Educación Media General

Lunes, 31 de enero de 2022.
Docente: Yaritza Maita.
3er Año "B"

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Seguridad y soberanía alimentaria.

Tema Generador

La agricultura como proceso fundamental para la independencia alimentaria.

Referentes Teóricos-Prácticos

Radicales.

- ✓ Raíz enésima en R.
- ✓ Potenciación en R con exponente racional.
- ✓ Introducción y extracción de factores de un radical.
- ✓ Propiedades de la Radicación.
- ✓ Amplificación y simplificación de radicales.

Desarrollo del Tema

Raíz enésima de un número.

La raíz enésima de un número real **a** es igual a **b** se escribe $\sqrt[n]{a} = b$ donde: n es el índice de la raíz (n ϵ N) y **a** es la cantidad subradical o radicando, si se cumple $b^n = a$ es decir:

Índice de la raíz → $\sqrt[n]{a}$ → Raíz

→ Cantidad subradical o radicando

Se tiene que:

$2^3 = 8$ y $\sqrt[3]{8} = 2$

Al calcular $\sqrt[n]{a}$ pueden presentarse cuatro casos:

1) **El índice sea par y el radical positivo.** En este caso la raíz puede ser positiva o negativa. Ejemplos:

   ✓ $\sqrt{64} = \pm 8$ ya que $8^2 = 64$ y $(-8)^2 = 64$

   ✓ $\sqrt[4]{81} = \pm 3$ ya que $3^4 = 81$ y $(-3)^4 = 81$

2) **El índice sea par y el radicando negativo.** En este caso no existe ningún número real que sea igual a la raíz.

   ✓ $\sqrt{-16}$ = no tiene raíz real

   Ya que no existe un número real que al cuadrado sea negativo.

3) El índice sea impar y el radical positivo. En este caso el resultado de la raíz es número positivo.

   ✓ $\sqrt[3]{8} = 2$ ya que $2^3 = 8$

4) El índice sea impar y el radicando negativo. El resultado es un número real negativo.

   ✓ $\sqrt[3]{-8} = -2$ ya que $(-2)^3 = -8$

❖ Potencia en R con exponente racional

Toda potencia con exponente fraccionario se puede escribir como un radical; en este caso, el numerador del exponente corresponde al exponente de la base y el denominador es el índice de la raíz. Es decir, $p^{m/n} = \sqrt[n]{p^m}$, siempre que $\sqrt[n]{p^m}$ sea un número real.

Ejemplos:

1) Expresa las siguientes potencias en forma radical.

   a) $X^{2/3} = \sqrt[3]{X^2}$

   b) $(a^2 + b^2)^{2/5} = \sqrt[5]{(a^2 + b^2)^2}$

   c) $(4m)^{1/2} = \sqrt{4m}$

   d) $b^{a/c} = \sqrt[c]{b^a}$

2) Escribe en forma de potencia las siguientes raíces.

a) $\sqrt[3]{5^2} = 5^{2/3}$

b) $\sqrt[4]{x + y} = (x + y)^{1/4}$

c) $\sqrt[3]{y^3} = y^{3/3}$

d) $\sqrt{5} = 5^{1/2}$

Para simplificar radicales a veces es conveniente escribirlos como potencia con exponente fraccionario y aplicar la propiedad de la potencia.

Ejemplos:

a) $\sqrt[3]{27.\,y^9} = \sqrt[3]{3^3.\,y^9} = 3^{3/3}\,.\,y^{9/3} = 3.y^3$

b) $\sqrt[3]{m^3} = m^{3/3}$

C) $\sqrt[4]{16m^2} = \sqrt[4]{16}\;\sqrt[4]{m^2} = 2\,.\,m^{2/4} = 2\,.\,m^{1/2} = 2.\sqrt{m}$

❖ **Propiedades de la Radicación.**

- **Raíz de un producto:** La raíz enésima del producto a.b es igual al producto de la raíz enésima de a por la raíz enésima de b. es decir:

$$\sqrt[n]{a\,.\,b} = (a\,.\,b)^{1/n} = a^{1/n}\,.\,b^{1/n} = \sqrt[n]{a}\,.\sqrt[n]{b}$$

Ejemplos:

a) $\sqrt[3]{8X} = \sqrt[3]{8}\,.\sqrt[3]{X} = 2\,.\sqrt[3]{X}$ $\longrightarrow$

Cuando el exponente de la cantidad subradical es menor que el índice, la raíz queda igual. No se simplifica.

b) $\sqrt[4]{16m^8} = \sqrt[4]{16}\,.\sqrt[4]{m^8} = 2\,.\,m^{8/4} = 2\,.\,m^2$

c) $\sqrt{81\,.\,4} = \sqrt{81}\,.\sqrt{4} = 9\,.\,2 = 18$

d) $\sqrt[3]{27.\,X^3\,.\,y^6} = \sqrt[3]{27}\,.\sqrt[3]{X^3}\,.\,\sqrt[3]{y^6} = 3\,.\,X^{3/3}\,.\,y^{6/3} = 3.X.Y^2$

e) $\sqrt[3]{\underbrace{X^3 + X^3\,.\,y}_{\text{Factor común}}} = \sqrt[3]{X^3.\,(1+y)} = \sqrt[\cancel{3}]{X^{\cancel{3}}}\,.\,\sqrt[3]{1+y} = X\,.\sqrt{1+y}$

