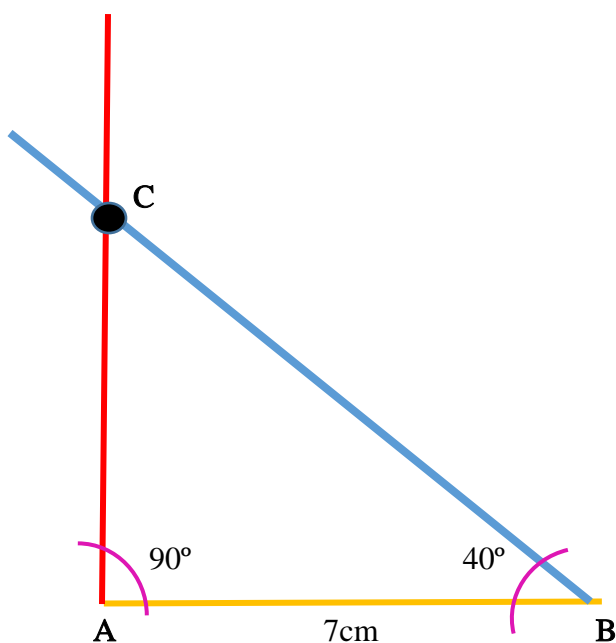
*Tomando el transportador hacemos centro en B y hacemos el segundo ángulo,  $\angle B = 40^\circ$*

## Educación Media General



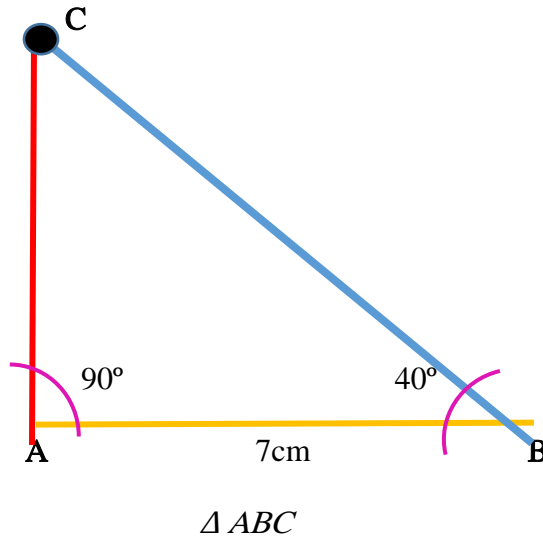
*De esta forma tenemos nuestro lado  $AB$ , el  $\angle A$  y el  $\angle B$*

3.3.El punto de unión de los lados de los ángulos es el tercer vértice del triángulo, lo marcamos y luego



## *Educación Media General*

*En el punto de corte de los lados de los ángulos que dibujamos, se forma un punto, ese punto lo llamamos punto C. De esta forma generamos el  $\Delta ABC$  solo queda eliminar los excedentes que nos quedaron.*



Para concluir, puedo decirles que los triángulos han sido objetos de estudio y han generado grandes descubrimientos a lo largo de la historia y en la actualidad, particularmente hoy en día podemos utilizarlos de muchas formas como:

- ✓ Pirámides
- ✓ Señales de tránsito
- ✓ Puentes
- ✓ Veleros
- ✓ Puertas
- ✓ Ventanas
- ✓ Escuadras

*“No abandones nunca tus sueños aunque, a veces, te ataque el insomnio del desaliento”*

