Educación Media General

Lunes 25 de octubre 2021
Docente: Yaritza Maita.
3er Año "B"

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Proceso social del trabajo.

Tema Generador

Con alegría retornamos de forma segura a nuestros liceos.

Referentes Teóricos-Prácticos

Número Racionales Q.

- ✓ Definición
- ✓ Representación Gráfica.
- ✓ Operaciones en Q.
- ✓ Potenciación en Q.

Desarrollo del Tema

Números racionales "Q".

Un número racional es un número que representa el conjunto de todas las fracciones equivalentes a una dad. El conjunto de los números racionales se denomina con la letra Q.

Los números racionales positivos se denotan con la letra Q+ y los racionales negativos con Q^-.

$$Q^- = \left\{ \dots \frac{-5}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{-1}{3}, \frac{-1}{5} \dots \right\}$$

$$Q^+ \left\{ \dots \frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5} \dots \right\}$$

Un número racional es positivo si los términos de las fracciones que los representan tienen signos iguales. Ejemplos: $\frac{-2}{-3}, \frac{-5}{-4}, \frac{+1}{+2}, \frac{+2}{+4}$; es negativo si los signos que lo representan son diferentes. Ejemplos: $\frac{+2}{-4}, \frac{-1}{+2}, \frac{-3}{+7}$

Es decir: $Q^- \subset Q$

$Q^+ \subset Q$

El conjunto de los números racionales está formado también por el conjunto de los números enteros. Esto indica que los números racionales es una extensión de los números enteros y estos a la ve son extensión de los números naturales.

De manera que:

$N \subset Z$

$Z \subset Q$

Es decir: $N \subset Z \subset Q$

Q* representa todos los números racionales distinto de cero.

$$Q^* = \left\{ \dots \frac{-5}{2}, \frac{1}{-2}, \frac{1}{2}, \frac{-5}{2} \dots \right\}$$

Estos números racionales también lo podemos representar en la recta numérica.

Representación gráfica en Q.

Ejemplo:

1) Representa las siguientes fracciones en la recta numérica.

a) $\frac{1}{2}$ Dividimos

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ \cline{2-2} 0 & 0{,}5 \end{array}$$

Resultado decimal

b) $\frac{9}{2}$ Dividimos

$$\begin{array}{r|l} 9 & 2 \\ \cline{2-2} 10 & 4{,}5 \\ 0 & \end{array}$$

Resultado decimal

c) $\frac{7}{2}$ Dividimos

$$\begin{array}{r|l} 7 & 2 \\ \cline{2-2} 10 & 3{,}5 \\ 0 & \end{array}$$

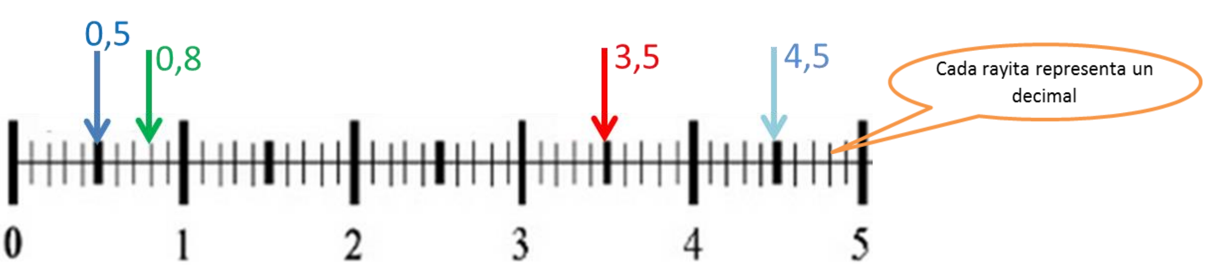
Resultado decimal

d) $\frac{4}{5}$ Dividimos

$$\begin{array}{r|l} 40 & 5 \\ \cline{2-2} 0 & 0{,}8 \end{array}$$

Resultado decimal

RECTA NUMÉRICA



Ubicamos primero los números naturales luego dividimos la fracción y su resultado decimal lo ubicamos en la recta numérica.

