Educación Media General

Lunes, 11 de abril 2022.
Docente: Yaritza Maita.
2do Año “A” y “B”.

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Conocimiento del espacio geográfico e historia de Venezuela. Procesos económicos y sociales. Conformación de la población. Las familias y comunidades.

Tema Generador

Tradiciones y evolución históricas.

Referentes Teóricos-Prácticos

Reforzando contenido:

Número Racionales Q.

- ✓ Representación Gráfica.
- ✓ Operaciones en Q.
- ✓ Ecuaciones en Q.
- ✓ Potenciación en Q.

Desarrollo del Tema

Números racionales “Q”.

Un número racional es un número que representa el conjunto de todas las fracciones equivalentes a una dad. El conjunto de los números racionales se denomina con la letra Q.

Los números racionales positivos se denotan con la letra Q+ y los racionales negativos con Q^-.

$$Q^- = \left\{ \ldots \frac{-5}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{-1}{3}, \frac{-1}{5} \ldots \right\}$$

$$Q^+ \left\{ \ldots \frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5} \ldots \right\}$$

Un número racional es positivo si los términos de las fracciones que los representan tienen signos iguales. Ejemplos: $\frac{-2}{-3}, \frac{-5}{-4}, \frac{+1}{+2}, \frac{+2}{+4}$; es negativo si los signos que lo representan son diferentes. Ejemplos: $\frac{+2}{-4}, \frac{-1}{+2}, \frac{-3}{+7}$

Es decir: $Q^- \subset Q$

$Q^+ \subset Q$

El conjunto de los números racionales está formado también por el conjunto de los números enteros. Esto indica que los números racionales es una extensión de los números enteros y estos a la ve son extensión de los números naturales.

De manera que:

$N \subset Z$

$Z \subset Q$

Es decir: $N \subset Z \subset Q$

Q* representa todos los números racionales distinto de cero.

$$Q^* = \left\{ \ldots\ldots \frac{-5}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{-1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{2} \ldots\ldots \right\}$$

Estos números racionales también lo podemos representar en la recta numérica.

Representación gráfica en Q.

Ejemplo:

1) Representa las siguientes fracciones en la recta numérica.

a) $\frac{1}{2}$ Dividimos $10 \,|\, \underline{2}$, 0 $\quad 0,5$ — Resultado decimal

b) $\frac{4}{5}$ Dividimos $40 \,|\, \underline{5}$, 0 $\quad 0,8$ — Resultado decimal

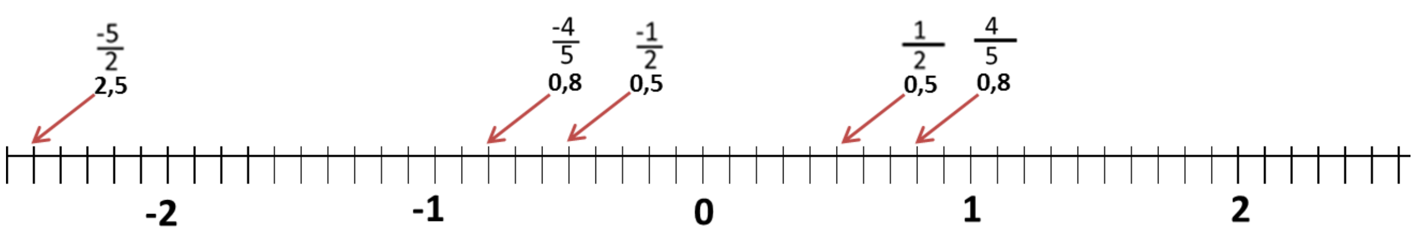
c) $\frac{-1}{2}$ Dividimos $10 \,|\, \underline{2}$, 0 $\quad 0,5$

d) $\frac{-5}{2}$ Dividimos $5 \,|\, \underline{2}$, 10 $\quad 2,5$, 0

e) $\frac{-4}{5}$ Dividimos $40 \,|\, \underline{5}$, 0 $\quad 0,8$

Las fracciones negativas las ubicamos hacia la izquierda del cero, es decir, en los entero negativos.

RECTA NUMÉRICA



Ubicamos primero los números naturales luego dividimos la fracción y su resultado decimal lo ubicamos en la recta numérica.

Operaciones en Q.

Recordando

Partes de una Fracción

$$\frac{a}{b}$$

Numerador: a

Denominador: b

❖ Adición y sustracción de fracciones con igual denominador

Para sumar o restar dos o más fracciones con igual denominador, sumamos o restamos los numeradores y dejamos el mismo denominador.

