

## *Educación Media General*

La presente guía está realizada por mi persona con mucho cariño y dedicación, espero puedan aprovecharla al máximo y de la mejor manera. El teorema de Euclides es un tema muy fundamental en la enseñanza de la matemática porque es y seguirá siendo muy importante para el desarrollo del mundo como hoy lo conocemos. Cualquier duda que tengan pueden comunicarse conmigo dentro de un horario de 8:00 am a 1:00pm y podré responderles cualquier duda que tengan.

Profesor: Jorge Ostos

Correo: [j.ostos95@gmail.com](mailto:j.ostos95@gmail.com)

Teléfono: 04124598692

### *Tema Indispensable*

Preservación de la vida en el planeta, salud y vivir bien

### *Tema Generador*

Tecnología de la información y comunicación en la sociedad

### *Referentes Teóricos-Prácticos*

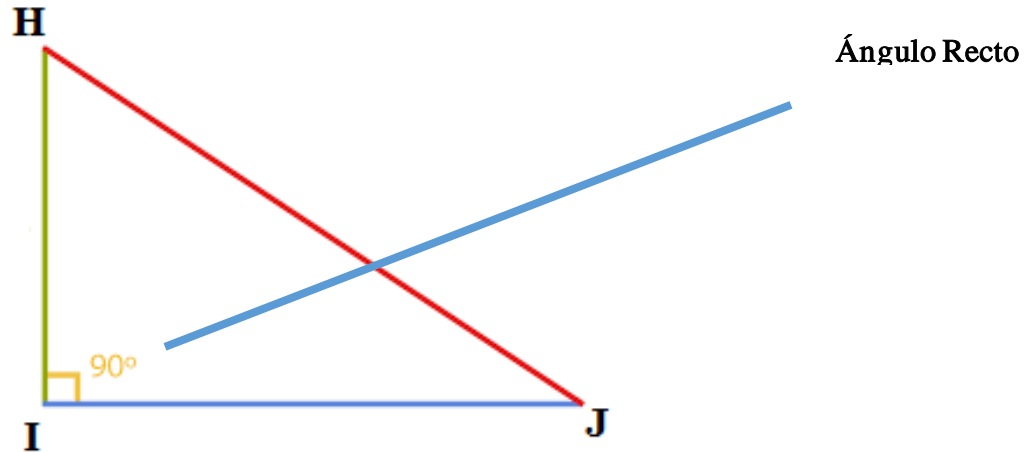
Teorema de Euclides

### *Desarrollo del Tema*

Antes de entrar en el tema debemos recordar que es un triángulo rectángulo:

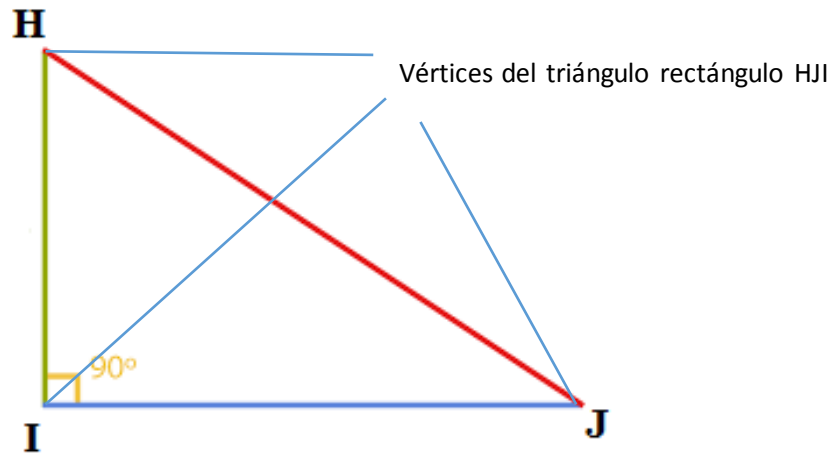
**Triángulos Rectángulos:** Es aquel triángulo que posee un ángulo recto.

