Educación Media General

Miercoles, 18 de mayo de 2022
Docente: Martín Marcano
5to Año “A y B”

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Ciencia, tecnología e innovación.

Tema Generador

Responsabilidad escolar y comunitaria en la creación de nuevos hábitos necesarios en el post-pandemia.

Referentes Teóricos-Prácticos

Probabilidad, Estadística y Teoría Combinatoria.

Desarrollo del Tema

En el estudio de la estadística tratamos básicamente con la presentación e interpretación de **resultados fortuitos** que ocurren en un estudio planeado o en una investigación científica. Por ejemplo, en Maturín, y con la finalidad de justificar la instalación de un semáforo, se podría registrar el número de accidentes que ocurren mensualmente en una intersección de la Avenida Juncal con la Avenida Orinoco; en una fábrica se podrían clasificar los artículos que salen de la línea de ensamble como “defectuosos” o “no defectuosos”; en una reacción química se podría revisar el volumen de gas que se libera cuando se varia la concentración de un ácido. Por ello, quienes se dedican a la estadística a menudo manejan datos numéricos que representan conteos o mediciones, o **datos categóricos** que se podrían clasificar de acuerdo con algún criterio. En este sentido, al referirnos a cualquier registro de información, ya sea numérico o categórico, utilizaremos el término **observación**. Por consiguiente, los números 2, 0, 1 y 2, que representan el número de accidentes que ocurrieron cada mes, de enero a abril, durante el año pasado en una intersección de la Avenida juncal con Orinoco, constituyen un

conjunto de observaciones. Lo mismo ocurre con los datos categóricos *N, D, N, N* y *D*, que representan los artículos defectuosos o no defectuosos cuando se inspeccionan cinco artículos y se registran como observaciones.
Los estadísticos utilizan la palabra **experimento** para describir cualquier proceso que genere un conjunto de datos. Un ejemplo simple de experimento estadístico es el lanzamiento de una moneda al aire. En tal experimento solo hay dos resultados posibles: cara o sello. Otro experimento podría ser el lanzamiento de un misil y la observación de la velocidad a la que se desplaza en tiempos específicos. Las opiniones de los votantes respecto de un nuevo impuesto sobre las ventas también se pueden considerar como observaciones de un experimento. En estadística nos interesan, en particular, las observaciones que se obtienen al repetir varias veces un experimento. En la mayoría de los casos los resultados dependerán del azar, por lo tanto, no se pueden predecir con certeza. Si un químico realizara un análisis varias veces en las mismas condiciones, obtendría diferentes medidas, las cuales indicarían un elemento de probabilidad en el procedimiento experimental. Aun cuando lancemos una moneda al aire repetidas veces, no podemos tener la certeza de que en un lanzamiento determinado obtendremos cara como resultado. Sin embargo, conocemos el conjunto completo de posibilidades para cada lanzamiento.

Definición 1. Al conjunto de todos los resultados posibles de un experimento estadístico se le llama **espacio muestral** y se representa con el símbolo *S*.

A cada resultado en un espacio muestral se le llama **elemento** o **miembro** del espacio muestral, o simplemente **punto muestral**. Si el espacio muestral tiene un numero finito de elementos, podemos *listar* los miembros separados por comas y encerrarlos entre llaves. Por consiguiente, el espacio muestral *S*, de los resultados posibles cuando se lanza una moneda al aire, se puede escribir como
$S = \{C, S\}$.

en donde *C* y *S* corresponden a “caras” y “sellos”, respectivamente.

Ejemplo 1. Considere el experimento de lanzar un dado. Si nos interesara el número que aparece en la cara superior, el espacio muestral seria $S1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Si solo estuviéramos interesados en si el número es par o impar, el espacio muestral sería simplemente $S2 = \{\text{par}, \text{impar}\}$.

