Educación Media General

La presente guía está realizada por mi persona con mucho cariño y dedicación, espero puedan aprovecharla al máximo y de la mejor manera. Los siguientes son los temas fundamentales en la enseñanza de la matemática porque son y han sido muy importantes para el desarrollo del mundo como hoy lo conocemos. Cualquier duda que tengan pueden comunicarse conmigo dentro de un horario de 1:00 pm a 6:00pm y podré responderles cualquier duda que tengan.

Profesor: Jorge Ostos

Correo: j.ostos95@gmail.com

Teléfono: 04124598692

Tema Indispensable

Comunicación y sus medios

Tema Generador

Aportes de nuestros científicos en l prevención e inmunización ante el covid-19 para la salvación de la vida en el planeta

Referentes Teóricos-Prácticos

Polinomios

Factorización por factor común

Cuerpos Solidos

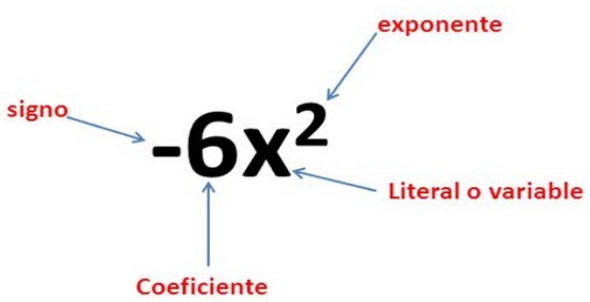
El álgebra es una de las áreas de la matemática más importantes y tiene su origen en el término al-jabr que aparece por primera vez en la obra de Al-juarismi (825): Kitab al-Jabr wa-l-Muqabala (El compendio sobre cálculo por resolución e igualación). Trabajar en álgebra consiste en manejar estructuras y relaciones numéricas en las que una o más cantidades son desconocidas. Estas cantidades se llaman variables, incógnitas o indeterminadas y se representan por letras.

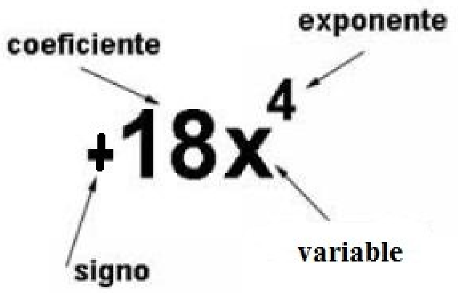
Una expresión algebraica es una combinación de letras y números ligada por los signos de las operaciones básicas: adición, sustracción, multiplicación y división. Las expresiones algebraicas nos permiten, por ejemplo: hallar áreas de triángulos, hallar el área de un cuadrado, entre otros…

MONOMIO

Un monomio es una expresión algebraica simple, formada por el producto de una variable y un coeficiente. Es importante recalcar que las variables tienen exponentes que son números enteros mayores o iguales a cero y que el coeficiente debe ser un número real, pero en este caso trabajaremos con los conjuntos numéricos vistos hasta el momento (números naturales, enteros y racionales).

ELEMENTOS DE UN MONOMIO





Nota: El signo siempre va a ser parte del coeficiente y el exponente siempre va a ser parte de la variable.

CARACTERÍSTICAS DE UN MONOMIO

Grado de un monomio: El grado de un monomio está determinado por el exponente de la variable, por ejemplo:

exponente

$$-2\boxed{x^{3}}$$

variable

En este caso el grado del monomio es tres "3"

Monomios semejantes: Dos monomios son semejantes cuando tienen idéntica variable y exponente.

$2x^2$ y $3x^2$ Términos semejantes

$-x^5$ y $8x^5$ Términos semejantes

$3x^5$ y $3x^2$ Términos no semejantes

Los exponentes son distintos

y^5 y $8x^5$ Términos no semejantes

Las variables son distintos

¿QUÉ ES UN POLINOMIO?

Un polinomio es una expresión algebraica formada por las sumas o restas de dos o más monomios. Cada uno de los monomios se les denomina términos del polinomio. Veamos algunos ejemplos de polinomios…

$$T(x) = 5x^3 - 2x^2 + 8x + 7$$

$$P(x) = +8x^4 - 5x - 3$$

$$A(x) = 10x^5 + 20x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x - 9$$

ELEMENTOS DE UN POLINOMIO

$$A(x) = \boxed{10}\,x^5 + \boxed{20}\,x^4 \boxed{-2}\,x^3 \boxed{+4}\,x^2 \boxed{-3}\,x \boxed{-9}$$

Coeficientes

$$A(x) = \underline{10x^5} + \underline{20x^4}\ \underline{-2x^3}\ \underline{+4x^2}\ \underline{-3x}\ \underline{-9}$$

Términos

$$A(x) = 10\boxed{x}^5 + 20\boxed{x}^4 - 2\boxed{x}^3 + 4\boxed{x}^2 - 3\boxed{x} - 9$$

Variables

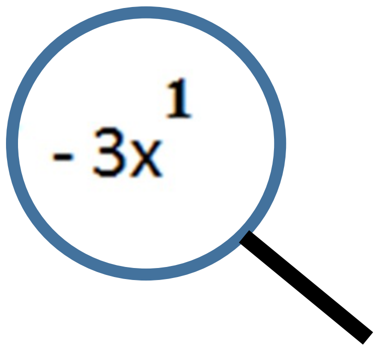
Exponentes

$$A(x) = 10x^{5} + 20x^{4} - 2x^{3} + 4x^{2} - 3x - 9$$

¿Sabes cuál es el exponente de la variable x en los términos -3x y -9?

El exponente de -3x es 1, normalmente cuando veamos que a la variable no se le coloca el exponente debemos sobreentender que es uno “1”.

$$A(x) = 10x^{5} + 20x^{4} - 2x^{3} + 4x^{2} - 3x - 9$$



Para el caso de -9 la variable estaba elevada a cero “0”, veamos

$$A(x) = 10x^{5} + 20x^{4} - 2x^{3} + 4x^{2} - 3x - 9x^{0}$$

Por propiedades de potenciación, tema que vimos el año pasado en primer año todo número no nulo elevado a cero es igual a uno “1”. De este modo sustituimos $x^{o}=1$

$$A(x) = 10x^{5} + 20x^{4} - 2x^{3} + 4x^{2} - 3x - \underbrace{9.1}_{9}$$

Por ultimo multiplicamos -9.1 y nos queda el mismo número “-9”.

$$A(x) = 10x^5 + 20x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x - 9$$

CARACTERISTICAS DE UN POLINOMIO

En particular un polinomio de dos términos se le llama **binomio** y un polinomio de tres términos se le llama **trinomio**.

1. $P(x) = \underline{12y} + \underline{9y^2}$
2. $Q(x) = \underline{4x^2} + \underline{y^2}$
3. $Z(x) = \underline{9} - \underline{6c}$
4. $R(x) = \underline{x^4} + \underline{4x^2}$

Todas estas expresiones tienen dos términos

Binomios

1. $P(x) = \underline{y^2} - \underline{8y} + \underline{16}$
2. $Q(x) = \underline{16y^2} + \underline{30y} + \underline{9}$
3. $Z(x) = \underline{36} + \underline{12x} + \underline{x^2}$
4. $R(x) = \underline{b^2} + \underline{2b} + \underline{4}$

Todas estas expresiones tienen tres términos

Trinomios

Grado de un polinomio el grado de un polinomio está determinado por el mayor exponente de las variables del mismo.

$$Q(x) = x^4 - x^9 + x^3 + x^2$$

Mayor exponente es 9

En el polinomio Q(x) el mayor exponente es 9, entonces dice que el polinomio es de noveno grado.

$$P(x) = x^3 + 7x^2 - 6x - 72$$

Mayor exponente es 3

En el polinomio P(x) el mayor exponente es 3, entonces se dice que el polinomio es de tercer grado.

$$M(x) = 5x^3 - 2x^2 + \frac{3}{4}x - 1$$

Mayor exponente es 3

En el polinomio M(x) el mayor exponente es 3, entonces el polinomio es de tercer grado

Término Semejantes: Dos o más términos son semejantes cuando tienen la misma variable y el mismo exponente. Debemos entender y estar claros que la variable y exponente deben ser iguales, si usted observa que dos o más términos no tienen esas características entonces no serán términos semejantes.