- **Raíz de un cociente:** La raíz enésima de un cociente a/b es igual al cociente de la raíz enésima de a entre la raíz enésima de b, es decir,

$$\sqrt[n]{\frac{a}{a}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{1/n} = \frac{a^{1/n}}{b^{1/n}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\ ,\ b \neq 0$$

Ejemplos:

a) $\sqrt{\frac{64}{16}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{16}} = \frac{8}{4} = 2$

b) $\sqrt[5]{\frac{a^{15}}{b^{10}}} = \frac{\sqrt[5]{a^{15}}}{\sqrt[5]{b^{10}}} = \frac{a^{15/5}}{b^{10/5}} = \frac{a^3}{b^2}$

c) $\sqrt[3]{\frac{(x+y)^6}{a^9}} = \frac{\sqrt[3]{(x+y)^6}}{\sqrt[3]{a^9}} = \frac{(X+y)^{6/3}}{a^{9/3}} = \frac{(X+y)^2}{a^3}$

d) $\sqrt[4]{\frac{81\,.\,a^{14}}{b^{12}}} = \frac{\sqrt[4]{3^4}\,.\sqrt[4]{a^{14}}}{\sqrt[4]{b^{12}}} = \frac{3^{4/4}\,.\,a^{14/4}}{b^{12/4}} = \frac{3\,.\,a^{7/2}}{b^3} = \frac{3\,.\sqrt{a^7}}{b^3}$

- **Potencia de una Raíz:** para efectuar la potencia de una raíz, se eleva la cantidad subradical a dicha potencia y se conserva el mismo índice de la raíz. Es decir:

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = (a^{1/n})^m = a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

Ejemplos:

a) $\left(\sqrt{a}\right)^3 = \sqrt{a^{1.3}} = \sqrt{a^3}$

b) $\left(\sqrt[3]{2 . a^2 . b^3}\right)^6 = \sqrt[3]{2^6 . a^{12} . b^{18}} = \sqrt[3]{2^6} . \sqrt[3]{a^{12}} . \sqrt[3]{b^{18}} = a^{6/3} . b^{12/3} . c^{18/3} = a^2 . b^6 . c^6$

c) $\left(\sqrt[5]{a^3 . b^2 . c^5}\right)^2 = \sqrt[5]{a^6 . b^4 . c^{10}} = \sqrt[5]{a^6} . \sqrt[5]{b^4} . \sqrt[5]{c^{10}} = a^{6/5} . b^{4/5} . c^{10/2} = c^5 . \sqrt[5]{a^6 . b^4}$

- **Raíz de una Raíz:** para calcular la raíz de una raíz se multiplican los índices de las raíces y se conserva la cantidad subradical. Es decir,

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = a^{1/m.n} = \sqrt[m.n]{a}$$

Ejemplos:

a) $\sqrt{\sqrt{a}} = \sqrt[4]{a}$

b) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{a^4}} = \sqrt[15]{a^4}$

c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^9 . b^6}} = \sqrt[12]{a^9 . b^6} = \overbrace{a^{9/12} . b^{6/12}}^{\text{Simplificamos}} = a^{3/4} . b^{1/2} = \sqrt[4]{a^3} . \sqrt{b}$

❖ **Introducción y Extracción de Factores de un Radical.**

Para introducir un factor en un radical se eleva dicho factor a una potencia cuyo exponente es igual al índice del radical.

Ejemplos:

a) $3\sqrt{a} = \sqrt{3^3 . a}$

b) $a^2\sqrt[4]{a} = \sqrt[4]{a . a^{4.2}} = \sqrt[4]{a . a^8} = \sqrt[4]{9^9}$

c) $\sqrt{a^3\sqrt{a}} = \sqrt{\sqrt{a . a^{3.2}}} = \sqrt{\sqrt{a . a^6}} = \sqrt{\sqrt{a^7}} = \sqrt[4]{a^7}$

Para extraer un factor de un radical en la expresión $\sqrt[n]{x^m}$, m > n, se procede a dividir m entre n; luego se expresa el resultado $\frac{m}{n} = c + \frac{r}{n}$, entonces $\sqrt[n]{x^m} = x^c\sqrt[n]{x^r}$ es decir, el factor que sale del radical tiene como exponente el cociente, mientras que el residuo es el exponente del factor que queda en el radical.