Estamos ilustrando el hecho de que se puede usar más de un espacio muestral para describir los resultados de un experimento. En este caso, *S*1 brinda más información que *S*2. Si sabemos cuál elemento ocurre en *S*1, podremos indicar cual resultado tiene lugar en *S*2; no obstante, saber lo que pasa en *S*2 no ayuda mucho a determinar que elemento ocurre en *S*1. En general, lo deseable sería utilizar un espacio muestral que proporcione la mayor información acerca de los resultados del experimento.

Ejemplo 2. Un experimento consiste en lanzar una moneda y después lanzarla una segunda vez si sale cara, pero si en el primer lanzamiento sale sello, entonces se lanza un dado una vez.
Listando todos los resultados posibles tenemos:

S={CC,CS,S1,S2,S3,S4,S5,S6}.
Tenemos un espacio muestral cuyo tamaño es 8.

Ejemplo 3. Suponga que se seleccionan, de forma aleatoria, tres artículos de un proceso de fabricación. Cada artículo se inspecciona y se clasifica como defectuoso, *D,* o no defectuoso, *N*.
El espacio muestral para este experimento sería:
S={*DDD*, *DDN*, *DND*, *DNN*, *NDD*, *NDN*, *NND*, *NNN*}.
Tamaño de (S)=8

Ejemplo 4. Se lanzan un par de dados (suponga un dado azul y el otro rojo) y se observan las caras superiores.
Se forma el siguiente espacio muestral:
S={(1,1);(1,2);(1,3);(1,4);(1,5);(1,6);
(2,1);(2,2);(2,3);(2,4);(2,5);(2,6);
(3,1);(3,2);(3,3);(3,4);(3,5);(3,6)
(4,1);(4,2);(4,3);(4,4);(4,5);(4,6)
(5,1);(5,2);(5,3);(5,4);(5,5);(5,6)
(6,1);(6,2);(6,3);(6,4);(6,5);(6,6)}
Tamaño(S)=36

Los espacios muestrales con un número grande o infinito de puntos muestrales se describen mejor mediante un **enunciado** o **método de la regla**. Por ejemplo, si el conjunto de resultados posibles de un experimento fuera el conjunto de ciudades en el mundo con una población de más de un millón de habitantes, nuestro espacio muestral se escribiría como $S = \{x \mid x$ es una ciudad con una población de más de un millón de habitantes$\}$, que se lee "*S* es el conjunto de todas las *x,* tales que *x* es una ciudad con una población de más de un millón de habitantes". La barra vertical se lee como "tal que".

Evento Aleatorio.

En cualquier experimento dado, podríamos estar interesados en la ocurrencia de ciertos **eventos**, más que en la ocurrencia de un elemento especifico en el espacio muestral. Por ejemplo, quizás estemos interesados en el evento *A*, en el cual el resultado de lanzar un dado es divisible entre 3. Esto ocurrirá si el resultado es un elemento del subconjunto $A = \{3, 6\}$ del espacio muestral $S1$ del **Ejemplo 1.** Otro ejemplo: podríamos estar interesados en el evento *B* de que el número de artículos defectuosos sea mayor que 1 en el **Ejemplo 3.** Esto ocurrirá si el resultado es un elemento del subconjunto *B* = {*DDN*, *DND*, *NDD*, *DDD*} del espacio muestral *S*. Para cada evento asignamos un conjunto de puntos muestrales, que constituye un subconjunto del espacio muestral. Este subconjunto representa la totalidad de los elementos para los que el evento es cierto.

Definicion 2. Un **evento** es un subconjunto de un espacio muestral.

Desarrollo de la Teoría de Probabilidades e Inferencia Estadística.