## Educación Media General

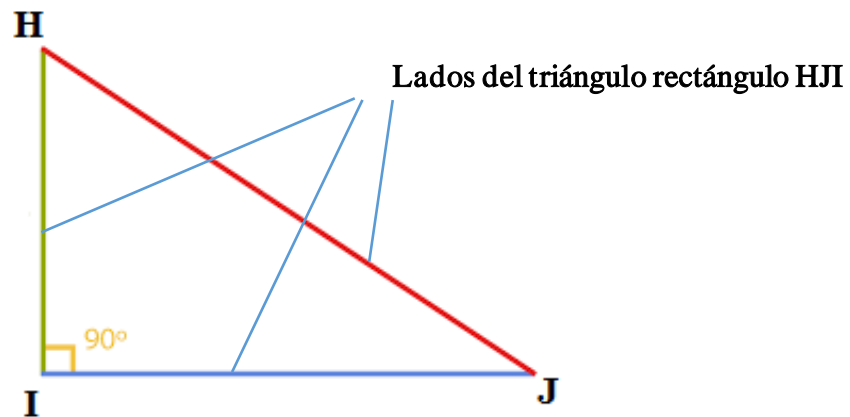
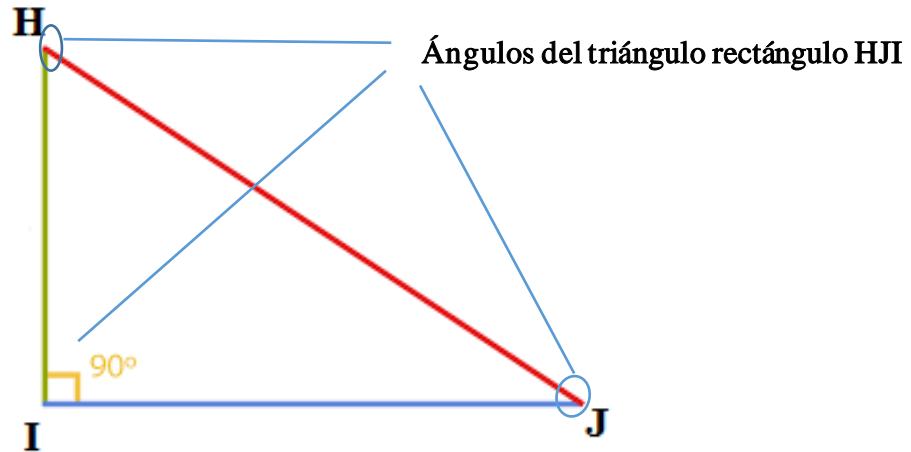


Como podemos observar el  $\Delta HIJ$  posee un ángulo recto en su interior,  
lo cual lo convierte en un triángulo Rectángulo.

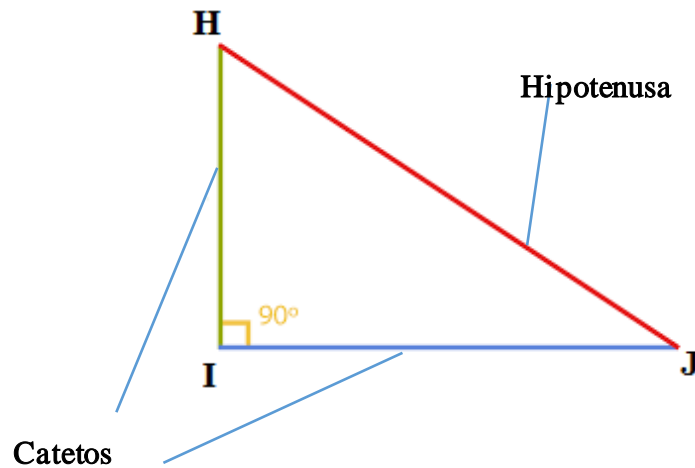
Elementos del triángulo rectángulo:



## Educación Media General



Los lados del triángulo rectángulo también suelen ser conocidos de otra forma, al lado más largo se le conoce como la hipotenusa y los otros dos lados como los catetos