Ejemplo:

a) $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} + \frac{3}{5}$

$$\frac{2-1}{5} = \frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

❖ Adición y sustracción de fracciones con distinto denominador.

Para sumar o restar dos o más fraccione con diferentes denominadores, primero se convierten las fracciones dadas en fracciones equivalentes con igual denominador usando el m.c.m y luego se suman o restan las fracciones obtenidas.

Ejemplo:

1) Realiza las siguientes operaciones de fracciones.

a) $\frac{4}{3} - \frac{1}{4} + \frac{5}{9}$

Pasos:

1) Se calcula el m.c.m de:

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$3 = 3$ $\quad 4 = 2^2$ $\quad 9 = 3^2$

$$\begin{aligned} \text{m.c.m } (3, 4 \text{ y } 9) = \; & = 3^2 \,.\, 2^2 \\ & = 9 \,.\, 4 \\ & = 36 \end{aligned}$$

Será el Denominador

Quedando así.

$$\frac{?}{36} - \frac{?}{36} + \frac{?}{36}$$

Luego calculamos los numeradores

2) Se divide el m.c.m entre cada denominador y su resultado se multiplica por cada numerador de la fracción original, luego este representará el valor del numerador.

$36 \div 3 = 12 \times 4 = 48$

$36 \div 4 = 9 \times 1 = 9$

$36 \div 9 = 4 \times 5 = 20$

Resultados de los numeradores

Entonces sustituimos los numeradores

$$\frac{48}{36} - \frac{9}{36} + \frac{20}{36}$$

3) Luego aplicamos la operación de fracción con igual denominador.

$$\frac{48 - 9 + 20}{36} = \frac{39 + 20}{36} = \frac{59}{36}$$

b) $$\frac{12}{4} + \frac{3}{5}$$

Se calcula el m.c.m de:

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ 1 & \\ & \end{array}$$

$4 = 2^2 \quad 5 = 5$

m.c.m (4 y 5) = $2^2 . 5$
= 4 . 5
= 20

Será el Denominador

Quedando así.

$$\frac{?}{20} + \frac{?}{20}$$

Luego calculamos los numeradores

20 ÷ 4 = 5 x 12 = 60

20 ÷ 5 = 4 x 3 = 12

Resultados de los numeradores

Entonces sustituimos los numeradores

$$\frac{60}{20} + \frac{12}{20} = \frac{60 + 12}{20} = \frac{72}{20}$$

- **Propiedades de la adición.**

1) **Conmutativa:** El orden de los sumando no altera la suma.

Ejemplo:

a) $$\frac{12}{2} + \frac{1}{2} = \frac{13}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{12}{2} = \frac{13}{2}$$

2) **Asociativa**: Al agrupar dos o más sumando de diferentes formas, se obtiene la misma suma.

Ejemplo: $$\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{3}\right) + \frac{5}{3} = \frac{2}{3} + \left(\frac{4}{3} + \frac{5}{3}\right)$$

$$\frac{6}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2}{3} + \frac{9}{3}$$

$$\frac{11}{3} = \frac{11}{3}$$

3) **Elemento neutro**: Cualquier número sumado con cero da como resultado el mismo número.

Ejemplo: $$\frac{50}{3} + 0 = \frac{50}{3}$$

❖ Multiplicación de fracciones

Para multiplicar dos o más fracciones tiene como numerador el producto de los numeradores y como denominador el producto de los denominadores.

Ejemplo:

Resolver las siguientes operaciones.

a) $\frac{1}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{1 \times 5}{4 \times 3} = \frac{5}{12}$

- **Propiedades de la multiplicación.**

1) Conmutativa: El orden de los factores no altera el producto.

Ejemplo: $\frac{2}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$

$$\frac{6}{20} = \frac{6}{20}$$

2) Asociativa: Al agrupar dos o más factores de diferentes formas, se obtiene el mismo producto.

Ejemplo: $\left(\frac{4}{3} \times \frac{5}{2}\right) \times \frac{6}{7} = \frac{4}{3} \times \left(\frac{5}{2} \times \frac{6}{7}\right)$

$$\frac{20}{6} \times \frac{6}{7} = \frac{4}{3} \times \frac{30}{14}$$

$$\frac{120}{42} = \frac{120}{42}$$

3) Elemento neutro: Todo los números multiplicados por uno, da como resultado el mismo número.

Ejemplo: $\frac{5}{2} \times 1 = \frac{5}{2}$

4) Factor cero: todo número multiplicado por cero da como resultado cero.

Ejemplo: $\frac{2}{3} \times 0 = 0$

5) Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición.

Se aplica cuando uno de los factores es una suma, consiste en multiplicar cada uno de ellos por el factor, luego se suman estos productos.