Quizá fue la insaciable sed del ser humano por el juego lo que condujo al desarrollo temprano de la teoría de la probabilidad. En un esfuerzo por aumentar sus triunfos, algunos pidieron a los matemáticos que les proporcionaran las estrategias óptimas para los diversos juegos de azar. Algunos de los matemáticos que brindaron tales estrategias fueron Pascal, Leibniz, Fermat y James Bernoulli. Como resultado de este desarrollo inicial de la teoría de la probabilidad, la inferencia estadística, con todas sus predicciones y generalizaciones, ha rebasado el ámbito de los juegos de azar para abarcar muchos otros campos asociados con los eventos aleatorios, como la política, los negocios, el pronóstico del clima y la investigación científica. Para que estas predicciones y generalizaciones sean razonablemente precisas, resulta esencial la comprensión de la teoría básica de la probabilidad. A que nos referimos cuando hacemos afirmaciones como "Juan probablemente ganará el torneo de tenis", o "tengo 50% de probabilidades de obtener un número par cuando lanzo un dado", o "el equipo de EEUU no tiene posibilidades de ganar el juego de futbol esta noche contra Brasil", o "la mayoría de nuestros graduados probablemente estarán casados dentro de tres años". En cada caso expresamos un resultado del cual no estamos seguros, pero con base en la experiencia, o a partir de la comprensión de la estructura del experimento, confiamos hasta cierto punto en la validez de nuestra afirmación. En este estudio consideraremos solo aquellos experimentos para los cuales el espacio muestral contiene un numero finito de elementos. La probabilidad de la ocurrencia de un evento que resulta de tal experimento estadístico se evalúa utilizando un conjunto de números reales denominados **pesos** o **probabilidades**, que van de 0 a 1. Para todo punto en el espacio muestral asignamos una probabilidad tal que la suma de todas las probabilidades es 1. Si tenemos razón para creer que al llevar a cabo el experimento es bastante probable que ocurra cierto punto muestral, le tendríamos que asignar a este una probabilidad cercana a 1. Por el contrario, si creemos que no hay probabilidades de que ocurra cierto punto muestral, le tendríamos que asignar a este una probabilidad cercana a cero. En muchos experimentos, como lanzar una moneda o un dado, todos los puntos muestrales tienen la misma oportunidad de ocurrencia, por lo tanto, se les asignan probabilidades iguales. A los puntos fuera del espacio muestral, es decir, a los eventos simples que no tienen posibilidades de ocurrir, les asignamos una probabilidad de cero. Para encontrar la probabilidad de un evento A sumamos todas las probabilidades que se asignan a los puntos muéstrales en A. Esta suma se denomina **probabilidad** de A y se denota con $P(A)$.

Definición 3. La **probabilidad** de un evento A es la suma de los pesos de todos los puntos muestrales en A. Por lo tanto,
$0 \leq P(A) \leq 1$.

Ejercicio 5. Una moneda se lanza dos veces. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra al menos una cara (C)?

Solución:

El espacio muestral para este experimento es $S = \{CC, CS, SC, SS\}$

Sea A el evento de obtener al menos una cara.

Como nos interesan los casos donde hay al menos una cara entonces, "A" quedaría definido de la siguiente manera: A={CC, CS, SC}

Por lo tanto P(A)=$\frac{3}{4} = 0{,}75$

Las probabilidades también pueden ser representadas mediante porcentajes simplemente multiplicando por 100 el resultado final, así P(A)=0,75 significa que hay un 75% de probabilidad de obtener al menos una cara en el experimento aleatorio.

Ejercicio 6. A una clase de Deporte y Recreación asisten 25 estudiantes de ingeniería industrial, 10 de ingeniería mecánica, 10 de ingeniería eléctrica y 8 de ingeniería civil. Si el profesor elige al azar a un estudiante para que conteste una pregunta, ¿qué probabilidades hay de que el elegido sea *a*) estudiante de ingeniería industrial, *b*) estudiante de ingeniería civil o estudiante de ingeniería eléctrica?

