



Ministerio
del Poder Popular
para la Educación
Inclusión y Calidad



Educación Media General

Lunes, 23 de octubre de 2023
Docente: Martín Marcano
4to Año "A y B"

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Proceso social del trabajo.

Tema Generador

Con alegría retornamos de forma segura a nuestros liceos.

Referentes Teóricos-Prácticos

Ecuación Cuadrática, usando la fórmula de la resolvente.
Aplicaciones de la Ecuación Cuadrática.

Desarrollo del Tema

Las ecuaciones de segundo grado o ecuaciones cuadráticas son aquellas en las que la incógnita aparece elevada al cuadrado. De la forma general:

$$ax^2+bx+c=0 \text{ donde } a \neq 0$$

Para resolver las ecuaciones de segundo grado completas se utiliza la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Soluciones de una ecuación de segundo grado

Si queremos saber las posibles soluciones de la ecuación sin llegar a resolverla nos podemos fijar en el valor del radicando

$D = b^2 - 4ac$ (discriminante)

- Cuando $D > 0$, es decir, si $b^2 - 4ac$ es positivo, hay dos soluciones reales y distintas.
- Si $D = 0$, es decir, si $b^2 - 4ac$ es cero, tiene una solución.
- Si $D < 0$, es decir, si $b^2 - 4ac$ es negativo, no tiene solución.

EJEMPLO 1.

$$5x^2 - 15x - 50 = 0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \\ &= \frac{15 \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-50)}}{2 \cdot 5} = \\ &= \frac{15 \pm \sqrt{225 + 1000}}{2 \cdot 5} = \\ &= \frac{15 \pm \sqrt{1225}}{2 \cdot 5} = \\ &= \frac{15 \pm 35}{2 \cdot 5} = \\ &= \frac{3 \cdot 5 \pm 7 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \\ &= \frac{3 \pm 7}{2} = \begin{cases} \frac{3+7}{2} = 5 \\ \frac{3-7}{2} = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

EJEMPLO 2.

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \\ &= \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{-3 + 1}{2} = -1 \\ \frac{-3 - 1}{2} = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

- **Ecuaciones de segundo grado incompletas**
- Hay que recordar que las ecuaciones de segundo grado $ax^2+bx+c=0$ no siempre nos aparecen de forma completa. **Cuando $b=0$ o $c=0$ la ecuación se llama incompleta.**
- **Ejemplos:**

$$3x^2-27=0 \text{ Si } b=0$$

$$2x^2-4x=0 \text{ Si } c=0$$

- **¿Cómo se resuelven las ecuaciones incompletas?**
- **Si $c=0$:**
 - $ax^2+bx=0$
- La resolvemos extrayendo factor común x . De manera que nos quedaría:
 - $x \cdot (ax+b)=0$.
- Teniendo en cuenta que si el producto de dos o más factores es cero al menos uno de ellos es cero, las soluciones son $x=0$ y $x=-b/a$.
- **Si $b=0$**

- $ax^2+c=0$
- Resolvemos la ecuación despejando la x.
 - $ax^2=-c$
 - $x=\pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$
- A continuación se presentan varios ejemplos resueltos para que te sean más útiles:

$3x^2-27=0$ $x=27/3=9$ $x=\pm\sqrt{9}=\pm3$	$2x^2-4x=0$ $x.(2x-4)=0$ $x=0$ $x=2$	$x^2=16$ $x=\pm\sqrt{16}=\pm4$	$9x^2=4$ $x=\pm\sqrt{4/9}=\pm2/3$
---	--	-----------------------------------	--------------------------------------

APLICACIONES DE LA ECUACION DE SEGUNDO GRADO.

Observa como se resuelven las siguientes situaciones o problemas.

- 1) Los organizadores de un recital encargaron la construcción de un escenario rectangular, que tendrá una franja de 2 metros de ancho en todo su contorno. Toda el área, incluida la franja, estará cercada por una valla de seguridad. Los artistas solicitaron que el escenario tenga una superficie de 240 m^2 , y los encargados de seguridad requieren que el largo del área cercada sea el doble de su ancho. ¿ Qué longitud debe tener la valla de seguridad?