Teorema de Euclides:

## Educación Media General

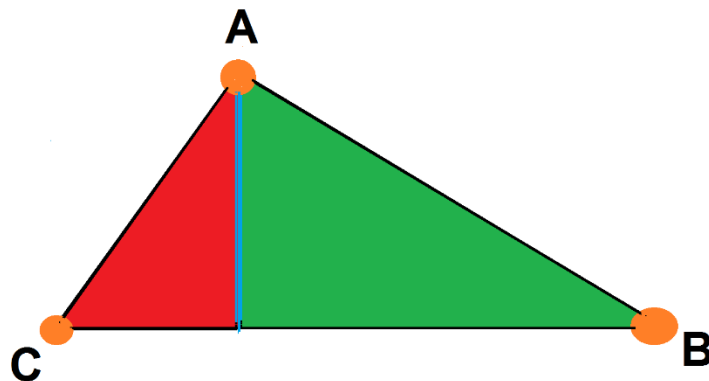
Las antiguas civilizaciones dejaron un gran legado que sirvió de base para el desarrollo de muchas cosas que se han creado en nuestros tiempos, una de las personas que más le aportó a la matemática y al mundo mismo fue **Euclides**, es uno de los grandes **matemáticos de la edad antigua**, nació en la ciudad de Alejandria en Egipto en el año 325 a.C. y muere en el año 265 a.C., estos son datos aproximados. Este matemático tuvo la oportunidad de fundar su escuela y muchos de sus alumnos tuvieron oportunidad de escribir libros donde destacaban el buen carácter de este ser humano, el cuál iba más allá de solamente compartir su conocimiento sobre las matemáticas.

Dentro del gran legado de Euclides podemos encontrar un famoso teorema el cual lleva su nombre, entiéndase por teorema una Proposición o enunciado de una teoría rigurosamente certificado y estructurado. Entonces cuando hablamos del “teorema de Euclides” estamos hablando de una proposición lógica la cual fue demostrada en su momento y hasta el día de hoy sigue más vigente que nunca.

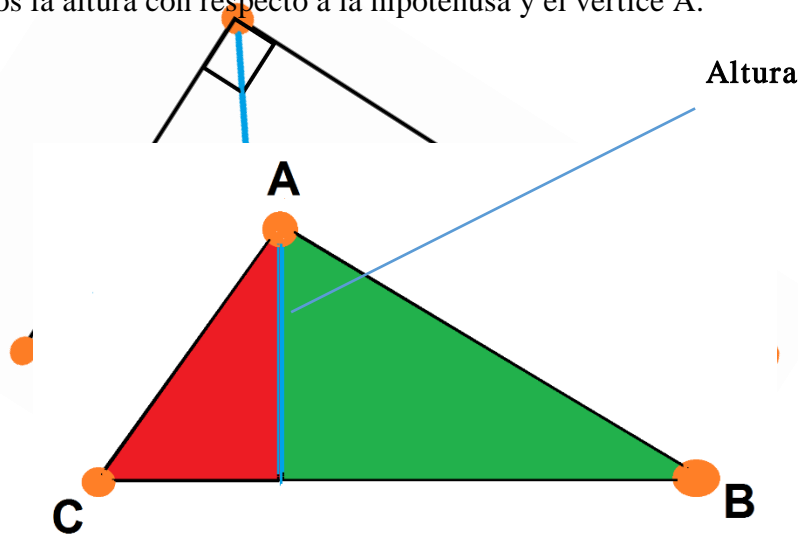
### ¿Qué fue lo que hizo Euclides?

