



Ministerio  
del Poder Popular  
para la Educación  
Inclusión y Calidad



## Educación Media General

Lunes, 11 de abril 2022

Docente: Martín Marcano

3er Año "A"

### Área de formación: Matemática

#### *Tema Indispensable*

Preservación de la vida en el planeta, salud y vivir bien.

#### *Tema Generador*

Responsabilidad escolar y comunitaria para el ejercicio de la prevención del covid-19.

#### *Referentes Teóricos-Prácticos*

Ecuación de Segundo Grado y Aplicaciones.

#### *Desarrollo del Tema*

### Ecuación de Segundo Grado y Aplicaciones.

Las ecuaciones de segundo grado son aquellas en las que la incógnita aparece elevada al cuadrado. De la forma general:

$$ax^2+bx+c=0 \text{ donde } a \neq 0$$

Para resolver las ecuaciones de segundo grado completas se utiliza la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Ministerio  
del Poder Popular  
para la **Educación**  
Inclusión y Calidad



## Educación Media General

### Soluciones de una ecuación de segundo grado

Si queremos saber las posibles soluciones de la ecuación sin llegar a resolverla nos podemos fijar en el valor del radicando

$D = b^2 - 4ac$  (discriminante)

- Cuando  $D > 0$ , es decir, si  $b^2 - 4ac$  es positivo, hay dos soluciones reales y distintas.
- Si  $D = 0$ , es decir, si  $b^2 - 4ac$  es cero, tiene una solución.
- Si  $D < 0$ , es decir, si  $b^2 - 4ac$  es negativo, no tiene solución.

#### EJEMPLO 1.

$$5x^2 - 15x - 50 = 0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \\ &= \frac{15 \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-50)}}{2 \cdot 5} = \\ &= \frac{15 \pm \sqrt{225 + 1000}}{2 \cdot 5} = \\ &= \frac{15 \pm \sqrt{1225}}{2 \cdot 5} = \\ &= \frac{15 \pm 35}{2 \cdot 5} = \\ &= \frac{3 \cdot 5 \pm 7 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \\ &= \frac{3 \pm 7}{2} = \begin{cases} \frac{3+7}{2} = 5 \\ \frac{3-7}{2} = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

## Educación Media General

### EJEMPLO 2.

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \\ &= \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{-3 + 1}{2} = -1 \\ \frac{-3 - 1}{2} = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

- Ecuaciones de segundo grado incompletas**

Hay que recordar que las ecuaciones de segundo grado  $ax^2+bx+c=0$  no siempre nos aparecen de forma completa. **Cuando  $b=0$  o  $c=0$  la ecuación se llama incompleta.**

**Ejemplos:**

$$3x^2 - 27 = 0 \text{ Si } b=0$$

$$2x^2 - 4x = 0 \text{ Si } c=0$$

### ¿Cómo se resuelven las ecuaciones incompletas?

1) Si  $c=0$   $ax^2+bx=0$

La resolvemos extrayendo factor común  $x$ . De manera que nos quedaría:

- $x \cdot (ax+b) = 0$ .

Teniendo en cuenta que si el producto de dos o más factores es cero al menos uno de ellos es cero, las soluciones son  $x=0$  y  $x = -b/a$ .

2) Si  $b=0$   $ax^2+c=0$

## Educación Media General

Resolvemos la ecuación despejando la  $x$ .

$$ax^2 = -c \quad \quad \quad x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

3) A continuación se presentan ejemplos resueltos para que te sean más útiles:

a)  $2x^2 - 4x = 0$ . Tenemos que:  $a=2$ ;  $b=-4$  y  $c=0$ . Luego, extraemos factor común "x".  $x(2x - 4) = 0$ . Por lo tanto  $x = 0$  ó  $x = \frac{-(-4)}{2} = \frac{4}{2} = 2$ .

b)  $9x^2 = 4$ . Igualamos a cero para determinar los coeficientes de la ecuación:  $9x^2 - 4 = 0$ . Los coeficientes son  $a=9$ ;  $b=0$  y  $c=-4$ . Luego:

$$x = \pm \sqrt{\frac{-(-4)}{9}} = \pm \sqrt{\frac{4}{9}} = \pm \frac{2}{3}. \text{ Por lo tanto } x = -2/3 \text{ ó } x = 2/3.$$

### APLICACIONES DE LA ECUACION DE SEGUNDO GRADO.

Observa cómo se resuelven las siguientes situaciones o problemas.