Ahora bien, Sean P(x) y Q(x) dos polinomios cualquiera. Veamos si tienen algunos términos en común

$$Q(x) = x^2 + 2x - 1 \qquad P(x) = -x^9 + x^4 + x^3 + x^2$$

Observemos que el polinomio Q(x) es de segundo grado y el polinomio P(x) es de noveno grado, además tienen un solo término semejante:

$$Q(x) = x^2 + 2x - 1 \qquad P(x) = -x^9 + x^4 + x^3 + x^2$$

Término Independiente: Es el término que posee la variable con grado cero "0". Es decir, aquel término que está compuesto solo por un número sin parte literal o variable. A este término se le llama constante o término independiente.

Sean los polinomios P(x) y Q(x) respectivamente

$$Q(x) = x^2 + 2x - 1 \qquad P(x) = x^3 + 7x^2 - 6x - 72$$

Si podemos percatarnos el polinomio Q(x) tiene tres términos y es de segundo grado, en el caso del polinomio P(x) tiene cuatro términos y es de tercer grado. Identifiquemos cual es el término independiente de Q(x) y P(x)

$$Q(x) = x^2 + 2x - 1$$

Término independiente

Observemos que el término independiente del polinomio Q(x) es -1, es el término que no tiene variable.

$$P(x) = x^3 + 7x^2 - 6x + 72$$

Término independiente

Observemos que el término independiente del polinomio P(x) es 72, es el término que no tiene variable

Polinomio Ordenado: Los términos de un polinomio están ordenados y en muchas ocasiones están desordenados, debemos aprender a identificar como esta ordenado un polinomio o en todo caso saber cómo ordenarlo. Los polinomios se pueden ordenar tomando en cuenta a los exponentes de sus variables, ya sea de forma ascendente (menor a mayor) o de manera descendente (mayor a menor). Por ejemplo

$$\mathbf{P(x)= 4x^5 + 3x^6 + 2x^3 + x^4}$$

Observemos que el polinomio P(x) tiene cuatro términos y además esta desordenado ya que los exponentes no están ordenados de manera ascendente ni descendente.

$$\mathbf{P(x)= \underline{4x^5} + \underline{3x^6} + \underline{2x^3} + \underline{x^4}}$$

Cuatro términos

También podemos notar que el mayor exponente de las variables es 6 y el menor exponente de las variables es 3. Podemos decir que el polinomio es de sexto grado

Menor exponente

$$P(x)= 4x^5 + 3x^6 + 2x^3 + x^4$$

Mayor exponente

Para ordenarlo podemos hacerlo de forma ascendente o descendente. Empecemos de forma ascendente, para ello reescribiremos los términos empezando con el término de menor exponente hasta el término mayor exponente.

Orden ascendente:

$$P(x)= 2x^3 + x^4 + 4x^5 + 3x^6$$

Ordenamos de MENOR a MAYOR exponente

Para ordenarlo de forma descendente reescribiremos los términos empezando con el mayor exponente hasta el término de menor exponente

Orden descendente:

$$P(x)= 3x^6 + 4x^5 + x^4 + 2x^3$$

Ordenamos de MAYOR a MENOR exponente

Polinomio opuesto: El opuesto de un polinomio se obtiene al cambiar los signos de los coeficientes de cada uno de sus términos. Por ejemplo

$$2x^4 - 5x^3 + 3x^5 + x - 6$$

$$\begin{array}{ccccc} 2x^4 & -5x^3 & +3x^5 & +x & -6 \\ \Updownarrow & \Updownarrow & \Updownarrow & \Updownarrow & \Updownarrow \\ -2x^4 & +5x^3 & -3x^5 & -x & +6 \end{array}$$

Observa que todos los términos de los polinomios son respectivamente opuestos.

SUMA O RESTA DE MONOMIO Y POLINOMIOS

Para sumar o restar monomios, es obligatorio que estos sean **semejantes**. Para ello, se suman o se restan los respectivos coeficientes de cada monomio y a continuación se escribe la misma parte literal. Es decir, una vez que identificamos si dos términos son semejantes, debemos sumar o restar los coeficientes y la variable la dejamos igual, no la tocamos. Por ejemplo:

Sean los siguientes monomios:

1. x^3
2. $2x^3$

Primero debemos verificar si eston dos monomios son semejantes

$$x^3 \qquad\qquad 2x^3$$

Si nos fijamos ambos monomios son semejantes ya que tienen la misma variable y el mismo exponente.

Una vez que determinamos que ambos monomios son semejantes, procedemos a sumarlos o restarlos dependiendo el signo:

$$x^3 + 2x^3$$

¿Sabes cuál es el coeficiente de x^3*? Cuando tengamos la variable y no veamos el coeficiente como en este caso, no significa que no tenga coeficiente. El coeficiente es uno "1", muchos libros y textos tienden a no indicar los coeficientes cuando este es uno "1", así que debemos estar pendientes siempre de eso.*

Educación Media General

$$1x^3 + 2x^3$$

Operamos los coeficientes, ¿cómo saber si debemos sumar o restar? Debemos de tener en cuenta la ley de signos que hemos usado y vimos en primer año. El signo del uno "1"es positivo y el signo del dos "2" es positivo, son signos iguales y signos iguales se suman y se coloca el mismo signo.

$$1x^3 + 2x^3 = 3$$

Una vez que operamos los coeficientes colocamos el resultado

$$x^3 + 2x^3 = 3x^3$$

Por último escribimos la variable y el mismo exponente para culminar el ejercicio.

Veamos otro ejemplo, ¿Podemos sumar los monomios propuestos acontinuación?

$$4x^5 + 2x^3$$

La respuesta es no, porque no son semejante. A pesar de que la variable es la misma, el exponete no es igual. Recordemos lo explicado en la guia anterior: Dos términos son semejantes cuando tienen la misma variable y el mismo exponte, debe cumplir ambas cosas.

ADICCIÓN Y SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

Para determinar las operaciones aditivas entre polinomios, se realiza lo que se indica a continuación:

Para sumar dos polinomios primero se ordenan los polinomios y luego se suman o restan los términos, estos términos deben ser semejantes para poder operarse entre ellos. Observemos algunos ejemplos:

Supongamos que tenemos los siguientes polinomios:

$$1)\ P(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5x - 1$$

$$2)\ Q(x) = 3x^3 - 5x^2 + 3x + 2$$

Sumemos los polinomios antes dados:

$$P(x) + Q(x) =$$

1) ANTES QUE NADA verificar que los polinomios estén **ordenados**, de no ser así podemos hacerlo de la forma que más nos guste (Ascendente o Descendente).

Descendente $\longrightarrow$

$$P(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5x - 1$$

Descendente $\longrightarrow$

$$Q(x) = 3x^3 - 5x^2 + 3x + 2$$

En este caso, si nos percatamos ambos polinomios tienen sus términos ya ordenados de manera descendente (de mayor a menor exponente).

2) Luego de ordenarlos, verificamos los términos en común de cada uno.

$$2x^3 + 4x^2 - 5x - 1 \qquad\qquad 3x^3 - 5x^2 + 3x + 2$$

Como podemos ver ambos polinomios tienen cuatro términos en común

3) Una vez ordenado, procedemos a operar los polinomios. Hay dos maneras de hacer la suma y podemos escoger la que más nos guste. La primera forma es escribiendo un polinomio debajo del otro y luego operarlos entre sí. Veamos la primera forma:

3.1) Primero escribimos P(x):

$$P(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5x - 1$$

Luego escribimos Q(x) debajo del mismo polinomio que ya escribimos, tratando con mucho cuidado que **los términos que son semejantes esten uno debajo del otro**.

$$P(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5x - 1$$

$$Q(x) = 3x^3 - 5x^2 + 3x + 2$$

Colocamos los términos semejantes uno debajo del otro

$$\begin{array}{lr} P(x)= & 3x^3 - 5x^2 + 3x + 2 \\ Q(x)= + & 2x^3 + 4x^2 - 5x - 1 \\ \hline \end{array}$$

Ahora como en cualquier suma básica como las que haciamos en la escuela, trazamos una linea debajo de los polinmios y empezamos a sumar o restar los coeficientes según sea el caso

$$
\begin{array}{rr}
P(x)= & 3x^3 - 5x^2 + 3x + 2 \\
Q(x)= + & 2x^3 + 4x^2 - 5x - 1 \\
\hline
P(x)+Q(x)= & 1
\end{array}
$$

Empezamos a operar los terminos de derecha a izquierda. El signo del dos “2” es positvo y del uno “1” es negativo. Signos diferentes se restan y se coloca el signo del mayor. Dos menos uno es uno”1” positivo, positivo por que el dos es mayor que el uno.