Euclides se dio cuenta que al trazar la altura con respecto a la hipotenusa en un triángulo rectángulo, se da origen a dos triángulos más aparte del original. Estos dos nuevos triángulos son semejantes entre si y a la vez son semejantes también con el triángulo original, lo que implica que sus lados homólogos respectivos son proporcionales. Veamos:

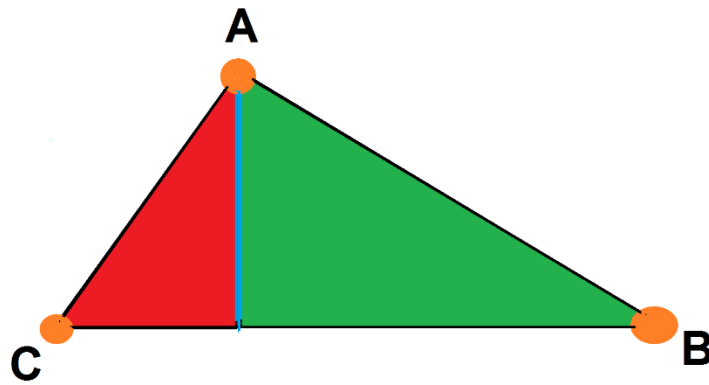
Supongamos que tenemos el triángulo rectángulo ABC

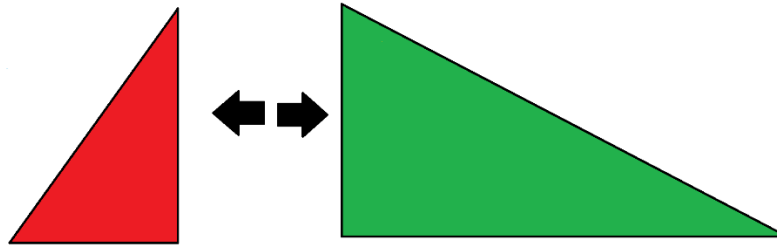


Ahora tracemos la altura con respecto a la hipotenusa y el vértice A.



Al trazar la altura podemos observar que dentro de nuestro triángulo ABC se generan dos triángulos más pequeños





Euclides demostró que estos dos triángulos que obtuvimos del triángulo ABC, son semejantes entre sí y además ambos también son semejantes con el triángulo original ABC.

Una de las cosas que podemos notar a simple vista en estos triángulos, es que a pesar de que sus lados no miden lo mismo, estos tienen un ángulo recto y esa es una de las formas en la que también se puede verificar la semejanza que existe entre los tres triángulos. Desde la semejanza de triángulos, Euclides establece las proporciones de estos a partir de dos teoremas:

- Teorema de la altura.
- Teorema de los catetos.

### **Teorema de Euclides referido a la altura:**

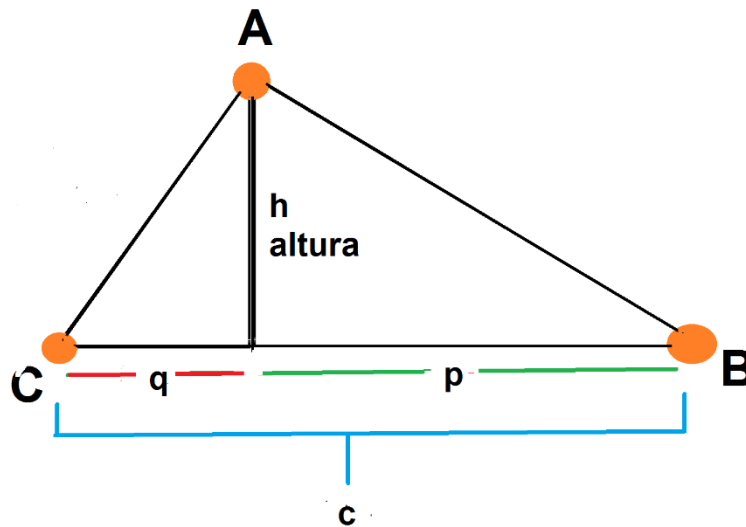
Formalmente podemos definir:

En cualquier triángulo rectángulo la altura trazada según la hipotenusa es media proporcional geométrica entre los segmentos que determina esta sobre la hipotenusa.