Solución:

Las especialidades de los estudiantes de ingeniería industrial, mecánica, eléctrica y civil se denotan con *I*, *M*, *E* y *C*, respectivamente. El grupo está integrado por 53 estudiantes y todos tienen las mismas probabilidades de ser seleccionados.

a) Como 25 de los 53 individuos estudian ingeniería industrial, la probabilidad del evento *I*, es decir, la de elegir al azar a alguien que estudia ingeniería industrial, es

$P(I) = \frac{25}{53} = 0{,}472$

b) Como 18 de los 53 estudiantes son de las especialidades de ingeniería civil o eléctrica, se deduce que

$P(C \text{ ó } E) = \frac{18}{53} = 0{,}340$

Ejemplo 7. Al lanzar un par de dados, ¿Cuál es la probabilidad de que las caras superiores sumen 5? ¿Cuál es la probabilidad de que las caras superiores tengan el mismo número? ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de las caras superiores sea 17?

Solución:

El espacio muestral de este experimento fue estudiado en el **Ejemplo 4** y tenemos que el Tamaño de (S)=36. Definamos entonces los siguientes eventos:

A: evento de que las cara superiores sumen 5.

A={(1,4);(2,3);(3,2);(4,1)}________ Tamaño de (A)= 4

B: evento de que las caras superiores tengan el mismo número.
B={(1,1);(2,2);(3,3);(4,4);(5,5);(6,6)}______ Tamaño de (B)= 6

C: evento de que las caras superiores sumen 17.
C=Ø (se lee conjunto vacio)_______ Tamaño de (C)= 0

Por lo tanto las probabilidades que nos piden serán:

P(A)=$\frac{Tamaño\ de\ (A)}{Tamaño\ de\ (S)}$=$\frac{4}{36} = 0{,}1111$_________ 11,11%

P(B)=$\frac{Tamaño\ de\ (B)}{Tamaño\ de\ (S)} = \frac{6}{36} = 0{,}1667$_______16,67%

P(C)=$\frac{Tamaño\ de\ (C)}{Tamaño\ de\ (S)} = \frac{0}{36} = 0$____________ 0%

Propiedades elementales en el estudio de las Probabilidades.

Uno de los problemas que el estadístico debe considerar e intentar evaluar es el elemento de aleatoriedad asociado con la ocurrencia de ciertos eventos cuando se realiza un experimento, en ese orden de ideas, continuando con lo estudiado en la guía número uno desarrollaremos las propiedades más elementales en el estudio probabilístico considerando que en muchos casos debemos ser capaces de resolver un problema de probabilidad mediante el conteo del número de puntos en el espacio muestral, sin listar realmente cada elemento y es por ello que se hace necesario utilizar las reglas de conteo.

Considere un experimento en el que se registran los hábitos del tabaquismo de los empleados de una empresa industrial. Un posible espacio muestral podría clasificar a un individuo como no fumador, fumador ocasional, fumador moderado o fumador empedernido. Si se determina que el subconjunto de fumadores sea un evento, entonces la totalidad de los no fumadores sería un evento diferente, también subconjunto del espacio muestral, que se denomina **complemento** del conjunto de fumadores.

Definición 4. El complemento de un evento A respecto a S es el subconjunto de todos los elementos de S que no están en A. Denotamos el complemento de A mediante el símbolo A´.

Luego se cumple que si A y A´ son eventos complementarios, entonces

P(A) + P(A´) = 1

Es importante destacar que P(A´) se interpreta como la probabilidad de que no ocurra el evento A.

A menudo resulta más sencillo calcular la probabilidad de algún evento a partir de las probabilidades conocidas de otros eventos. Esto puede ser cierto si el evento en cuestión se puede representar como la unión de otros eventos o como el complemento de algún evento. A continuación, se presentan varias leyes importantes que con frecuencia simplifican el cálculo de las probabilidades.

Si A y B son dos eventos, entonces

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B)$: se lee probabilidad de que ocurra A o que ocurra B.

Eventos Incompatibles

En algunos experimentos, hay eventos que no pueden ocurrir a la vez, denominados eventos incompatibles o mutuamente excluyentes. Por ejemplo, si se lanza un dado al azar, los eventos "obtener el número 3" y "obtener un número par" son incompatibles, debido a que no tienen ningún elemento en común. En cambio, los eventos de "obtener el número 3" y "obtener un número impar" no son incompatibles, ya que pueden ocurrir juntos.