Ejemplos:

a) $\sqrt[5]{a^8} = a\sqrt[5]{a^3}$

8 | 5 — Dentro de la √ queda a^3 → **3**   **1** → Sale a^1

b) $\sqrt{16\,m^9} = \sqrt{2^4}\,.\sqrt{m^9} = 2^2\;.\;a^4\sqrt{a^1}$

9 | 2 — Dentro de la √ queda a^1 → **1**   **4** → Sale a^4

7 | 4 — Dentro de la √ queda a^3 → **3**   **1** → Sale a^1

c) $\sqrt{a^3\sqrt{a^5}} = a\sqrt{a\sqrt{a^5}} = a\sqrt{\sqrt{a^5\,.\,a^2}} = a\sqrt{\sqrt{a^7}} = a\sqrt[4]{a^7} = a.a\sqrt[4]{a^3}$

$= a^2\sqrt[4]{a^3}$

Extraer   Introducir

d) $\sqrt[3]{2\,.\,a\,.\,b\,.\sqrt{a}} = \sqrt[3]{\sqrt{a\,.\,2^2\,.\,a^2\,.\,b^2}} = \sqrt[6]{2^2\,.\,a^3\,.\,b^2} = \sqrt[6]{2^2}\;\sqrt[6]{a^3}\;\sqrt[6]{b^2}$

$= 2^{2/6}.\;a^{3/6}.\;b^{2/6}$

$= 2^{1/3}.\;a^{1/2}.\;b^{1/3}$

$= \sqrt{a}\;.\sqrt[3]{2.\,b}$

Introducimos

Si los exponentes de la cantidad subradical es menor que el índice entonces se puede extraer el factor

- **Amplificación de Radicales.**

Para amplificar un radical por un factor K, K > 1 se multiplica tanto el índice del radical como los exponentes de la cantidad subradical por k. Es decir,

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n} = a^{k.m/k.n} = \sqrt[k.n]{a^{k.m}}$$

Ejemplos:

a $\sqrt[5]{a^2}$ donde K=3 Entonces $\sqrt[5.3]{a^{2.3}} = \sqrt[15]{a^6}$

b $\sqrt[3]{a^3.b}$ = donde K=2 Entonces $\sqrt[3.2]{a^{3.2}.b^{1.2}} = \sqrt[6]{a^6.b^2} = a^{6/6}.\, b^{2/6} = a.\, b^{1/3} = a.\sqrt[3]{b}$

- **Simplificación de Radicales.**

Para simplificar un radical por $\sqrt[n]{a^m}$ se calcula el M.C.D de m y n, luego se divide tanto el índice de la raíz como el exponente de la cantidad subradical entre el M.C.D, es decir,

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[k\div n]{a^{k\div m}}$$, donde k = M.C.D entre m y n

Ejemplos:

a) $\sqrt[12]{a^8 . b^4 . c^6} = \sqrt[12\div2]{A^{8\div2} . B^{4\div2} . C^{6\div2}} = \sqrt[6]{a^4 . b^2 . c^3}$ M.C.D (12,8,4,6) = 2

b) $\sqrt[3]{a^6.b^{12}} = a^{6/3}.b^{12/3} = a^2 . b^4$ M.C.D (3,6,12) = 3 al dividir el índice entre M.C.D la raíz se cancela

Actividades de Evaluación

1) Expresa las siguientes potencias en forma de radical (1punto c/u).

a) $(10\ Z)^{1/3}$ =

b) $(X + Y)^{4/3}$ =

2) Expresa los siguientes radicales en forma de potencia con exponte radical. (1punto c/u).

a) $\sqrt[3]{(x+y)^7} =$

b) $\sqrt{\sqrt{a}} =$

c) $\sqrt[7]{a^4 \,.\, b^3 \,.\, c^2}$

3) Aplica la propiedad correspondiente y resuelve. (2puntos c/u).

a) $\sqrt[3]{27 \,.\, a^{12} \,.\, b^{24}} =$

b) $\sqrt{\dfrac{25m^6}{64m^2}}$

c) $\sqrt{\dfrac{16}{81}} - \sqrt{\dfrac{9}{4}}$

d) $\sqrt{(x+1) \,.\, (x+1)} =$

e) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{x^9 .\, y^6 \,.\, z^3}}\right)^2 =$

<u>Instrumento de evaluación:</u>

- Guía de evaluación :15 pts

  <u>Observación:</u> Verificar detalladamente la actividad al enviarla para ver si la actividad está completa.

- Presentación de la actividad (Pulcritud, ortografía, foto legible) : 2 pts

Observación: Las únicas actividades que será tomada en cuenta para este puntaje son las que sean escritas por el estudiantes tanto preguntas como respuestas. Tener en cuenta la nitidez de las fotos.

- Identificación de la actividad al ser enviada al correo: 1 pto

(Nombre, apellido, año y sección del estudiante)

Observación: Por favor es importante que identifique el correo en este orden para que garantice el puntaje.

- Puntualidad de entrega: 2 pts

NOTA:
Enviar evidencia al siguiente correo yaritzamaita@Gmail.com
(Tomar y enviar foto nada más a la parte de la actividad a evaluar.)
Fecha de entrega de la 2da actividad a evaluar del 21/ 02/22 al 25/2/22.
Si tienen alguna inquietud o duda pueden comunicarse con mi persona: 04120913435 (Llamadas y mensajes de textos).