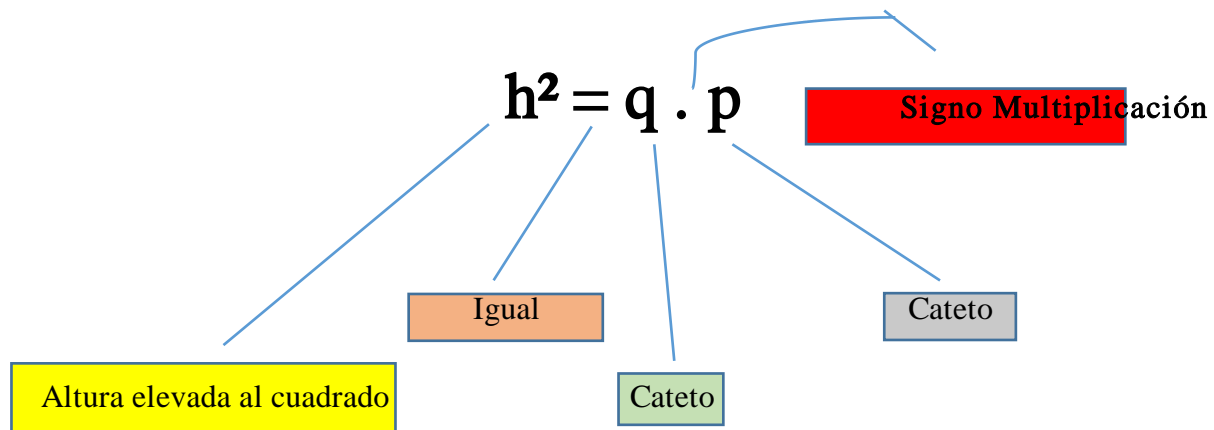
Para simplificar un poco lo antes dicho diremos:

El cuadrado de la altura será igual a la multiplicación de los catetos proyectados que forman la hipotenusa.

## Educación Media General



1.  $h$  = altura
2.  $c$  = hipotenusa
3. AC, AB y CB = Catetos del triángulo ABC
4.  $q$  = cateto
5.  $p$  = cateto

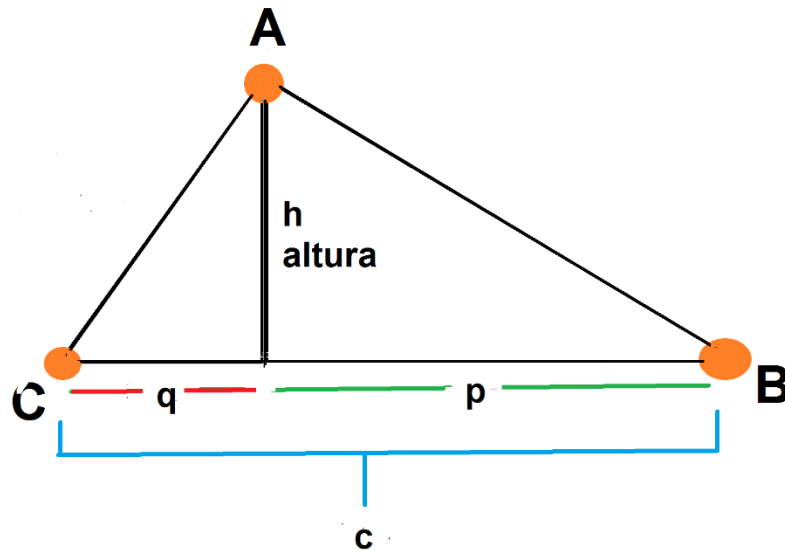


### Teorema de Euclides referido al cateto:

En este teorema se establece que, en todo triángulo rectángulo, la medida de cada cateto será la media proporcional geométrica entre la medida de la hipotenusa (completa) y la proyección de cada uno sobre este.