Luego si A y B son eventos incompatibles, entonces

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Eventos Independientes

Dos eventos son independientes cuando el hecho de que ocurra uno de ellos no modifica la probabilidad de que ocurra el otro. Por ejemplo, los resultados que se obtienen al lanzar varios dados a la vez son sucesos independientes, ya que el resultado de un dado no modifica las posibilidades de los otros dados.

Luego si A y B son independientes, entonces:

$P(A \cap B) = P(A) \,.\, P(B)$

$P(A \cap B)$: se lee probabilidad de que ocurran A y B.

Resolvamos los siguientes ejercicios para ir poniendo en práctica las definiciones y reglas anteriores:

1) Al final del semestre John se va a graduar en la facultad de ingeniería industrial de una universidad. Después de tener entrevistas en dos empresas en donde quiere trabajar, determina que la probabilidad que tiene de lograr una oferta de empleo en la empresa *A* es 0.8, y que la probabilidad de obtenerla en la empresa *B* es 0.6. Si, por otro lado, considera que la probabilidad de recibir ofertas de ambas empresas es 0.5. ¿Cuál es la probabilidad de que Jhon logre una oferta de trabajo de la empresa A o en la empresa B?, ¿Cuál es la probabilidad

de que la empresa B no le realice oferta de trabajo a Jhon?, ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna de las dos empresas le ofrezca trabajo a Jhon?

Solución:

Tenemos las siguientes probabilidades:
$P(A) = 0.8$
$P(B) = 0.6$
$P(A \cap B) = 0.5$
Para calcular de que Jhon logre una oferta de trabajo de la empresa A o en la empresa B, aplicamos la siguiente fórmula:
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$P(A \cup B) = 0.8 + 0.6 - 0.5 = 0.9$__________90%
Por lo tanto, hay un 90% de probabilidad de que Jhon logre una oferta de trabajo de la empresa A o de la empresa B.
Para dar respuesta a las preguntas 2 y 3 del problema debemos hacer uso de la siguiente propiedad del complemento en probabilidades.
En función del evento B tenemos que:
$P(B) + P(B') = 1$
Luego: $P(B') = 1 - P(B)$_____________ $P(B') = 1 - 0.6 = 0.4$__________40%
Hay un 40% de probabilidad de que la empresa B no le realice oferta de trabajo a Jhon.
Por último como la probabilidad de que la empresa A o la empresa B le ofrezca trabajo a Jhon es $P(A \cup B)$, bajo el mismo principio se cumple que:
$P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$____________ $P(A \cup B)' = 1 - 0.9 = 0.1$________10%
Por lo tanto hay 10% de probabilidad de que ninguna empresa le realice oferta de trabajo a Jhon.

2) En un grupo de 100 estudiantes graduados de preparatoria, 54 estudiaron matemáticas, 69 estudiaron

Historia y 35 cursaron matemáticas e historia. Si se selecciona al azar uno de estos estudiantes, calcule la probabilidad de que:
a) el estudiante haya cursado matemáticas o historia;
b) el estudiante no haya cursado ninguna de estas materias;
c) el estudiante no haya cursado historia.

Solución:
Sean los eventos A y B definidos de la siguiente manera:
A: evento de que el estudiante haya cursado Matemáticas.
B: evento de que el estudiante haya cursado Historia
Como el tamaño del espacio muestral (S) es 100, tenemos que:
$P(A) = \frac{54}{100} = 0.54$

Educación Media General

Ministerio del Poder Popular para la Educación

Inclusión y Calidad

P(B)=$\frac{69}{100} = 0.69$

Ahora bien, definamos el evento A ∩ B de la siguiente manera:

A ∩ B: evento de que el estudiante haya cursado Matemáticas e Historia.