- Los organizadores de un recital encargaron la construcción de un escenario rectangular, que tendrá una franja de 2 metros de ancho en todo su contorno. Toda el área, incluida la franja, estará cercada por una valla de seguridad. Los artistas solicitaron que el escenario tenga una superficie de  $240 \text{ m}^2$ , y los encargados de seguridad requieren que el largo del área cercada sea el doble de su ancho. ¿Qué longitud debe tener la valla de seguridad?

**Solución:** se sabe que el escenario es rectangular y que tendrá una franja de 2m en todo su contorno; también, que el largo del área cercada es el doble del ancho. Entonces si el ancho es  $x$ , el largo es  $2x$ . En ese orden de ideas, como la franja mide 2m, el ancho del escenario mide  $x - 4$  y el largo del escenario mide  $2x - 4$ . Ya que el área solicitada por los artistas es de  $240 \text{ m}^2$  y recordando que el área de un rectángulo es el producto del ancho por el largo, tenemos que:

$$(x - 4)(2x - 4) = 240$$

Luego:  $2x^2 - 8x - 4x + 16 = 240$ , sumando términos semejantes e igualando a cero, tenemos:  $2x^2 - 12x - 224 = 0$

$$\text{Luego: } x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot (2) \cdot (-224)}}{2 \cdot (2)}$$

$$\text{Luego: } x = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 1792}}{4}$$



Educación Media General



Ministerio  
del Poder Popular  
para la Educación  
Inclusión y Calidad



Luego: \_\_\_\_\_  $x = \frac{12 \pm 44}{4}$

Por lo tanto:  $x_1 = \frac{12+44}{4} = 14$  y  $x_2 = \frac{12-44}{4} = -8$

Como  $x$  es la medida del ancho del área cercada,  $x$  no puede ser negativo, por lo cual  $x = 14$ . Luego la longitud de la valla de seguridad debe ser  $2x + x + 2x + x = 6x = 6(14) = 84$  metros.

- 2) Andrea compro cierta cantidad de barras grandes de chocolates por 12 100 Bs. Si hubiera comprado 21 barras de chocolates mas por el mismo precio, cada una hubiera costado 21 Bs menos. ¿Cuántas barras de chocolates compro Andrea y a qué precio?

**Solución:** si  $x$  representa el numero de barras de chocolates, entonces Andrea hubiera comprado  $x + 21$  barras de chocolates; y el precio en cada caso sería  $\frac{12100}{x}$  y  $\frac{12100}{x+21}$ . Ahora bien, de acuerdo con las condiciones del problema se puede escribir que:

$$\frac{12100}{x} - 21 = \frac{12100}{x+21} \rightarrow \frac{12100-21x}{x} = \frac{12100}{x+21} \rightarrow (12100 - 21x)(x + 21) = 12100x$$

$$\rightarrow 12100x + 254100 - 21x^2 - 441x = 12100x$$

$$\rightarrow 12100x - 12100x + 254100 - 21x^2 - 441x = 0$$

$$\rightarrow -21x^2 - 441x + 254100 = 0$$

Podemos simplificar la ecuación cuadrática dividiendo entre 21 con lo cual obtenemos que:  
 $-x^2 - 21x + 12100 = 0$  (se deja como ejercicio resolver la ecuación)

Las soluciones obtenidas son  $x_1 = 100$  y  $x_2 = -121$ . Ya que  $x$  representa el número de barras de chocolates,  $x$  no puede ser negativo. Luego la solución adecuada es  $x = 100$ ; por lo tanto, Andrea compró 100 barras de chocolates y cada una de ellas costó  $\frac{12100}{100} = 121$  Bs



Resuelve detalladamente las siguientes ecuaciones de segundo grado

a)  $6x^2 + x - 2 = 0$

b)  $-2x^2 + 7x - 5 = 0$

c)  $x^2 = 16$

d)  $5x^2 - 10x = 0$



Ministerio  
del Poder Popular  
para la Educación  
Inclusión y Calidad



## Educación Media General

e)  $\frac{8x}{3x+5} + \frac{3x-1}{x-1} = 3$

f)  $7(x-2) = 5(x^2-4) + x^2 - 5(x+2)$

Resuelve los siguientes problemas

- a) El costo de una excursión para un grupo de personas es de 4250 Bs. Si desistieran de ir 3 personas, cada una de las restantes tendría que pagar 12 Bs más. ¿Cuántas personas van de excursión y cuánto paga cada una?
- b) Un jardín rectangular de 60 m de largo por 32 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es  $580m^2$

### Aspectos a Evaluar.

- i) Realización de por lo menos 5 ejercicios planteados en la guía. (3pts)
- ii) Evaluación presencial referida al tema de estudio (17 pts)



Matemática de 3er año (Colección Bicentenario)  
Matemática de 3er año (Santillana, cualquier edición)  
[www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)