$$
\begin{array}{rr}
P(x)= & 3x^3 - 5x^2 + 3x + 2 \\
Q(x)= + & 2x^3 + 4x^2 - 5x - 1 \\
\hline
P(x)+Q(x)= & -2 \quad +1
\end{array}
$$

El signo del tres “3” es positvo y del cinco “5” es negativo. Signos diferentes se restan y se coloca el signo del mayor. Tres menos cinco es dos “2” negativo, negativo por que el cinco es mayor que el tres.

$$\begin{array}{lrl} P(x)= & & 3x^3 - 5x^2 + 3x + 2 \\ Q(x)= & + & 2x^3 + 4x^2 - 5x - 1 \\ \hline P(x)+Q(x)= & & \qquad\qquad\qquad - 2x + 1 \end{array}$$

Nótese que escribimos la misma variable, eso no lo vamos a alterar.

$$\begin{array}{lrl} P(x)= & & 3x^3 - 5x^2 + 3x + 2 \\ Q(x)= & + & 2x^3 + 4x^2 - 5x - 1 \\ \hline P(x)+Q(x)= & & 5x^3 - x^2 - 2x + 1 \end{array}$$

De esta forma seguimos operando los coeficientes según sus signos y dejamos la misma variable con su exponente según corresponda el caso.

3.2) La otra forma de hacer la suma de polinomios es un poco más formal, esta se realiza colocando un polinomio al lado del otro y agrupar los términos semejantes. Así:

Supongamos que tenemos los polinomios anteriores:

$$1)\ P(x)= 2x^3 + 4x^2 - 5x - 1$$

$$2)\ Q(x)= 3x^3 - 5x^2 + 3x + 2$$

$$P(x) + Q(x) =$$

Sustituimos las letras por los polinomios correspondientes

$$\underbrace{(2x^3 + 4x^2 - 5x - 1)}_{P(x)} + \underbrace{(3x^3 - 5x^2 + 3x + 2)}_{Q(x)}$$

Luego buscamos los términos semejantes entre ellos:

$$(2x^3 + 4x^2 - 5x - 1) + (3x^3 - 5x^2 + 3x + 2)$$

Asociamos convenientemente los términos semejantes

$$(2+3)\,x^3 + (4-5)\,x^2 + (-5+3)\,x + (-1+2)$$

Por ultimo operamos los coeficientes entre ellos aplicando la ley de signos que corresponda

$$P(x) + Q(x) = 5x^3 - x^2 - 2x + 1$$

Nota: *Se deja al lector la decisión de cual forma utilizara para resolver sus ejercicios, ambas son correctas.*

Una vez vista de manera detallada la suma de polinomios veamos otro ejemplo, para ello utilizaremos tres polinomios:

$$R(x)= 10x^5 + 20x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x - 9$$

$$S(x)= 8x^4 - 5x - 3$$

$$M(x)= 10x^3 - 5x + 8$$

1. Como ya lo mencionamos anteriormente lo primero es ver si los polinomios están ordenados, de no ser así debemos ordenarlos.

$$R(x)= 10x^5 + 20x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x - 9$$

$$S(x)= 8x^4 - 5x - 3$$

$$M(x)= 10x^3 - 5x + 8$$

Como podemos observar los tres polinomios estan ordenados (forma descendente).

2. Luego de ordenarlos procedemos a buscar los términos semejantes que hay entre ellos.

$$R(x)= 10x^5 + 20x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x - 9$$

$$S(x)= 8x^4 - 5x - 3$$

$$M(x)= 10x^3 - 5x + 8$$

Observemos que R(x) tiene tres términos semejantes con S(x) y tres términos semejantes con M(x). Por otro lado S(x) tiene tres términos semejantes con R(x) y solo dos terminos semjantes con M(x). Para el caso de M(x) tiene tres términos semejantes con R(x) y dos términos semejantes con S(x).

3. Ahora para realizar esta suma utilizaremos convenientemente el primer metodo que ya explicamos en la presente guía.

$$
\begin{array}{lcccccc}
R(x)= & 10x^5 & +20x^4 & -2x^3 & +4x^2 & -3x & -9 \\
S(x)= & & 8x^4 & & & -5x & -3 \\
M(x)= & & & 10x^3 & & -5x & +8 \\
\hline
 & & & & & &
\end{array}
$$

*Colocamos los términos semjantes uno debajo del otro y resolvemos. Como podemos observar hay terminos de R(x) que le faltan a S(x) y M(x) simplemente dejamos ese espacio en blanco y ya, nos interesa solamente **alinear** los términos semejantes.*

4. Ahora solo queda aplicar ley de signos y hacer las operaciones correspondientes que ya sabemos

$$
\begin{array}{lcccccc}
R(x)= & 10x^5 & +20x^4 & -2x^3 & +4x^2 & -3x & -9 \\
S(x)= & & 8x^4 & & & -5x & -3 \\
M(x)= & & & 10x^3 & & -5x & +8 \\
\hline
 & 10x^5 & +28x^4 & +8x^3 & +4x^2 & -13x & -4
\end{array}
$$

De esta forma decimos que:

R(x)+S(x)+M(x)= $10x^5 + 28x^4 + 8x^3 + 4x^2 - 13x - 4$

RESTA DE POLINOMIOS

Para restar dos polinomios debemos tener claro que el procedimiento va a casi igual que en la suma, la diferencia es que el segundo polinomio debemos cambiarlo por su opuesto para poder operarlo con el primero. Veamos:

Supongamos que tenemos los siguientes polinomios ordenados de forma descendente:

$$P(x) = 3x^3 + 4x^2 + 2x + 6$$

$$T(x) = 5x^3 - 2x^2 + 8x + 7$$

Debemos resolver:

$$P(x) - T(x) =$$

Como bien lo exlicamos anteriormente la resta de polinomios es igual a la suma, la unica diferencia es que debemos de cambiar el segundo polinomio por su opuesto. Entonces busquemos el opuesto de T(x):

$$T(\mathrm{x}) = -5x^3 + 2x^2 - 8x - 7$$

Opuesto de T(x)

1. Ahora procedemos a resolver por el metodo que mas nos guste.

$$P(x) = 3x^3 + 4x^2 + 2x + 6$$
$$T(x) = -5x^3 + 2x^2 - 8x - 7$$

Lo primero es ordenar y alinear los términos semejantes.

$$P(x) = 3x^3 + 4x^2 + 2x + 6$$
$$T(x) = -5x^3 + 2x^2 - 8x - 7$$
$$-1$$

Como podemos observar tenemos signos diferentes, debemos restar y colocar el signo del mayor. Seis menos siete es igual a uno "1" negativo, negativo por que el signo del número mayor es negativo.

$$P(x) = 3x^3 + 4x^2 + 2x + 6$$
$$T(x) = -5x^3 + 2x^2 - 8x - 7$$
$$-6x \quad -1$$

En este caso tenemos signos diferentes, debemos restar y colocar el signo del mayor. Dos menos ocho es igual a seis "6" negativo, negativo por que el signo del número mayor es negativo, para culminar colocamos la misma variable y exponente.

$$P(x) = 3x^3 + 4x^2 + 2x + 6$$

$$T(x) = -5x^3 + 2x^2 - 8x - 7$$

$$\overline{}$$

$$6x^2 - 6x \;\; -1$$

Aca tenemos signos iguales, debemos sumar y colocar el mismo signo. De esta forma cuatro mas dos es igual a seis "6" positivo, positivo por que el signo que se repite es positivo, para culminar colocamos la misma variable y exponente.

$$P(x) = 3x^3 + 4x^2 + 2x + 6$$

$$T(x) = -5x^3 + 2x^2 - 8x - 7$$

$$\overline{}$$

$$-2x^3 + 6x^2 - 6x \;\; -1$$

Fijense que tenemos signos diferentes, debemos restar y colocar el signo del mayor. Tres menos cinco es igual a dos "2" negativo, negativo por que el signo del número mayor es negativo, para culminar colocamos la misma variable y exponente.

MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS:

Para multiplicar dos o más monomios se debemos recordar los siguientes temas ya vistos en años anteriores:

Multiplicación básica:

1. $3 \cdot 4 = 12$
2. $5 \cdot 5 = 25$
3. $7 \cdot 8 = 56$

Multiplicación de signos:

1. $+ \cdot + = +$
2. $+ \cdot - = -$
3. $- \cdot - = +$
4. $- \cdot + = -$

Multiplicación de potencias de igual base: Para multiplicar dos o más potencias de igual base, se deja la misma base y se suman los exponentes.

$$x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$$

MULTIPLICACIÓN DE UN MONOMIO POR UN POLINOMIO

Para multiplicar un monomio por un polinomio se debe aplicar la propiedad distributiva para la suma. Es decir, se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio, teniendo en cuenta los temas explicados anteriormente.

