Miércoles 27 de Abril 2021
Docente: Martín Marcano
5to Año "A y B"

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Preservación de la vida en el planeta, salud y vivir bien.

Tema Generador

Responsabilidad escolar y comunitaria para el ejercicio de la prevención del covid-19.

Referentes Teóricos-Prácticos

Reglas Básicas de Conteo.
Permutaciones.
Combinaciones.

Desarrollo del Tema

REGLAS BÁSICAS DE CONTEO

Regla1. Si una operación se puede llevar a cabo en $n1$ formas, y si para cada una de estas se puede realizar una segunda operación en $n2$ formas, entonces las dos operaciones se pueden ejecutar juntas de $n1n2$ formas.

Ejemplo1. ¿Cuantos puntos muestrales hay en el espacio muestral cuando se lanza un par de dados una vez?
Solución: El primer dado puede caer en cualquiera de $n1 = 6$ maneras. Para cada una de esas 6 maneras el segundo dado también puede caer en $n2 = 6$ formas. Por lo tanto, el par de dados puede caer en $n1n2 = (6)(6) = 36$ formas posibles.
Es importante destacar que en este parte del estudio no estamos interesados en escribir todos los eventos del espacio muestral(S), sino en desarrollar reglas que nos permitan obtener el número total de los elementos que están en S.

Ejemplo 2. Un urbanista de una nueva subdivisión ofrece a los posibles compradores de una casa elegir entre Tudor, rustica, colonial y tradicional el estilo de la fachada, y entre una planta, dos pisos y tres pisos según el tamaño de la casa. ¿En cuántas formas diferentes puede un comprador ordenar una de estas casas?
***Solución*:** Como se puede elegir una de 4 fachadas disponibles tenemos que $n1 = 4$ y para el tamaño de la casa hay 3 opciones disponibles, entonces $n2 = 3$, un comprador debe elegir entre $n1n2 = (4)(3) = 12$ casas posibles.

Ejemplo 3. Si un miembro de un club que tiene 22 integrantes necesitara elegir un presidente y un tesorero, ¿de cuantas maneras diferentes se podría elegir a ambos?
***Solución*:** Para el puesto de presidente hay 22 posibilidades en total. Luego como ya elegimos el presidente, hay 21 posibilidades de elegir al tesorero. Si utilizamos la regla de la multiplicación, obtenemos $n1 \times n2 = 22 \times 21 = 462$ maneras diferentes.

La regla de la multiplicación (regla 1) se puede extender para abarcar cualquier número de operaciones. Por ejemplo, suponga que un cliente desea comprar un nuevo teléfono celular y que puede elegir entre $n1 = 5$ marcas, $n2 = 5$ tipos de capacidad y $n3 = 4$ colores. Estas tres clasificaciones dan como resultado $n1n2n3 = (5)(5)(4) = 100$ diferentes formas en las que un cliente puede ordenar uno de estos teléfonos.

A continuación se formula la **regla de multiplicación generalizada** que cubre k operaciones.

Regla 2. Si una operación se puede ejecutar en $n1$ formas, y si para cada una de estas se puede llevar a cabo una segunda operación en $n2$ formas, y para cada una de las primeras dos se puede realizar una tercera operación en $n3$ formas, y así sucesivamente, entonces la serie de k operaciones se puede realizar en $n1n2 \ldots nk$ formas.

Ejemplo 4. Sam va a armar una computadora y para comprar las partes tiene que elegir entre las siguientes opciones: dos marcas de circuitos integrados, cuatro marcas de discos duros, tres marcas de memorias y cinco tiendas locales en las que puede adquirir un conjunto de accesorios. .De cuantas formas diferentes puede Sam comprar las partes?
***Solución*:** Como $n1 = 2$, $n2 = 4$, $n3 = 3$ y $n4 = 5$, hay $n1 \times n2 \times n3 \times n4 = 2 \times 4 \times 3 \times 5 = 120$ formas diferentes de comprar las partes.

Con frecuencia nos interesamos en un espacio muestral que contiene como elementos a todas las posibles ordenaciones o arreglos de un grupo de objetos. Por ejemplo, cuando queremos saber cuántos arreglos diferentes son posibles para sentar a seis personas alrededor de una mesa, o cuando nos preguntamos cuantas ordenaciones diferentes son posibles para sacar dos billetes de lotería de un total de 20. En este caso los diferentes arreglos se llaman **permutaciones**.

Definición 1. Una **permutación** es un arreglo de todo o parte de un conjunto de objetos.