También podemos establecer una relación de orden en el conjunto Q.

Operaciones en Q.

Recordando

Partes de una Fracción

Numerador
$$\frac{a}{b}$$
Denominador

❖ Adición y sustracción de fracciones con igual denominador

Para sumar o restar dos o más fracciones con igual denominador, sumamos o restamos los numeradores y dejamos el mismo denominador.

Ejemplo:

a) $$\frac{2}{5}-\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$$

$$\frac{2-1}{5}=\frac{1}{5}+\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$$

❖ Adición y sustracción de fracciones con distinto denominador.

Para sumar o restar dos o más fraccione con diferentes denominadores, primero se convierten las fracciones dadas en fracciones equivalentes con igual denominador usando el m.c.m y luego se suman o restan las fracciones obtenidas.

Ejemplo:

1) Realiza las siguientes operaciones de fracciones.

a) $$\frac{4}{3}-\frac{1}{4}+\frac{5}{9}$$

Pasos:

1) Se calcula el m.c.m de:

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$3 = 3$ $\qquad 4 = 2^2$ $\qquad 9=3^2$

$$\text{m.c.m } (3, 4 \text{ y } 9) = \; = 3^2 \,.\, 2^2$$
$$= 9 \,.\, 4$$
$$= 36$$

Será el Denominador

Quedando así.

$$\frac{?}{36} - \frac{?}{36} + \frac{?}{36}$$

Luego calculamos los numeradores

2) Se divide el m.c.m entre cada denominador y su resultado se multiplica por cada numerador de la fracción original, luego este representará el valor del numerador.

$36 \div 3 = 12 \text{ x } 4 = 48$

$36 \div 4 = 9 \text{ x } 1 = 9$

$36 \div 9 = 4 \text{ x } 5 = 20$

Resultados de los numeradores

Entonces sustituimos los numeradores

$$\frac{48}{36} - \frac{9}{36} + \frac{20}{36}$$

3) Luego aplicamos la operación de fracción con igual denominador.

$$\frac{48 - 9 + 20}{36} = \frac{39 + 20}{36} = \frac{59}{36}$$

b) $$\frac{12}{4} + \frac{3}{5}$$

Se calcula el m.c.m de:

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ 1 & \\ & \end{array}$$

$$4 = 2^2 \qquad 5 = 5$$

m.c.m (4 y 5) = 2^2 . 5

= 4 . 5

= 20

Será el Denominador

Quedando así.

$$\frac{?}{20} + \frac{?}{20}$$

Luego calculamos los numeradores

20 ÷ 4 = 5 x 12 = 60

20 ÷ 5 = 4 x 3 = 12

Resultados de los numeradores

Entonces sustituimos los numeradores

$$\frac{60}{20} + \frac{12}{20} = \frac{60 + 12}{20} = \frac{72}{20}$$

- **Propiedades de la adición.**

1) **Conmutativa:** El orden de los sumando no altera la suma.

Ejemplo:

a) $$\frac{12}{2}+\frac{1}{2}=\frac{13}{2}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{12}{2}=\frac{13}{2}$$

2) **Asociativa**: Al agrupar dos o más sumando de diferentes formas, se obtiene la misma suma.

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{3}\right)+\frac{5}{3}=\frac{2}{3}+\left(\frac{4}{3}+\frac{5}{3}\right)$$

$$\frac{6}{3}+\frac{5}{3}=\frac{2}{3}+\frac{9}{3}$$

$$\frac{11}{3}=\frac{11}{3}$$

3) **Elemento neutro**: Cualquier número sumado con cero da como resultado el mismo número.

Ejemplo: $$\frac{50}{3}+0=\frac{50}{3}$$

❖ <u>Multiplicación de fracciones</u>

Para multiplicar dos o más fracciones tiene como numerador el producto de los numeradores y como denominador el producto de los denominadores.

Ejemplo:

Resolver las siguientes operaciones.

a) $\dfrac{1}{4} \times \dfrac{5}{3} = \dfrac{1 \times 5}{4 \times 3} = \dfrac{5}{12}$

- **Propiedades de la multiplicación.**

1) Conmutativa: El orden de los factores no altera el producto.