*José Bello (2010)*



*Educación Media General*

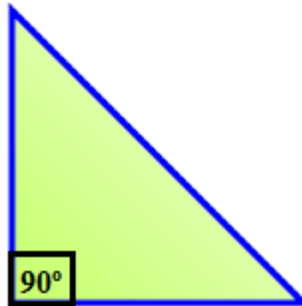


Ministerio  
del Poder Popular  
para la **Educación**  
Inclusión y Calidad



## *Actividades de Evaluación*

1. El triángulo siguiente es:

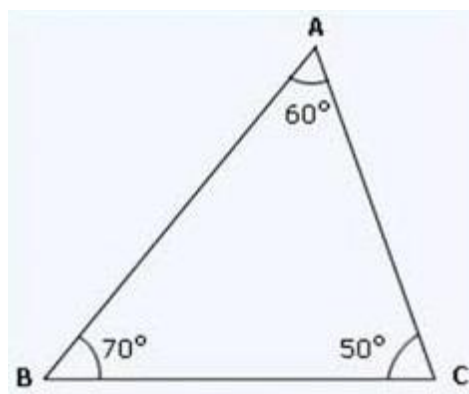


1.1. Acutángulo.

1.2. Rectángulo.

1.3. Obtusángulo.

2. El triángulo siguiente es:



2.1. Acutángulo.

2.2. Rectángulo.

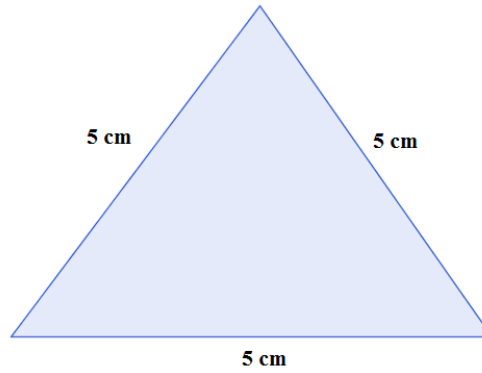




## Educación Media General

### 2.3. Obtusángulo

3. El triángulo siguiente es:

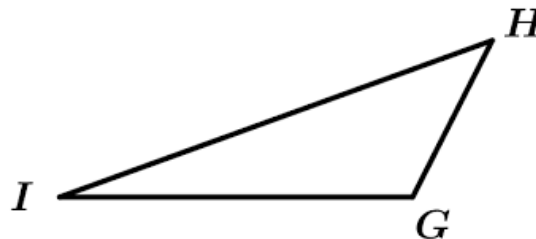


3.1. Isósceles

3.2. Equilátero

3.3. Escaleno

4. El triángulo siguiente es:

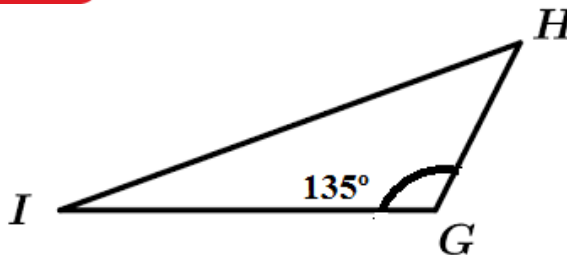


4.1. Isósceles

4.2. Equilátero

4.3. Escaleno

5. El triángulo siguiente es:



- 5.1. Acutángulo.
  - 5.2. Rectángulo.
  - 5.3. Obtusángulo.
6. Construye diferentes triángulos según las siguientes condiciones dadas a continuación:
- 6.1. Triángulo  $\triangle ABC$ , donde el lado  $AB = 3$  cm, el ángulo  $\sphericalangle A = 135^\circ$  y el lado  $AC = 6$  cm
  - 6.2. Triángulo  $\triangle EFG$ , donde el lado  $EF = 5$  cm, el lado  $FG = 5$  cm y el lado  $EG = 5$  cm
  - 6.3. Triángulo  $\triangle MNO$ , donde el ángulo  $\sphericalangle M = 60^\circ$ , el lado  $MN = 7$  cm y el ángulo  $\sphericalangle N = 60^\circ$
  - 6.4. Triángulo  $\triangle PQR$ , donde el lado  $PQ = 3$  cm, el ángulo  $\sphericalangle P = 90^\circ$  y el lado  $PR = 3$  cm
  - 6.5. Triángulo  $\triangle HJK$ , donde el lado  $HJ = 4$  cm, el lado  $JK = 8$  cm y el lado  $HK = 10$  cm
  - 6.6. Triángulo  $\triangle XYZ$ , donde el ángulo  $\sphericalangle X = 35^\circ$ , el lado  $XY = 3$  cm y el ángulo  $\sphericalangle Y = 25^\circ$
  - 6.7. Triángulo  $\triangle LWT$ , donde el lado  $LW = 3$  cm, el ángulo  $\sphericalangle L = 45^\circ$  y el lado  $LT = 4$  cm
  - 6.8. Triángulo  $\triangle SND$ , donde el lado  $SN = 7$  cm, el lado  $DS = 4$  cm y el lado  $DN = 7$  cm
  - 6.9. Triángulo  $\triangle JLK$ , donde el ángulo  $\sphericalangle J = 20^\circ$ , el lado  $JL = 4$  cm y el ángulo  $\sphericalangle L = 110^\circ$
7. Clasifica todos los triángulos que dibujaste anteriormente según la medida de sus lados y ángulos