P(A ∩ B)= $\frac{35}{100} = 0.35$

Ahora damos respuestas a cada parte del problema:

a) P(A ∪ B)= P(A) + P(B) – P(A ∩ B)
   P(A ∪ B)= 0.54 + 0.69 – 0.35 = 0.88___________88%
   Hay un 88% de probabilidad de que el estudiante haya cursado Matemática o Historia.

b) P(A ∪ B)´ = 1 – P(A ∪ B)
   P(A ∪ B)´ = 1 – 0.88 = 0.12_________________12%
   Hay un 12% de probabilidad de que el estudiante no haya cursado ninguna de las dos asignatura.

c) P(B´)= 1 – P(B)
   P(B´)= 1 – 0.69 = 0.31____________________31%
   Hay un 31% de probabilidad de que el estudiante no haya cursado Historia.

REGLAS BÁSICAS DE CONTEO.

Regla1. Si una operación se puede llevar a cabo en $n1$ formas, y si para cada una de estas se puede realizar una segunda operación en $n2$ formas, entonces las dos operaciones se pueden ejecutar juntas de $n1n2$ formas.

Ejemplo1. ¿Cuantos puntos muestrales hay en el espacio muestral cuando se lanza un par de dados una vez?

Solución: El primer dado puede caer en cualquiera de $n1 = 6$ maneras. Para cada una de esas 6 maneras el segundo dado también puede caer en $n2 = 6$ formas. Por lo tanto, el par de dados puede caer en $n1n2 = (6)(6) = 36$ formas posibles.

Es importante destacar que en este parte del estudio no estamos interesados en escribir todos los eventos del espacio muestral(S), sino en desarrollar reglas que nos permitan obtener el número total de los elementos que están en S.

Ejemplo 2. Un urbanista de una nueva subdivisión ofrece a los posibles compradores de una casa elegir entre Tudor, rustica, colonial y tradicional el estilo de la fachada, y entre una planta, dos pisos y tres pisos según el tamaño de la casa. ¿En cuántas formas diferentes puede un comprador ordenar una de estas casas?
Solución: Como se puede elegir una de 4 fachadas disponibles tenemos que $n1 = 4$ y para el tamaño de la casa hay 3 opciones disponibles, entonces $n2 = 3$, un comprador debe elegir entre $n1n2 = (4)(3) = 12$ casas posibles.

Ejemplo 3. Si un miembro de un club que tiene 22 integrantes necesitara elegir un presidente y un tesorero, ¿de cuantas maneras diferentes se podría elegir a ambos?

Solución: Para el puesto de presidente hay 22 posibilidades en total. Luego como ya elegimos el presidente, hay 21 posibilidades de elegir al tesorero. Si utilizamos la regla de la multiplicación, obtenemos $n1 \times n2 = 22 \times 21 = 462$ maneras diferentes.

La regla de la multiplicación (regla 1) se puede extender para abarcar cualquier número de operaciones. Por ejemplo, suponga que un cliente desea comprar un nuevo teléfono celular y que puede elegir entre $n1 = 5$ marcas, $n2 = 5$ tipos de capacidad y $n3 = 4$ colores. Estas tres clasificaciones dan como resultado $n1n2n3 = (5)(5)(4) = 100$ diferentes formas en las que un cliente puede ordenar uno de estos teléfonos.

A continuación, se formula la **regla de multiplicación generalizada** que cubre k operaciones.

Regla 2. Si una operación se puede ejecutar en $n1$ formas, y si para cada una de estas se puede llevar a cabo una segunda operación en $n2$ formas, y para cada una de las primeras dos se puede realizar una tercera operación en $n3$ formas, y así sucesivamente, entonces la serie de k operaciones se puede realizar en $n1n2...nk$ formas.

Ejemplo 4. Sam va a armar una computadora y para comprar las partes tiene que elegir entre las siguientes opciones: dos marcas de circuitos integrados, cuatro marcas de discos duros, tres marcas de memorias y cinco tiendas locales en las que puede adquirir un conjunto de accesorios. .De cuantas formas diferentes puede Sam comprar las partes?
Solución: Como $n1 = 2$, $n2 = 4$, $n3 = 3$ y $n4 = 5$, hay $n1 \times n2 \times n3 \times n4 = 2 \times 4 \times 3 \times 5 = 120$ formas diferentes de comprar las partes.