Supongamos que tenemos el polinomio P(x) y el monomio Z(x)

$$P(x)=5x^2+2x+3$$

$$Z(x)=5x^3$$

Resolvamos:

$$P(x) \bullet Z(x)=$$

Podemos hacerlo de dos formas veamos la primera:

1. Primero debemos verificar que el polinomio este ordenado.

$$5x^2+2x+3$$

Efectivamentente el polinomio esta ordenado, de forma descendente.

Ahora luego de ordenar el polinomio escribimos el monomio debajo de el y trazamos una linea como si se tratace de una multiplicación normal.

$$\begin{array}{r} 5x^2+2x+3 \\ \times \qquad\quad 5x^3 \\ \hline \end{array}$$

Una vez ordenado empezamos a operar, teniendo en cuenta la multiplicación de signos y la propiedad de potenciación (multiplicación de potencias de igual base).

$$\begin{array}{r} 5x^2+2x+3 \\ \times \qquad 5x^3 \\ \hline +15x^3 \end{array}$$

Multiplicamos cinco por tres, lo cual es igual a quince "15" positivo, positivo porque signo positivo por positivo es igual a positivo y como el tres no tenía variable le colocamos la misma que del cinco.

$$\begin{array}{r} 5x^2+2x+3 \\ \times \qquad 5x^3 \\ \hline 10?\ +15x^3 \end{array}$$

En este caso multiplicamos cinco por dos, lo cual es igual a diez "10" positivo, porque signo positivo por positivo es igual a positivo. ***¿Sabes cuál será la variable y el exponente del diez?***

$$\begin{array}{r} 5x^2+2x+3 \\ \times \qquad 5x^3 \\ \hline 10x^{1+3} +15x^3 \end{array}$$

En el caso de las variables debemos colocar la misma variable pero sumar sus exponentes

$$\begin{array}{r} 5x^2+2x+3 \\ \times \qquad 5x^3 \\ \hline +10x^4+15x^3 \end{array}$$

Esto es aplicando la propiedad de potenciación antes vista, "multiplicación de potencias de igual base".

$$\begin{array}{r} 5x^2+2x+3 \\ \times \qquad 5x^3 \\ \hline 25x^{2+3}+10x^4+15x^3 \end{array}$$

Multiplicamos cinco por cinco lo cual es igual a veinticinco "25"positivo, positivo porque signo positivo por positivo es igual a positivo en el caso de las variables debemos colocar la misma variable pero sumar sus exponentes.

$$\begin{array}{r} 5x^2+2x+3 \\ \times \qquad 5x^3 \\ \hline 25x^5+10x^4+15x^3 \end{array}$$

De lo anterior podemos decir:

$$P(x) \bullet Z(x) = 25x^5+10x^4+15x^3$$

2. La segunda forma de hacer la multiplicacion es la siguiente:

$$P(x) \cdot Z(x) =$$

$$\underbrace{\left(5x^2+2x+3\right)}_{P(x)} \cdot \underbrace{\left(5x^3\right)}_{Z(x)} =$$

Aplicamos propiedad distributiva.

$$\left(5x^2+2x+3\right) \cdot \left(5x^3\right) =$$

Por ultimo operamos los coeficientes entre ellos aplicando la multiplicación de signos que correspondiente y sumamos los exponentes.

$$\left(5x^2 \cdot 5x^3\right) + \left(2x \cdot 5x^3\right) + \left(3 \cdot 5x^3\right) =$$

$$25x^5 + 10x^4 + 15x^3$$

De lo anterior decimos:

$$P(x) \bullet Z(x) = 25x^5 + 10x^4 + 15x^3$$

FACTOR COMÚN

La factorización o descomposición factorial es el proceso de presentar una expresión matemática o un número en forma de multiplicación. Recordemos que los factores son los elementos de la multiplicación y el resultado se conoce como producto.

En líneas generales, podemos hablar de dos tipos de factorización: la factorización de números enteros y la factorización de expresiones algebraicas.

Factorización en números

Todo número entero se puede descomponer en sus factores primos. Un número primo es aquel que es divisible únicamente entre 1 y el mismo. Por ejemplo, el 2 solo se puede dividir entre 1 y 2.

Podemos descomponer un número X dado como la multiplicación de sus factores primos. Por ejemplo, el número 525 está compuestos por los números primos 5, 3 y 7 de la siguiente manera:

$$525 = 5^2 \cdot 3 \cdot 7$$

¿Cómo Factorizamos de un número?

Para factorizar un número o descomponerlo en factores, efectuamos sucesivas divisiones entre sus divisores primos hasta obtener un uno como cociente.

Para realizar las divisiones utilizaremos una barra vertical, a la derecha escribimos los divisores primos y a la izquierda los cocientes.

432	2
216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$432 = 2^4 \cdot 3^3$

Factorización de expresiones algebraicas

El objetivo de la factorización es llevar un polinomio complicado y expresarlo como el producto de sus factores. Se llaman **factores** o **divisores** de una expresión algebraica a las expresiones algebraicas que multiplicadas entre si dan como producto la primera expresión. Por ejemplo:

Supongamos que tenemos el siguiente binomio:

$$12x + 18$$

Al descomponer ambos números podemos notar:

12	6
2	2
1	

18	6
3	3
1	

Nótese que el factor común numérico de la expresión anterior es el 6, puesto que ***6 es el mayor divisor entre 12 y 18***, por lo tanto, la factorización es:

$$12x + 18 = 6.\,(2x) + 6.\,(3)$$

Como podemos ver 6.2 = 12 y 6.3 = 18

$$12x + 18 = \underline{6.\,(2x + 3)}$$

Básicamente, lo que hemos hecho es sacar el factor que es común en ambos términos 12x y 18.

¿Podemos saber si lo que hicimos está bien? Si, solo demos multiplicar el 6 por lo que está dentro del paréntesis

$$6.\,(2x + 3)$$

$$12x + 18$$

Como podemos observar hemos obtenido la expresión original.

Veamos otro ejemplo:

$$7x^3 - 4x^2 + 3x$$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4 & 4 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Al descomponer los números podemos notar que no existe algo en común entre ellos. El factor común entre los coeficientes es “x” ya que se repite en cada termino. Tomaremos el factor literal que se repite en todos los términos con el menor exponente, por lo tanto:

$$7x^3 - 4x^2 + 3x = x.\ (7x^2 - 4x + 3)$$

Si queremos comprobar simplemente hacemos la multiplicación de “x” con lo que está dentro del paréntesis y debería darnos la expresión original.

Veamos un último ejemplo:

$$\mathbf{8a^4 + 6a^3}$$

$$\begin{array}{c|c} 8 & 4 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c|c} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Al descomponer los números podemos notar que existe algo en común entre ellos. Es el número 2, además el otro factor común entre los coeficientes es “x” ya que se repite en cada término. Tomaremos el factor literal que se repite en todos los términos con el menor exponente, por lo tanto:

$$\mathbf{8a^4 + 6a^3 = \ 2a^3.\ (4a) + 2a^3.\ (3)}$$

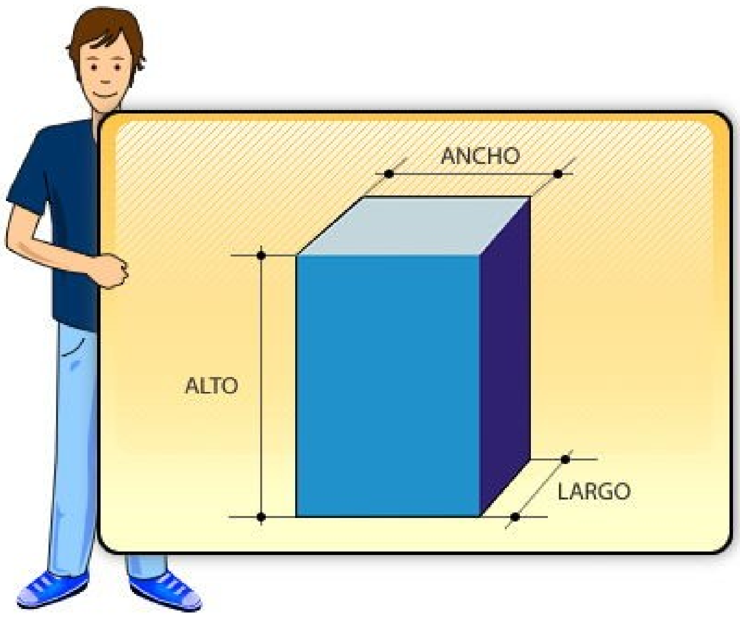
$$\mathbf{8a^4 + 6a^3 = 2a^3.\ (4a + 3)}$$

Como dato curioso debes saber, no todos los polinomios se pueden factorizar, ya que, al igual que en los números primos que sólo son divisibles por ellos mismos y por 1, hay expresiones algebraicas que también solo son divisibles por ellas mismas y por 1.