Definición 2. Para cualquier entero no negativo *n*, *n*!, denominado "*n* factorial" se define como
n! = *n*(*n* – 1) ………… (2)(1),
con el caso especial de 0! = 1.
Si utilizamos el argumento anterior llegamos a la siguiente conclusión:
El número de permutaciones de *n* objetos es *n*!, es decir, $P_n = n!$

Ejemplo 6. ¿Cuántos arreglos diferentes se pueden realizar con las letras *a*,*b*,*c* y *d?*
Solución: como *n=4* , entonces $P_4 = 4! = 4.3.2.1 = 24$ arreglos diferentes.

Fíjese que en el ejemplo anterior se toman todos los elementos a la vez, ahora bien, si queremos tomar **k** de los n-elementos, se aplica la siguiente fórmula: $P_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$

Ejemplo 7. En un año se otorgara uno de tres premios (a la investigación, la enseñanza y el servicio) a algunos de los estudiantes, de un grupo de 25, de posgrado del departamento de estadística.
Si cada estudiante puede recibir un premio como máximo, ¿cuántas selecciones posibles habría?

Solución: Como los premios son distinguibles, se trata de un problema de permutación. El número total de selecciones posibles es $P_{25,3} = \frac{25!}{(25-3)!} = \frac{25!}{22!} = \frac{25.24.23.22!}{22!} = 25.24.23 = 13800$

Ejemplo 8. En un club estudiantil compuesto por 50 personas se va a elegir a un presidente y a un Tesorero. ¿Cuántas opciones diferentes de funcionarios son posibles si
a) no hay restricciones;
b) *A* participara solo si él es el presidente;
c) *B* y *C* participaran juntos o no lo harán;
d) *D* y *E* no participaran juntos?

Solución: *a*) El número total de opciones de funcionarios, si no hay restricciones, es

$P_{50,2} = \frac{50!}{(50-2)!} = \frac{50!}{48!} = \frac{50.49.48!}{48!} = 50.49 = 2450$ formas diferentes.

b) Como *A* participaría solo si es el presidente, tenemos dos situaciones: i) *A* se elige como presidente, lo cual produce 49 resultados posibles para el puesto de tesorero; o ii) los funcionarios se eligen de entre las 49 personas restantes sin tomar en cuenta a A, en cuyo caso el número de opciones es $P_{49,2} = \frac{49!}{(49-2)!} = \frac{49.48.47!}{47!} = 49.48 =$ ¿ 2352. Por lo tanto, el número total de opciones es 49 + 2352 = 2401.

c)El numero de selecciones cuando *B* y *C* participan juntos es 2. El número de selecciones cuando ni *B* ni *C* se eligen es $P_{48,2}=\frac{48!}{(48-2)!}=\frac{48.47.46!}{46!}=48.47=2256$. Por lo tanto, el número total de opciones en esta situación es 2 + 2256 =2258.

d) El numero de selecciones cuando *D* participa como funcionario pero sin *E* es (2)(48) = 96, donde 2 es el número de puestos que *D* puede ocupar y 48 es el número de selecciones de los otros funcionarios de las personas restantes en el club, excepto *E*. El numero de selecciones cuando *E* participa como funcionario pero sin *D* también es (2)(48) = 96. El número de selecciones cuando tanto *D* como *E* no son elegidos es $P_{48,2}=2256$. Por lo tanto, el número total de opciones es (2)(96) + 2256 = 2448. Este problema también tiene otra solución rápida: como *D* y *E* solo pueden participar Juntos de dos maneras, la respuesta es 2450 – 2 = 2448.

Combinaciones

En muchos problemas nos interesamos en el número de formas de seleccionar *r* objetos de *n* sin importar el orden. Tales selecciones se llaman **combinaciones.** El número de combinaciones de *n* objetos distintos tomados de *r* a la vez es:

$C_{n,k}=\frac{n!}{(n-k)!k!}$, veamos los siguientes ejemplos:

Ejemplo 9. En una clase de 35 alumnos se quiere elegir un comité formado por tres alumnos. ¿Cuántos comités diferentes se pueden formar?

***Solución*:** como no importa el orden en que se seleccionen a los miembros del comité, tenemos combinaciones de 35 elementos para tomar 3.

n=35 y k=3

Luego: $C_{35,3}=\frac{35!}{(35-3)!3!}=\frac{35.34.33.32!}{32!.3.2.1}=\frac{35.34.33}{3.2.1}=6545$

Se pueden formar 6545 comités diferentes.

Ejemplo 10. Cuántos equipos de voleibol se pueden formar a partir de 9 jugadores disponibles? ***Solución:*** como no importa el orden en que se elijan a los jugadores y se requieren 6 jugadores para formar un equipo de voleibol, por lo que, en este caso se tiene que n = 9 y k = 6.