Con frecuencia nos interesamos en un espacio muestral que contiene como elementos a todas las posibles ordenaciones o arreglos de un grupo de objetos. Por ejemplo, cuando queremos saber cuántos arreglos diferentes son posibles para sentar a seis personas alrededor de una mesa, o cuando nos preguntamos cuantas ordenaciones diferentes son posibles para sacar dos billetes de lotería de un total de 20. En este caso los diferentes arreglos se llaman **permutaciones**.

Definición 5. Una **permutación** es un arreglo de todo o parte de un conjunto de objetos.

Definicion 6. Para cualquier entero no negativo *n, n*!, denominado "*n* factorial" se define como $n! = n(n-1)$ ………… (2)(1),
con el caso especial de 0! = 1.

Si utilizamos el argumento anterior llegamos a la siguiente conclusión:
El número de permutaciones de *n* objetos es *n*!, es decir, $\boldsymbol{P_n = n!}$

Ejemplo 6. ¿Cuántos arreglos diferentes se pueden realizar con las letras *a,b,c* y *d?*
Solución: como *n=4* , entonces $P_4 = 4! = 4.3.2.1 = 24$ arreglos diferentes.

Fíjese que en el ejemplo anterior se toman todos los elementos a la vez, ahora bien, si queremos tomar **k** de los n-elementos, se aplica la siguiente fórmula: $\boldsymbol{P_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}}$

Ejemplo 7. En un año se otorgará uno de tres premios (a la investigación, la enseñanza y el servicio) a algunos de los estudiantes, de un grupo de 25, de posgrado del departamento de estadística. Si cada estudiante puede recibir un premio como máximo, ¿cuántas selecciones posibles habría?

Solución: Como los premios son distinguibles, se trata de un problema de permutación. El número
total de selecciones posibles es $P_{25,3} = \frac{25!}{(25-3)!} = \frac{25!}{22!} = \frac{25.24.23.22!}{22!} = 25.24.23 = 13800$

Ejemplo 8. En un club estudiantil compuesto por 50 personas se va a elegir a un presidente y a un
Tesorero. ¿Cuántas opciones diferentes de funcionarios son posibles si
a) no hay restricciones;
b) *A* participara solo si él es el presidente;
c) *B* y *C* participaran juntos o no lo harán;
d) *D* y *E* no participaran juntos?

Solución: *a*) El número total de opciones de funcionarios, si no hay restricciones, es

$P_{50,2} = \frac{50!}{(50-2)!} = \frac{50!}{48!} = \frac{50.49.48!}{48!} = 50.49 = 2450$ formas diferentes.

b) Como *A* participaría solo si es el presidente, tenemos dos situaciones: i) *A* se elige como presidente, lo cual produce 49 resultados posibles para el puesto de tesorero; o ii) los funcionarios se eligen de entre las 49 personas restantes sin tomar en cuenta a A, en cuyo caso el número de opciones es $P_{49,2} = \frac{49!}{(49-2)!} = \frac{49.48.47!}{47!} = 49.48 = 2352$. Por lo tanto, el número total de opciones es 49 + 2352 = 2401.

c)El número de selecciones cuando *B* y *C* participan juntos es 2. El número de selecciones cuando ni *B* ni *C* se eligen es $P_{48,2} = \frac{48!}{(48-2)!} = \frac{48.47.46!}{46!} = 48.47 = 2256$. Por lo tanto, el número total de opciones en esta situación es 2 + 2256 =2258.

d) El número de selecciones cuando *D* participa como funcionario pero sin *E* es (2)(48) = 96, donde 2 es el número de puestos que *D* puede ocupar y 48 es el número de selecciones de los otros funcionarios de las personas restantes en el club, excepto *E*. El número de selecciones cuando *E* participa como funcionario pero sin *D* también es (2)(48) = 96. El número de selecciones cuando tanto *D* como *E* no son elegidos es $P_{48,2} = 2256$. Por lo tanto, el número total de opciones es (2)(96) + 2256 = 2448. Este problema también tiene otra solución rápida: como *D* y *E* solo pueden participar
Juntos de dos maneras, la respuesta es 2450 – 2 = 2448.