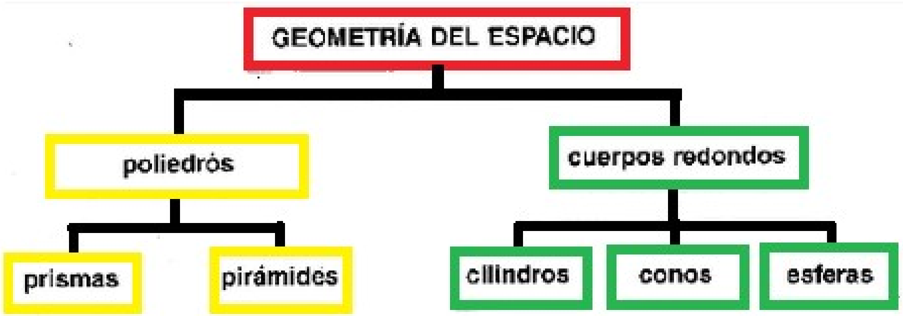
Por ejemplo: El polinomio **2x + 3**, no se puede factorizar ya que, solo es divisible por sí mismo y por **1**. Es decir, este polinomio <u>no</u> tiene un factor en común. Así que para poder factorizar una expresión algebraica es necesario que <u>siempre</u> exista al menos un **factor en común** dentro de sus términos, ya sean números y/o letras.

CUERPOS SÓLIDOS

El mundo bidimensional de la geometría plana no es suficiente para explicar el mundo en que vivimos, es por ellos que existen otro tipo de geometría tales como “la geometría en el espacio”. Esta geometría estudia figuras las cuales tienen cualidades en lo largo, ancho y alto; básicamente algo que conocemos como figuras en tercera dimensión (3D), estas figuras geométricas ubicadas en el espacio suelen conocerse como “cuerpos geométricos”



Los cuerpos geométricos pueden ser: **Poliedros y Cuerpos Redondos**



Veamos:

1. **Poliedros:**

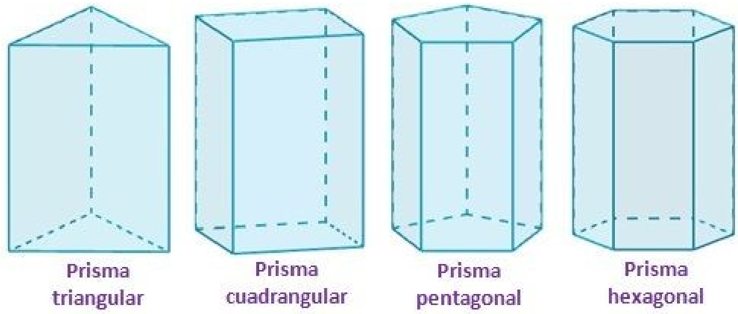
La palabra poliedro proviene del griego “polys” que significa muchas y de “edra” que significa base o caras. Estamos hablando entonces de formas geométricas que poseen varias caras y que además son planas.

1.1. **Poliedros regulares:** se caracterizan por tener todas sus caras iguales. Algunos son:

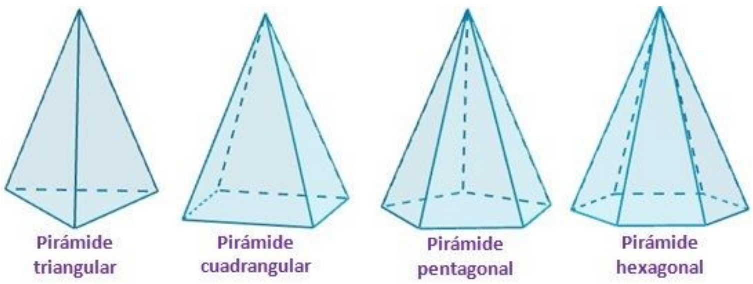
Nombre	Imagen	Vértices (V)	Aristas (A)	Caras (C)
Tetraedro		4	6	4
Cubo o Hexaedro		8	12	6
Octaedro		6	12	8
Dodecaedro		20	30	12
Isocaedro		12	30	20
Prisma triangular		6	9	5
Prisma rectangular		8	12	6
Prisma pentagonal		10	15	7
Prisma hexagonal		12	18	8
Pirámide cuadrangular		5	8	5

portaleducativo.net

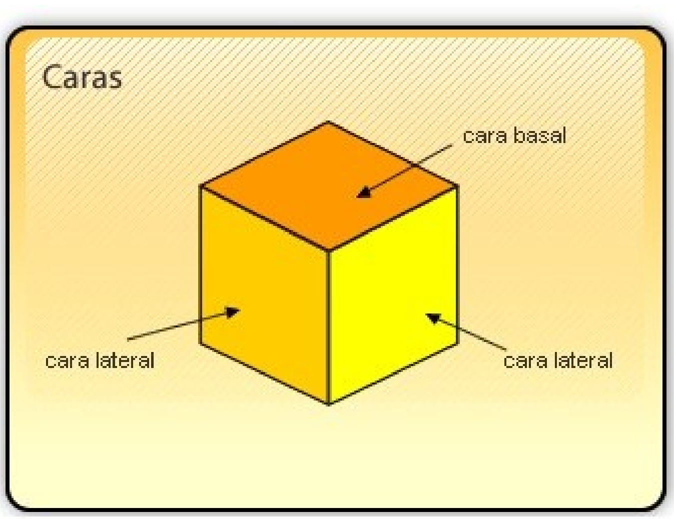
1.2. **Prismas:** están compuestos por dos bases poligonales de igual forma y tamaño y sus caras laterales son paralelogramos.



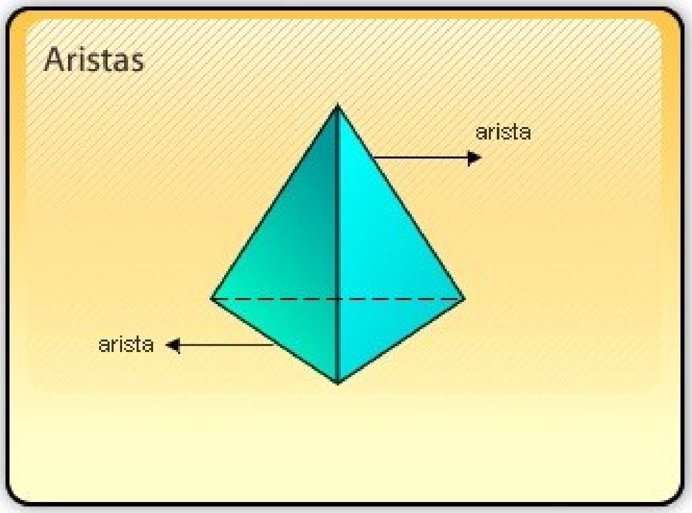
1.3. **Pirámides:** están compuestas por una cara poligonal que es su base y por caras laterales con forma de triángulos.