Luego: $C_{9,6}=\frac{9!}{(9-6)!6!}=\frac{9.8.7.6!}{3!.6!}=\frac{9.8.7}{3.2.1}=84$

Se pueden formar 84 equipos diferentes.

Ejemplo 11. Una persona tiene cinco monedas de distintos valores. ¿Cuántas sumas diferentes de dinero puede formar con las cinco monedas si toma 2,3,4 o las 5 monedas para realizar la suma?

Solución: como no importa el orden (si sumas 5+2=2+5) y se pueden formar sumas con 2,3,4 y 5 monedas, tenemos que el número total de sumas es: $C_{5,2}+C_{5,3}+C_{5,4}+C_{5,5}$

Luego: $C_{5,2}=\frac{5!}{(5-2)!.2!}=\frac{5!}{3!.2!}=\frac{5.4.3!}{3!.2.1}=\frac{5.4}{2.1}=10$

______$C_{5,3}=\frac{5!}{(5-3)!3!}=\frac{5!}{2!.3!}=\frac{5.4.3!}{2.1.3!}=\frac{5.4}{2.1}$=10

______$C_{5,4}=\frac{5!}{(5-4)!.4!}=\frac{5.4!}{1!.4!}=\frac{5}{1}=5$

______$C_{5,5}=\frac{5!}{(5-5)!.5!}=\frac{5!}{0!.5!}=\frac{1}{1}=1$

Finalmente: 10+10+5+1=26 , se pueden formar 26 sumas diferentes considendo 2,3,4 y 5 monedas para la suma.

Ahora bien, después de haber resuelto ejercicios de permutaciones y combinaciones es importante destacar que en el momento de resolver un ejercicios, debe tener en cuenta como premisa principal si en el planteamiento dado el orden de los elementos es o no importante, ya que si el orden importa, deberá aplicar las formulas de permutación según sea el caso y si el orden no importa, entonces deberá aplicar la formula de combinación.

Actividades de Evaluación

<u>Pongamos en práctica lo aprendido.</u>

1) Con ocho banderas diferentes, ¿cuántas señales pueden hacerse izándolas de tres en tres?
2) Los estudiantes de humanidades de una universidad privada se clasifican como estudiantes de primer año, de segundo año, de penúltimo año o de último año, y también de acuerdo con su género (hombres o mujeres). Calcule el número total de clasificaciones posibles para los estudiantes de esa universidad.
3) Cierta marca de calzado existe en 5 diferentes estilos y cada estilo está disponible en 4 colores distintos. Si la tienda deseara mostrar la cantidad de pares de zapatos que incluya todos los diversos estilos y colores, ¿cuantos pares diferentes tendría que mostrar?
4) Con las letras de la palabra libro, ¿cuántas palabras se pueden formar sin repetir ninguna de las letras?
5) ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas en una fila de butacas?
6) Un juego de lotería consiste en colocar 40 bolas numeradas del 1 al 40 en una bolsa y extraer 5 bolas en forma sucesiva y sin reemplazo. ¿Cuántos cartones de 5 números se pueden formar?
7) ¿De cuántas formas distintas pueden elegir a 5 personas de un grupo de ocho personas?
8) Un estudio concluyo que siguiendo seis sencillas reglas, las personas pueden fortalecer su sistema inmunológico, lo cual en estos tiempos de Pandemia es sumamente importante. Estas 6 reglas son: no fumar, hacer ejercicio de manera habitual, alimentarse de manera saludable, dormir siete u ocho horas , manejar el estrés y la ansiedad, hidratarse de manera adecuada. De cuantas formas puede una persona adoptar cuatro de estas reglas:
   ¿Si la persona actualmente infringe las seis reglas?
   ¿Si la persona nunca fuma y siempre hace ejercicio?

Educación Media General

9) Con la ayuda de tus padres comenta acerca de la importancia que tienen los hábitos mencionados en el ejercicio anterior para la salud. ¿Cuál de ellos pones en práctica?

10) En un concurso regional de ortografía, de los 8 finalistas, 3 son niños y 5 son niñas. Encuentre el numero de ordenamientos posibles al final del concurso para:

a) los 8 finalistas;

b) los 3 primeros lugares.

Aspectos a Evaluar.

i) Responsabilidad en la realización del trabajo requerido. (4pts)

ii) Resolución de los ejercicios planteados mediante procesos explicados en la guía y en la programación de Tv.(16pts)

Orientaciones Generales

Puedes **COMPLEMENTAR** la información de la guía utilizando:
Canal oficial de cada familia una escuela o por el canal en Youtube.
Matemática de 5to año (Colección Bicentenario)
Matemática de 5to año (Santillana, cualquier edición)

www.wikipedia.org.