Actividades de Evaluación

<u>Pongamos en práctica lo aprendido.</u>

1) Liste los elementos de cada uno de los siguientes espacios muestrales:
a) El conjunto de números enteros entre 1 y 50 que son divisibles entre 8.
b) El conjunto de resultados cuando se lanza una moneda tres veces.
c) El conjunto S={x|x es una Ciudad Oriental de Venezuela}.
d) El conjunto S de todas las edades de las personas que integran la familia (solo los que viven en casa)
e) El conjunto de todos los resultados que se obtienen al lanzar un dado y luego se lanza una moneda.

2) Se contrata a una empresa de ingenieros para que determine si ciertas vías fluviales en Maturín, son seguras para la pesca. Se toman muestras de tres ríos.

a) Liste los elementos de un espacio muestral *S* y utilice las letras *P* para "seguro para la pesca" y *N* para"inseguro para la pesca".
b) Liste los elementos de *S* que correspondan al evento *E* de que al menos dos de los ríos son seguros para la pesca.
c) Defina un evento que tiene como elementos a los puntos muestrales {*PPP*, *NPP*, *PPN*, *NPN*}.

3) Supongamos que colocamos en una caja los elementos del espacio muestral (S) del ejercicio (1-a). Calcule la probabilidad de:
   a) Obtener el número 16 como resultado.
   b) Obtener un número mayor que 35
   c) Obtener un número menor que -1.
4) Supongamos que colocamos en una caja los elementos del espacio muestral (S) del ejercicio (1-b). Calcule la probabilidad de:
   a) Obtener 3 sellos.
   b) Obtener al menos una cara.
   c) Obtener 5 caras.
   d) No obtener sellos.
5) Supongamos que colocamos en una caja los elementos del espacio muestral (S) del ejercicio (1-d). Calcule la probabilidad de:
   a) Obtener la edad de Mamá.
   b) Obtener la edad de mi hermano(a) o hermanos(as). (Omita la pregunta en caso de no tener hermanos).
   c) Obtener la edad del vecino.
6) Cierta marca de calzado existe en 5 diferentes estilos y cada estilo está disponible en 4 colores distintos. Si la tienda deseara mostrar la cantidad de pares de zapatos que incluya todos los diversos estilos y colores, ¿cuantos pares diferentes tendría que mostrar?

7) Un estudio en California concluyo que siguiendo siete sencillas reglas para la salud un hombre y una mujer pueden prolongar su vida 11 y 7 años en promedio, respectivamente. Estas 7 reglas son: no fumar, hacer ejercicio de manera habitual, moderar su consumo de alcohol, dormir siete u ocho horas, mantener el peso adecuado, desayunar y no ingerir alimentos entre comidas. De cuantas formas puede una persona adoptar cinco de estas reglas:

   ¿Si la persona actualmente infringe las siete reglas?

   ¿Si la persona nunca bebe y siempre desayuna?

8) En un concurso regional de ortografía, los 6 finalistas son 4 niños y 2 niñas. Encuentre el número de puntos muéstrales en el espacio muestral (*S)* para el numero de ordenamientos posibles al final del concurso para:

a) Los 8 finalistas;

b) Los 3 primeros lugares.

<u>Aspectos a Evaluar.</u>

i) Realización de por lo menos 3 ejercicios planteados en la guía. (3pts)

ii) Evaluación presencial referida al tema de estudio (17 pts)

Orientaciones Generales

Puedes complementar la información de la guía utilizando:
Matemática de 5to año (Colección Bicentenario)
Matemática de 5to año (Santillana, cualquier edición)
[www.wikipedia.org.](http://www.wikipedia.org)