Ejemplo:

$$\frac{2}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$$

$$\frac{6}{20} = \frac{6}{20}$$

2) Asociativa: Al agrupar dos o más factores de diferentes formas, se obtiene el mismo producto.

Ejemplo:

$$\left(\frac{4}{3} \times \frac{5}{2}\right) \times \frac{6}{7} = \frac{4}{3} \times \left(\frac{5}{2} \times \frac{6}{7}\right)$$

$$\frac{20}{6} \times \frac{6}{7} = \frac{4}{3} \times \frac{30}{14}$$

$$\frac{120}{42} = \frac{120}{42}$$

3) Elemento neutro: Todo los números multiplicados por uno, da como resultado el mismo número.

Ejemplo: $\dfrac{5}{2} \times 1 = \dfrac{5}{2}$

4) Factor cero: todo número multiplicado por cero da como resultado cero.

Ejemplo: $\dfrac{2}{3} \times 0 = 0$

5) Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición.

Se aplica cuando uno de los factores es una suma, consiste en multiplicar cada uno de ellos por el factor, luego se suman estos productos.

Ejemplo:

$$\frac{2}{3} x \left(\frac{7}{2}+\frac{5}{2}\right) = \frac{2}{3} x \frac{7}{2} + \frac{2}{3} x \frac{5}{2}$$

$$\frac{14}{6} + \frac{10}{6}$$

$$\frac{24}{6}$$

❖ <u>**División de fracciones**</u>

Para dividir una fracción entre otra, se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda fracción.

Ejemplo:

Realiza las siguientes operaciones

a) $$\frac{6}{17} \div \frac{5}{3} = \frac{6}{17} x \frac{3}{5} = \frac{6 \text{ x } 3}{17 \text{ x } 5} = \frac{18}{85}$$

Inversa

b) $$\frac{7}{3} \div \frac{8}{9} = \frac{7}{3} x \frac{9}{8} = \frac{7 \text{ x } 9}{3 \text{ x } 8} = \frac{63}{24}$$

Inversa

Potenciación:

El producto de una fracción por si misma n veces es una potencia cuya base es la fracción y n es el exponente. Es decir, para elevar una fracción a una potencia de exponente n > 0, se elevan tanto el numerador como el denominador a dicha potencia.

Esto es $\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \frac{a^n}{b^n}$

n → Exponente

$\frac{a}{b}$ → Base

Ejemplos:

a) $\left(\frac{2}{4}\right)^{2} = \frac{2^2}{4^2} = \frac{4}{16}$

Se multiplica la base tantas veces indique el exponente

b) $\left(\frac{-1}{3}\right)^{2} = \frac{(-1)^2}{3^2} = \frac{+1}{9}$

Cuando la base es negativa se aplica regla de signos de la multiplicación

c) $\underbrace{\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2}}_{\text{Inverso}} = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$

Para resolver una potencia con exponente negativo se aplica inverso para luego cambiar el signo del exponente y así poder resolver la potencia

d) $(2)^{-2} = \underbrace{\left(\frac{2}{1}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2}}_{\text{Inverso}} = \frac{1^2}{2^2} = \frac{1}{4}$

Se aplica inverso. Se sobre entiende que debajo del 2 está como denominador un 1.

e) $\left(\frac{4}{-5}\right)^{2} = \frac{4^2}{(5)^2} = \frac{16}{+25}$

Observemos la siguiente tabla.

Multiplicación	Potencia	Base	Exponente	Lo leemos	Producto
$\frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4}$	$\left(\frac{2}{4}\right)^3$	$\frac{2}{4}$	3	Dos cuarto elevados al cubo.	$\frac{8}{64}$
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^4$	$\frac{1}{2}$	4	Un medio elevado a la cuarta	$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^2$	$\frac{1}{3}$	2	Un tercio elevado a la dos	$\frac{1}{9}$

❖ **Propiedades de Potenciación.**

1. <u>Multiplicación de potencias de base iguales</u>: Es cuando se tiene un producto de factores iguales. Para aplicar esta propiedad se deja una sola base y se suman todos sus exponentes.