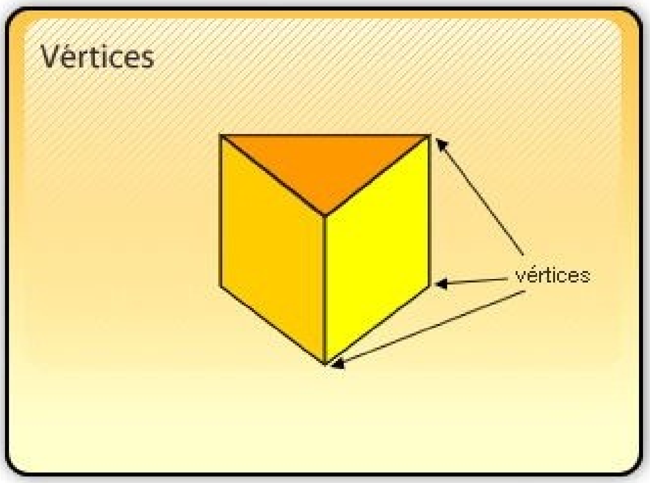
1.4. **Características de los poliedros:**



Las caras son cada una de las superficies del cuerpo solido



Cada dos caras se unen en un segmento llamado aristas

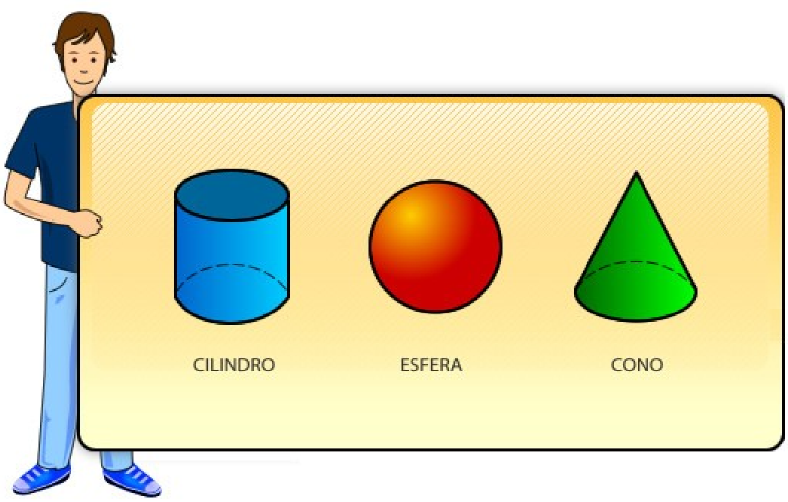


Los vértices son los puntos donde se intersecan las aristas

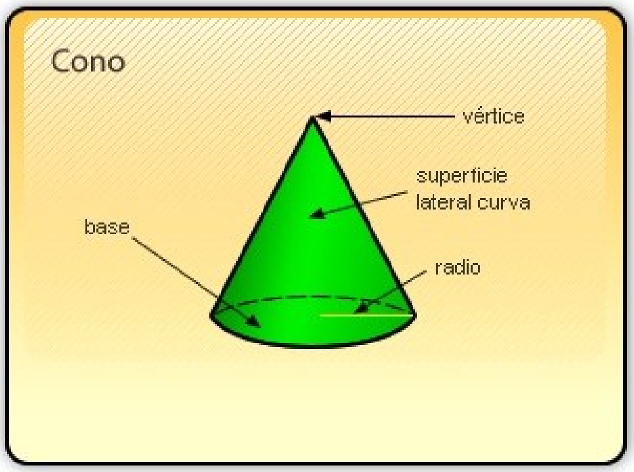
En la vida real podemos encontrar un montón de objetos que tienen forma de poliedros, como un cubito de hielo, una pirámide o un envase de leche.

2. Cuerpos redondos

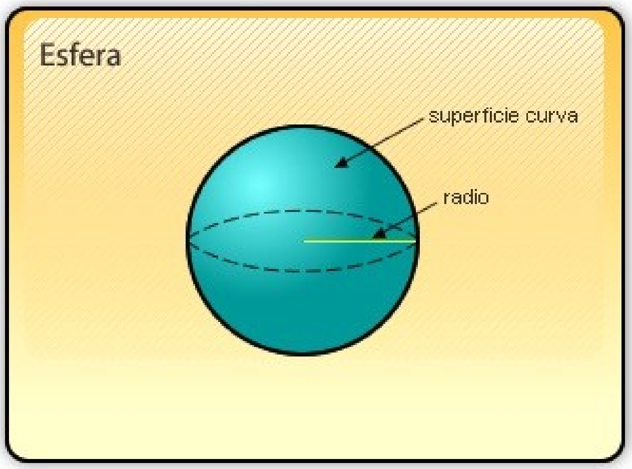
Son aquellas figuras geométricas sólidas compuestas por superficies curvas en su totalidad o complementadas por superficies planas y curvas. Entre los cuerpos redondos más comunes encontramos:



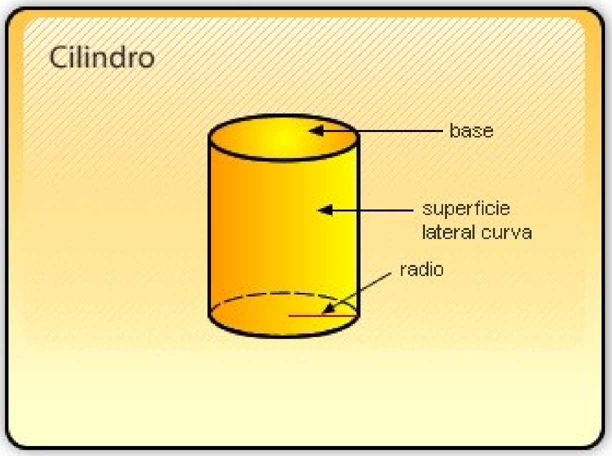
2.1. **Cono:** se trata de un cuerpo redondo compuesto por una base circular y una superficie curva.



2.2. **Esfera:** es un cuerpo completamente curvo, ya que está compuesto por una superficie curva.

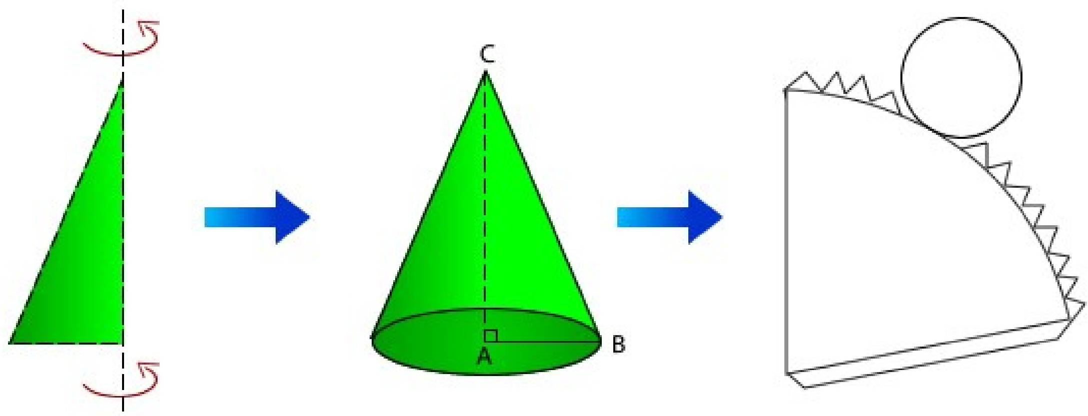


2.3. **Cilindro**: es un cuerpo geométrico compuesto por una superficie curva y dos bases planas circulares.

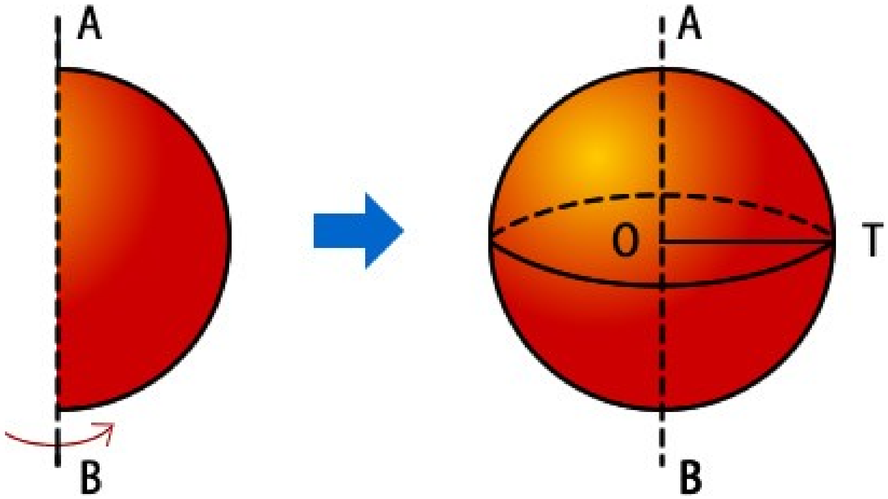


¿Sabías que los cuerpos redondos se originan a partir de una figura plana?