Ejemplo: $\frac{2}{3} x \left(\frac{7}{2}+\frac{5}{2}\right) = \frac{2}{3} x \frac{7}{2} + \frac{2}{3} x \frac{5}{2}$

$$\frac{14}{6} + \frac{10}{6}$$

$$\frac{24}{6}$$

❖ División de fracciones

Para dividir una fracción entre otra, se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda fracción.

Ejemplo:

Realiza las siguientes operaciones

a) $\frac{6}{17} \div \frac{5}{3} = \frac{6}{17} x \frac{3}{5} = \frac{6 \times 3}{17 \times 5} = \frac{18}{85}$

Inversa

b) $\frac{7}{3} \div \frac{8}{9} = \frac{7}{3} x \frac{9}{8} = \frac{7 \times 9}{3 \times 8} = \frac{63}{24}$

Inversa

Ecuaciones en Q

Las ecuaciones en los números racionales se desarrolla igual que las ecuaciones con los con los números naturales y enteros

. Ejemplo:

a)

$$\frac{3}{4} + X = \frac{5}{2}$$

La variable esta en el primer miembro. Es decir que demos eliminar el termino ¾. Para esto se coloca en ambos lados de la igualdad el termino ¾ con signo contrario -3/4

$$\cancel{\frac{3}{4}} - \cancel{\frac{3}{4}} + X = \frac{5}{2} - \frac{3}{4}$$

Resolvemos m.c.m.

$$X = \frac{5}{2} - \frac{3}{4}$$

$$\begin{array}{c|c} 2 & 2 \\ 1 & \\ \multicolumn{2}{c}{2=2} \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \\ \multicolumn{2}{c}{4=2^2} \end{array}$$

m.c.m (2 y 4) = $2^2 = 4$

$$X = \frac{10}{4} - \frac{3}{4} = \frac{10-3}{2} = \frac{7}{4}$$

$$X = \frac{7}{4}$$

Debemos eliminar el termino -7/2 para eso debemos colocarlo en ambos lados de la igualdad con signo contrario es decir +7/2

$$\frac{7}{2} + X = \frac{1}{2}$$

b)

$$-\cancel{\frac{7}{2}} + \cancel{\frac{7}{2}} + X = \frac{1}{2} + \frac{7}{2}$$

Resolvemos

$$X = \frac{1}{2} + \frac{7}{2}$$

Dividiendo porque da un número entero

$$X = \frac{8}{4}$$

$$X = 2$$

Aplicamos propiedad distributiva

c)

$$5\left(X + \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

$$5X + \frac{5}{3} = \frac{2}{3}$$

$$5X + \cancel{\frac{5}{3}} - \cancel{\frac{5}{3}} = \frac{2}{3} - \frac{5}{3}$$

$$5X = \frac{-3}{-3}$$

$$5X = -1$$

$$\frac{5X}{5} = \frac{-1}{5}$$

$$X = \frac{-1}{5}$$

d)

Se debe despejar la X. Invertimos 2/3 a 3/2 , sabemos que el 3 esta dividendo pasa a multiplicar y el 2 que esta multiplicando pasa a dividir.

$$\frac{2X}{3} = 26$$

$$X = 26 \cdot \frac{2}{3}$$

Aplicamos multiplicación de fracciones

$$X = \frac{26 \cdot 2}{3}$$

$$X = \frac{72}{2}$$

$$X = 36$$

Potenciación:

El producto de una fracción por si misma n veces es una potencia cuya base es la fracción y n es el exponente. Es decir, para elevar una fracción a una potencia de exponente

n > 0, se elevan tanto el numerador como el denominador a dicha potencia.

Esto es = $\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \frac{a^n}{b^n}$

Exponente

Base

Ejemplos:

a) $\left(\frac{2}{4}\right)^{2} = \frac{2^2}{4^2} = \frac{4}{16}$

Se multiplica la base tantas veces indique el exponente

b) $\left(\frac{-1}{3}\right)^{2} = \frac{(-1)^2}{3^2} = \frac{+1}{9}$

Cuando la base es negativa se aplica regla de signos de la multiplicación

c) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2} = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$

Inverso

Para resolver una potencia con exponente negativo se aplica inverso para luego cambiar el signo del exponente y así poder resolver la potencia

d) $(2)^{-2} = \left(\frac{2}{1}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2} = \frac{1^2}{2^2} = \frac{1}{4}$

Inverso

Se aplica inverso. Se sobre entiende que debajo del 2 está como denominador un 1.

e) $\left(\frac{4}{-5}\right)^{2} = \frac{4^2}{(5)^2} = \frac{16}{+25}$

Observemos la siguiente tabla.