   Ejemplos:

   a) $\left(\frac{7}{2}\right)^4 \times \left(\frac{7}{2}\right) \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^{4+1+2} = \left(\frac{7}{2}\right)^7$

   b) $\left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \frac{3}{5}^{1+1-2} = \frac{3}{5}^{0} = 1$

   c) $\left(\frac{-1}{2}\right)^0 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^5 = \left(\frac{-1}{2}\right)^{0+4+5} = \left(\frac{-1}{2}\right)^9$

2. <u>División de potencias de bases iguales</u>: Es cuando se tiene una división donde el dividendo y el divisor son iguales. Para aplicar esta propiedad se deja una sola base y se restan sus exponentes. (Dividendo menos divisor).

Ejemplos:

$$a)\quad \left(\frac{6}{7}\right)^{8} \div \left(\frac{6}{7}\right) = \left(\frac{6}{7}\right)^{8-1} = \left(\frac{6}{7}\right)^{7}$$

$$b)\quad \left(\frac{3}{4}\right) \div \left(\frac{3}{4}\right)^{2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{1-2} = \underbrace{\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^{1}}_{\text{Inverso}}$$

3. <u>Potencia de una potencia</u>: Es cuando existe una base y varios exponentes. Para aplicar esta propiedad se deja la misma base y se multiplican sus exponentes.

Ejemplo: $\left\{\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{4}\right]\right\}^{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{4x5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{20}$

Se utilizan llaves, corchetes y paréntesis para separa los exponentes.

$$\left\{\left[\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\right]\right]^{-2}\right\}^{-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4x(-2)x(-5)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{40}$$

Se aplica regla de signos de la multiplicación

4. <u>Potencia de un producto:</u> Se eleva cada factor al exponente dado.

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2} X \frac{3}{2}\right)^{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2} X \left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \frac{3^{2}}{(2x2)^{2}} = \frac{9}{4^{2}} = \frac{9}{16}$$

❖ **Casos Particulares.**

➢ Todo número elevado a la unidad es igual a la misma base.

Ejemplo:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}, \quad \text{con } b \neq 0$$

➢ Todo número elevado a la cero es igual a uno.

Ejemplo:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

Actividades de Evaluación

1) Representa en la recta numérica los siguientes números racionales. (1 pto c / u)

$$\frac{8}{3}, \frac{4}{-2}, \frac{5}{3}, \frac{2}{5}$$

2) Realiza las siguientes operaciones dadas. (1 pto c / u)

a) $\frac{6}{7} + \frac{4}{3} =$

b) $\frac{6}{8} + \frac{3}{8} + \frac{5}{8} - \frac{2}{8} =$

c) $\frac{5}{7} \times \frac{8}{3} =$

d) $\frac{7}{8} \div \frac{15}{8} =$

3) Resolver las siguientes potencias: (1 pto c/u)

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3}$

b) $\left(\frac{4}{1}\right)^{-3} =$

c) $\left(\frac{-6}{8}\right)^{2} =$

d) $\left(\frac{-4}{6}\right)^{3} =$

4) Aplica la propiedad de potenciación según corresponda

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{2} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{2} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{3} =$

b) $\left(\frac{8}{6}\right)^{-2} \div \left(\frac{8}{6}\right)^{4} =$

C) $\left\{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right]^{-2}\right\} =$

<u>Instrumento de evaluación:</u>

- Guía de evaluación :15 pts
- Presentación de la actividad (Pulcritud, ortografía, foto legible) : 2 pts
- Identificación de la actividad al ser enviada al correo: 1 pto
  (Nombre, apellido, año y sección del estudiante)
- Puntualidad de entrega: 2 pts

NOTA:

Enviar evidencia al siguiente correo yaritzamaita@Gmail.com

(Tomar y enviar foto nada más a la parte de la actividad a evaluar)

Fecha de entrega de la actividad a evaluar el 19/11/2021

Si tienen alguna inquietud o duda pueden comunicarse con mi persona: 04120913435 (Llamadas y mensajes de textos).