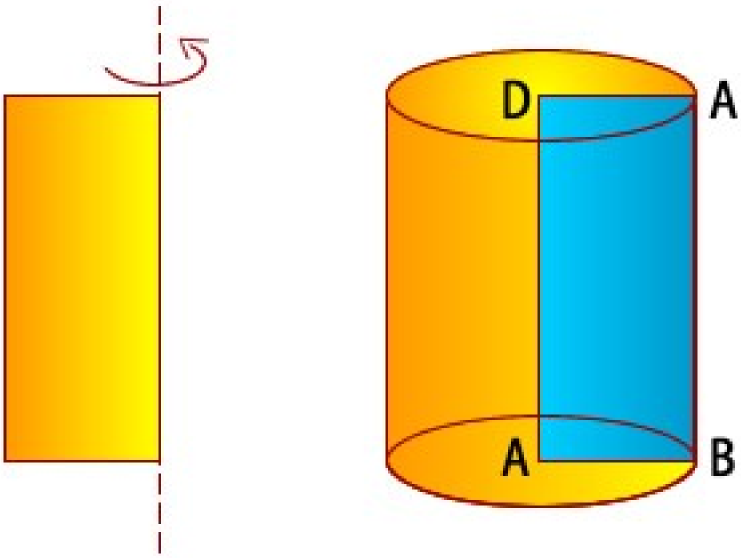
Al tomar un triángulo rectángulo por una de sus puntas y girarlo sobre sí mismo generaremos un cono.



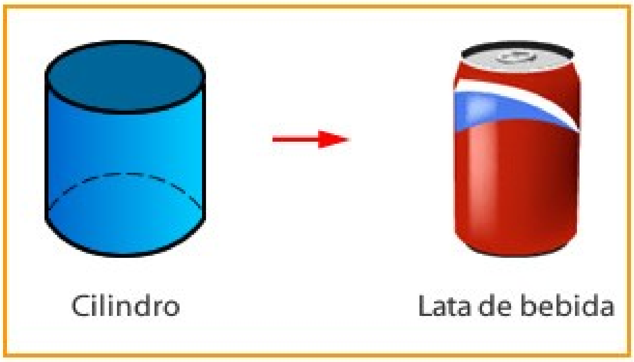
Al tomar un semi-circulo y girarlo sobre sí mismo generaremos una esfera.

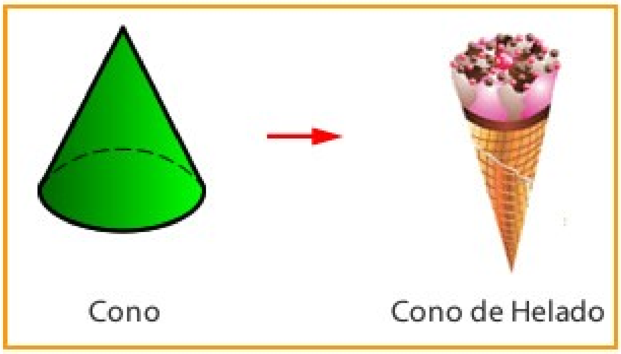


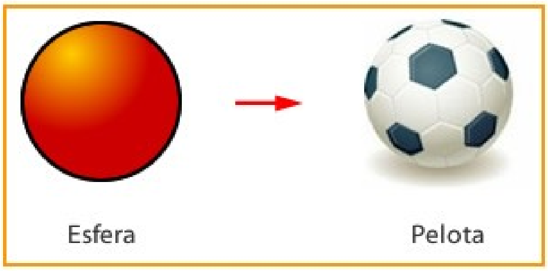
Al tomar un rectángulo y girarlo sobre sí mismo generaremos un cilindro.



La forma de los cuerpos redondos la podemos encontrar en muchos elementos de la vida real, como en la forma de un volcán (cono), de una bola de billar (esfera) o en un bote de pintura (cilindro). Veamos algunos ejemplos:

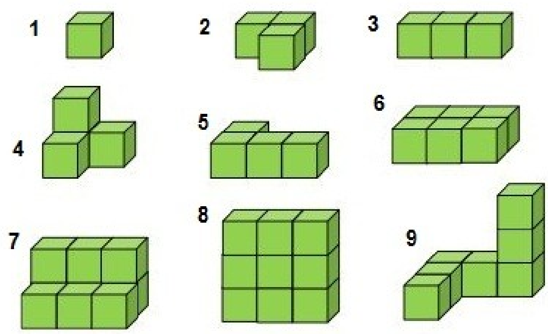






Volumen de los cuerpos sólidos:

El volumen es la medida del espacio que ocupa un cuerpo, la unidad principal de volumen es el metro cúbico (m^3), un metro cúbico es el volumen de un cubo de un metro de lado.



El volumen de un sólido se obtiene al calcular el número de unidades cubicas que contiene. Por ejemplo: Observa los cuerpos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

Si elegimos como unidad el cuerpo 1, podemos decir que el cuerpo 2 es tres veces el cuerpo 1, el cuerpo 5 es cuatro unidades más que el cuerpo 1 y el cuerpo 8 es seis unidades más que el cuerpo 1

Múltiplos del metro cúbico:

Son las unidades de volumen mayores que el metro cuadrado. Veamos:

- ✓ 1 dam^3 es el volumen de un cubo de 1 dam de lado
- ✓ 1 hm^3 es el volumen de un cubo de 1 hm de lado
- ✓ 1 km^3 es el volumen de un cubo de 1 km de lado

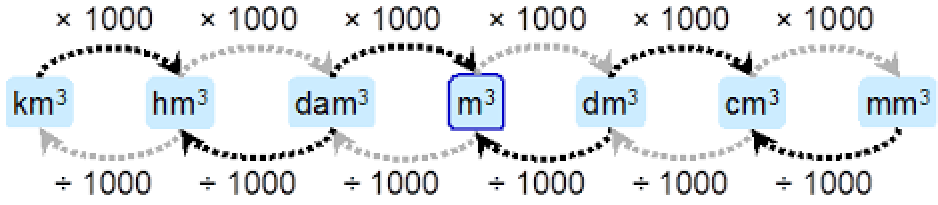
Submúltiplos del metro cúbico:

Son unidades de volumen menores que le metro cuadrado.

- ✓ 1 dm^3 es el volumen de un cubo de 1 dm de lado
- ✓ cm^3 es el volumen de un cubo de 1 cm de lado
- ✓ mm^3 es el volumen de un cubo de 1 mm de lado.

kilómetro cúbico	km^3	1 000 000 000 m^3
hectómetro cúbico	hm^3	1 000 000m^3
decámetro cúbico	dam^3	1 000 m^3
metro cúbico	m^3	1 m^3
decímetro cúbico	dm^3	0.001 m^3
centímetro cúbico	cm^3	0.000001 m^3
milímetro cúbico	mm^3	0.000000001 m^3

Conversión de las unidades de volumen



Si queremos convertir desde una unidad que está "separada" de otra, debemos "acumular las operaciones" según "subimos" o "bajamos" de la escalera.

Ejemplos:

1. Supongamos que tenemos 2 hectómetros cúbicos y queremos saber ¿cuánto representa esa longitud en metros cúbicos?

Para pasar de hectómetro cubico a metros cúbicos bajamos 2 peldaños, por tanto, debemos multiplicar X1000 y X1000 el valor original. Veamos:

2 x <u>1000 x 1000</u>=

Valor Inicial   Cantidad de peldaños que bajamos

2 x 10 x 10= 2.000.000 m^3

Multiplicando 2 por ambos miles.

2. Supongamos que tenemos 15.000 milímetros cúbicos y queremos saber ¿cuánto representa en centímetros cúbicos?

   Para pasar de m^3 a cm^3 subimos 1 peldaño, por tanto, debemos dividir ÷1000 al valor original. Veamos:

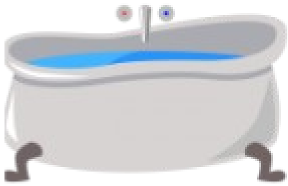
15.000 ÷ 1000

Valor Inicial   Cantidad de peldaños que subimos

15.000 ÷ 1000= 15 cm^3

Dividimos 15000 entre 1000

Capacidad de cuerpos geométricos:



Fíjate en las siguientes expresiones:

- ✓ Este salón tiene una capacidad para 100 personas.
- ✓ Cada caja tiene una capacidad para guardar 200 resmas de papel.
- ✓ La piscina tiene una capacidad de 30.000 litros.

Estas son expresiones que se refieren al número máximo de elementos que caben un espacio determinado, entonces:

La capacidad de un cuerpo es la medida del espacio interno del cuerpo en el que se puede contener una sustancia o materia.