Solución: se sabe que el escenario es rectangular y que tendrá una franja de 2m en todo su contorno; también, que el largo del área cercada es el doble del ancho. Entonces si el ancho es x, el largo es 2x. En ese orden de ideas, como la franja mide 2m, el ancho del escenario mide $x-4$ y el largo del escenario mide $2x-4$. Ya que el área solicitada por los artistas es de 240 m^2 y recordando que el área de un rectángulo es el producto del ancho por el largo, tenemos que:

$$(x-4)(2x-4)=240$$

Luego: $2x^2-8x-4x+16=240$, sumando términos semejantes e igualando a cero, tenemos: $2x^2-12x-224=0$

Luego: $x=\frac{-(-12)\pm\sqrt{(-12)^2-4.(2).(-224)}}{2.(2)}$

Luego: $x=\frac{12\pm\sqrt{144+1792}}{4}$



Educación Media General



Ministerio
del Poder Popular
para la Educación
Inclusión y Calidad



Luego: _____ $x = \frac{12 \pm 44}{4}$

Por lo tanto: $x_1 = \frac{12+44}{4} = 14$ y $x_2 = \frac{12-44}{4} = -8$

Como x es la medida del ancho del area cercada, x no puede ser negativo, por lo cual $x=14$. Luego la longitud de la valla de seguridad debe ser $2x+x+2x+x=6x=6 \cdot (14)=84 \text{ metros}$.

- 2) Andrea compro cierta cantidad de chocolates por 12 100 Bs. Si hubiera comprado 21 chocolates mas por el mismo precio, cada uno hubiera costado 21 Bs menos. ¿ Cuántos chocolates compro Andrea y a qué precio?

Solución: si x representa el numero de chocolates, entonces Andrea hubiera comprado $x+21$ chocolates; y el precio en cada caso sería $\frac{12100}{x}$ y

$\frac{12100}{x+21}$. Ahora bien, de acuerdo con las condiciones del problema se puede escribir que:

$$\frac{12100}{x} - 21 = \frac{12100}{x+21} \rightarrow \frac{12100 - 21x}{x} = \frac{12100}{x+21} \rightarrow (12100 - 21x)(x+21) = 12100x$$

$$\rightarrow 12100x + 254100 - 21x^2 - 441x = 12100x$$

$$\rightarrow 12100x - 12100x + 254100 - 21x^2 - 441x = 0$$

$$\rightarrow -21x^2 - 441x + 254100 = 0$$

Podemos simplificar la ecuación cuadrática dividiendo entre 21 con lo cual obtenemos que:

$$-x^2 - 21x + 12100 = 0 \text{ (se deja como ejercicio resolver la ecuación)}$$

Las soluciones obtenidas son $x_1=100$ y $x_2=-121$. Ya que x representa el número de chocolates, x no puede ser negativo. Luego la solución adecuada es $x=100$; por lo tanto, Andrea compró 100 chocolates y cada uno de ellos

$$\text{costó } \frac{12100}{100} = 121 \text{ Bs}$$



Ministerio
del Poder Popular
para la Educación
Inclusión y Calidad



Educación Media General

Actividades de Evaluación

Pongamos en práctica lo aprendido.

1) Resuelve detalladamente las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a) $3x^2 + x - 2 = 0$

b) $\frac{4x}{3x+5} + \frac{3x-1}{2+1} = 1$

c) $3(x-2) = 2(x^2-9) + x^2 - 5(x+2)$

2) Resuelve el siguiente problema:

- a) Un jardín rectangular de 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es $540m^2$

Orientaciones Generales

La resolución de los ejercicios planteados tendrá un valor de 5 puntos y la presentación de la evaluación presencial correspondiente tendrá un valor de 15 puntos.

Puede consultar en:

Matemática de 4to año (Colección Bicentenario)

Matemática de 3er año (Santillana, cualquier edición)

www.wikipedia.org.