Multiplicación	Potencia	Base	Exponente	Lo leemos	Producto
$\frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4}$	$\left(\frac{2}{4}\right)^3$	$\frac{2}{4}$	3	Dos cuarto elevados al cubo.	$\frac{8}{64}$
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^4$	$\frac{1}{2}$	4	Un medio elevado a la cuarta	$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^2$	$\frac{1}{3}$	2	Un tercio elevado a la dos	$\frac{1}{9}$

Propiedades de Potenciación.

1) Multiplicación de potencias de base iguales: Es cuando se tiene un producto de factores iguales. Para aplicar esta propiedad se deja una sola base y se suman todos sus exponentes.

Ejemplos:

a) $$\left(\frac{7}{2}\right)^4 \times \left(\frac{7}{2}\right) \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^{4+1+2} = \left(\frac{7}{2}\right)^7$$

b) $$\left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \frac{3}{5}^{1+1-2} = \frac{3}{5}^{0} = 1$$

c) $$\left(\frac{-1}{2}\right)^0 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^5 = \left(\frac{-1}{2}\right)^{0+4+5} = \left(\frac{-1}{2}\right)^9$$

2) División de potencias de bases iguales: Es cuando se tiene una división donde el dividendo y el divisor son iguales. Para aplicar esta propiedad se deja una sola base y se restan sus exponentes. (Dividendo menos divisor).

Ejemplos:

a) $$\left(\frac{6}{7}\right)^8 \div \left(\frac{6}{7}\right) = \left(\frac{6}{7}\right)^{8-1} = \left(\frac{6}{7}\right)^7$$

b) $$\left(\frac{3}{4}\right) \div \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^{1-2} = \underbrace{\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^1}_{\text{Inverso}}$$

3) <u>Potencia de una potencia</u>: Es cuando existe una base y varios exponentes. Para aplicar esta propiedad se deja la misma base y se multiplican sus exponentes.

Ejemplos: a) $\left\{\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{4}\right]\right\}^{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{4x5} = \left(\frac{2}{5}\right)^{20}$

Se utilizan llaves, corchetes y paréntesis para separa los exponentes.

Se aplica regla de signos de la multiplicación

b) $\left\{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\right]^{-2}\right\}^{-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4x(-2)x(-5)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{40}$

4) <u>Potencia de un producto</u>: Se eleva cada factor al exponente dado.

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2} X \frac{3}{2}\right)^{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2} X \left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \frac{3^{2}}{(2x2)^{2}} = \frac{9}{4^{2}} = \frac{9}{16}$$

❖ **Casos Particulares.**

➢ Todo número elevado a la unidad es igual a la misma base.

Ejemplo:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{1} = \frac{a}{b}, \quad \text{con } b \neq 0$$

➢ Todo número elevado a la cero es igual a uno.

Ejemplo: $\left(\frac{a}{b}\right)^{0} = 1$

Operaciones combinadas con potencias en Q.

a)

$$\frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{3}} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{1+1+1}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{3}}$$

Si la operación es una división de potencias, se trabaja por parte se observa que propiedad se puede aplicar en el numerador y cual aplicar en el denominador.

Se aplica primero la propiedad multiplicación de potencias de bases iguales en el numerador.

$$= \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{3}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{3}}$$

Luego aplicamos la propiedad división de potencias de bases iguales.

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{3-3}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{0}$$

Sabemos que todo número elevado a la 0 es igual a .

$$= 1$$

b)

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{4}\times\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}}{\left(\frac{2}{3}\right)} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{4}\times\left(\frac{2}{1}\right)^{1}}{\left(\frac{2}{3}\right)}$$

Aplicamos inverso para luego resolver.

$$= \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{4+1}}{\left(\frac{2}{3}\right)}$$

Luego aplicamos la propiedad de la multiplicación de potencias.

$$= \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{5}}{\left(\frac{2}{3}\right)}$$

Luego aplicamos la propiedad de la división de potencias.

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{5-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4} = \left(\frac{16}{81}\right)$$

C)

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2\right] = \left[\frac{1^3}{2^3} \cdot \frac{5^2}{2^2}\right]$$

$$= \left[\frac{5^2}{2^{3+2}}\right]^2$$

$$= \left[\frac{5^2}{2^5}\right]^2$$

$$= \frac{5^4}{2^{10}}$$

$$= \frac{625}{1024}$$

<u>Instrumento de evaluación:</u>

- Evaluación escrita presencial 20 pts.

NOTA:

Fecha a evaluar del

Si tienen alguna inquietud o duda pueden comunicarse con mi persona: 04120913435 (Llamadas y mensajes de textos).