Unidades de capacidad:

El litro es la medida del espacio que usa para calcular lo que puede contener un cuerpo. El litro es la unidad principal de capacidad del sistema métrico decimal.

Múltiplos de litro:

Son las unidades mayores que el litro. Veamos:

- ✓ 1 kilolitro (kl)
- ✓ 1 hectolitro (hl)
- ✓ 1 decalitro (dl)

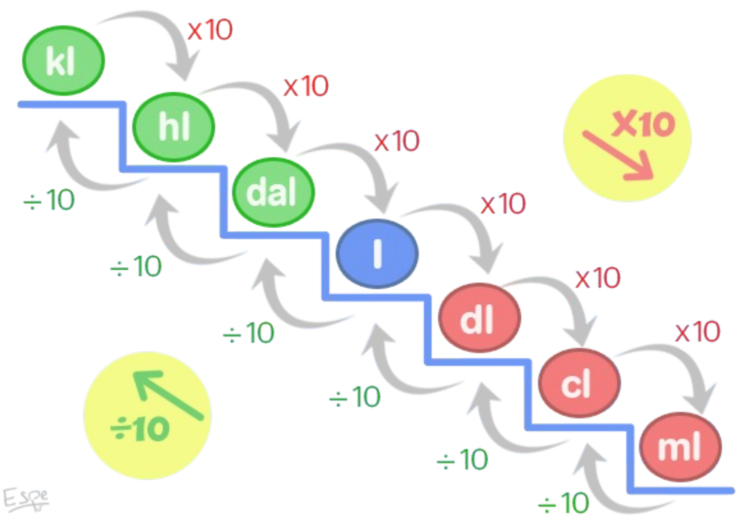
Submúltiplos de litro:

Son unidades de volumen menores que le metro cuadrado.

- ✓ 1 decilitro
- ✓ 1 centilitro
- ✓ 1mililitro

Múltiplos	Kilolitro
	Hectolitro
	Decalitro
	Litro
Submúltiplos	Decilitro
	Centilitro
	Mililitro

Conversión de unidades de litro



Si queremos convertir desde una unidad que está "separada" de otra, debemos "acumular las operaciones" según "subimos" o "bajamos" de la escalera.

Ejemplos:

1. Supongamos que tenemos 5 litros de jugo y queremos saber ¿cuánto representa esa longitud en centilitros?

Para pasar de litros a centilitros bajamos 2 peldaños, por tanto, debemos multiplicar X10 y X10 el valor original. Veamos:

5 x 10 x 10=

Valor Inicial — Cantidad de peldaños que bajamos

5 x 10 x 10= 500 centilitros

Multiplicando 5 por ambos diez.

2. Supongamos que tenemos 4 centilitros y queremos saber ¿cuánto representa en decalitro?

Para pasar de centilitro a decalitro subimos 3 peldaños, por tanto, debemos dividir ÷10, ÷10 y ÷10 al valor original. Veamos:

4 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10

Valor Inicial — Cantidad de peldaños que subimos

$4 \div \cancel{1}0 \div 10 \div 10 = \; 0,4$

Dividimos 4 entre el primer 10

$3 \div \cancel{1}0 \div 10 \div 10 = \; 0,04$

Dividimos 0,4 entre el segundo 10

$3 \div \cancel{1}0 \div \cancel{1}0 \div \cancel{1}0 =$ 0,004 decalitros

Dividimos 0,04 entre el tercer 10

ACTIVIDAD

1. Indique las partes del monomio.

$$+5y^{3}$$

2. Determine el grado de cada uno de los siguientes monomios.

1. y^2	5. $12y$
2. $16y^7$	6. $4x^3$
3. 36	7. 9
4. a^{10}	8. x^4

3. Diga cuál de los polinomios dados es binomio o trinomio, luego identifica los términos de cada uno.

1. $y^2 - 8y + 16$	5. $12y + 9y^2 - 3$
2. $16x^2 + 30x + 9$	6. $4w^3 + w^2 + 5$
3. $36 + 12x$	7. $9 - 6d$
4. $a^2 + 2a$	8. $x^4 + 4x^2 + 4$

4. Identifica los términos semejantes de P(x) y Q(x), M(x) y N(x), R(x) y S(x):

$$Q(x) = x^2 + 2x - 1 \qquad P(x) = x^2 + x^3 + x^4 - x^9$$

$$S(x) = +8x^4 - 5x - 3$$

$$R(x) = -7x^3 + 7x^2 + 6x - 8$$

$M(x)=4x^3+x^4-6x^6+12$ $N(x)=x+x^6-x^4+x^3-x^7+x^2-1$

5. Ordena los siguientes polinomios de forma ascendente y descendente, además determine sus grados.

1) $L(x)=x^4+5x+9+x^2$

2) $Q(x)=-7x^3+7x^2+6x-8$

3) $P(x)=12x^2+7x^5+5x^8-8$

4) $R(x)=9x-9x^2+1$

5) $T(x)=12x^2-4x^5+x^3-2$

6) $U(x)=x-9x^3+6x^2-8x^8+1$

7) $M(x)=4x^3+x^4-6x^6+12$

8) $N(x)=x+x^6-x^4+x^3-x^7+x^2-1$

6. Indique el polinomio opuesto a cada uno de los polinomios anteriores dados.

7. Escriba un polinomio para cada condición:
   - 7.1. Trinomio con dos variables, un término independiente y que sea de grado tres.
   - 7.2. Polinomio ordenado y completo de grado cuatro.
   - 7.3. Polinomio de siete términos de coeficientes racionales, ordenado.

8. Resuelva las siguientes expresiones utilizando el primer método para sumar polinomios explicados en la presente guía:

1) L(x)= $x^4 + 5x + 9 + x^2$

2) Q(x)= $-7x^3 + 7x^2 + 6x - 8$

3) P(x)= $12x^2 + 7x^5 + 5x^8 - 8$

4) R(x)= $9x - 9x^2 + 1$

5) T(x)= $12x^2 - 4x^5 + x^3 - 2$

6) U(x)= $x - 9x^3 + 6x^2 - 8x^8 + 1$

7) M(x)= $4x^3 + x^4 - 6x^6 + 12$

8) N(x)= $x + x^6 - x^4 + x^3 - x^7 + x^2 - 1$

L(x) + Q(x) =

M(x) - N(x) =

P(x) + U(x) =

R(x) - T(x) =

M(x) + U(x) =

9. Resuelva las siguientes expresiones utilizando el segundo método para sumar polinomios explicados en la presente guía:

9.1. $(12x^3 + 7x^2 + 5x - 8) - (3x^4 + 5x^3 - 2x + 3) =$

9.2. $(x^4 + 5x + 9 + x^2) + (x^3 + 4x^2 - 4) =$

10. Realice las siguientes multiplicaciones correspondientes entre monomios y polinomios utilizando el método que más te guste:

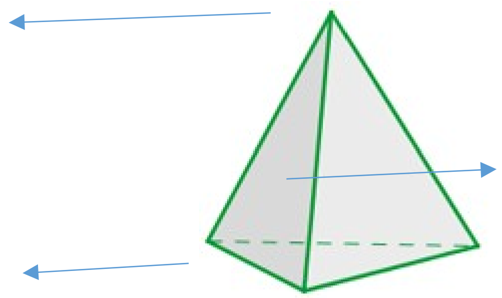
10.1. $Q(x) = x^2 + 2x - 1$ • $R(x) = 10x^4$

10.2. $P(x) = x^3 + 7x^2 - 6x - 72$ • $T(x) = x^2$

11. Factoriza las siguientes expresiones:

a. $6x - 12$
b. $b^4 + b^3$
c. $14b - 21b + 35$
d. $4x - 8y$
e. $24a - 12ab$
f. $6x^4 - 30^3 + 2$
g. $2x + 5$
h. $10x - 15x^2$

12. Indica los elementos del siguiente poliedro:



13. Con ayuda de tu familia y utilizando material reciclado elabora un poliedro y un cuerpo redondo.

14. ¿Cuál es la diferencia entre un poliedro y un cuerpo redondo?

15. Convierte las unidades indicadas:
   15.1.1 . 18 m^3 a dm^3
   15.1.2   50 mm^3 a dm^3
   15.1.3 96 kl a l
   15.1.4 20 hl a ml
   15.1.5   25 dm^3 a m^3
   15.1.6   2 cm^3 a mm^3

16. ¿Sera que las unidades de capacidad y volumen tienen alguna relación? ¿Cuál será?

Nota: Cada pregunta tiene un valor de 1,25 pts