Podemos decir:

El cateto al cuadrado va a ser igual al producto de la hipotenusa por uno de los catetos que forma parte de la hipotenusa



Igualdad  
multiplicación

Signo Multiplicación

$$AB^2 = p \cdot c$$

Cateto

Cateto

Hipotenusa

y

Igualdad Signo

$$AC^2 = q \cdot c$$

Cateto

Cateto

Hipotenusa

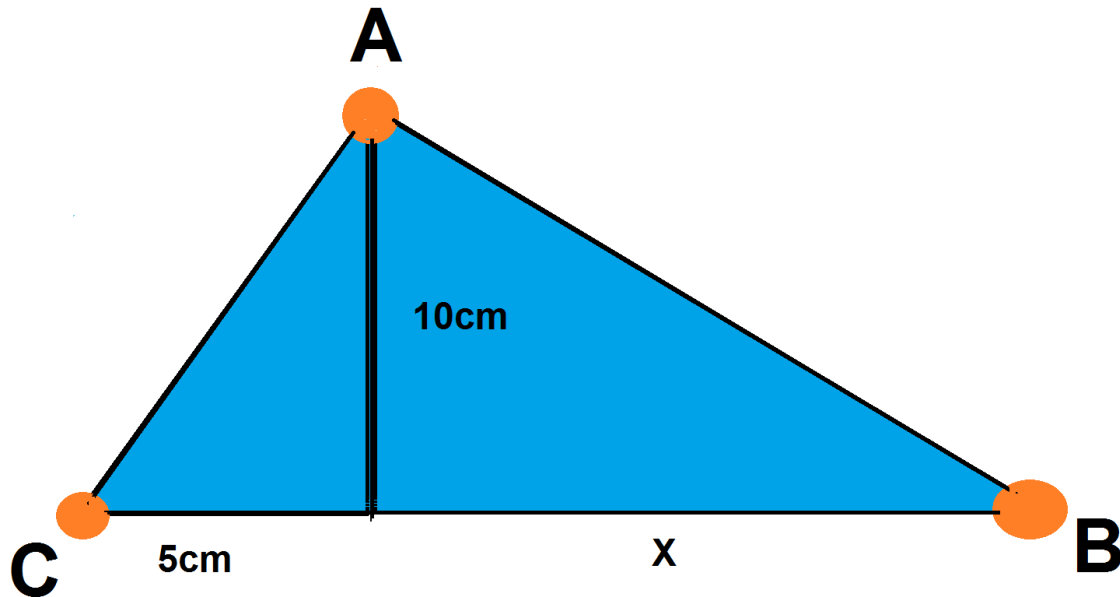
Desde que se propuso el teorema hasta la fecha ha sido enseñado sin cesar en las escuelas y universidades modernas de todo el mundo, pues posee una extensa gama de aplicaciones en diversas ramas del saber que usan matemáticas como ingeniería, física, química y astronomía por lo cual la dimensión de su aporte es incalculable.

Ejemplos con el teorema:



## Educación Media General

1.- Consideremos el triángulo que se muestra a continuación, donde la altura con respecto a la hipotenusa tiene un valor de 10 cm y el segmento “q” tiene un valor de 5 cm. Obtenga el valor del segmento x.



Para la resolución de este problema debemos observar los datos que nos están dando y de esa forma usaremos la formula correcta, veamos:

Datos

$$h = 10\text{cm}$$

$$q = 5\text{cm}$$

$$p = x \text{ (Nuestra incógnita)}$$

Tenemos las siguientes formulas:

- $h^2 = q \cdot p$
- $AB^2 = p \cdot c$

## Educación Media General

$$\bullet AC^2 = q \cdot c$$

Observemos que la fórmula que nos ayudara a resolver este ejercicio es la primera, ya que es la única que trabaja con la altura del triángulo.

$$h^2 = q \cdot p$$

Sustituimos los datos que tenemos

$$\begin{array}{ccccccc} (10\text{cm})^2 & = & (5\text{cm}) & \cdot & x \\ | & & | & & | \\ h^2 & = & q & \cdot & p \end{array}$$

Como podemos observar hemos obtenido una ecuación, por lo tanto debemos hacer una trasposición de términos para despejar a X:

Mover (5cm) de un miembro a otro

$$(10\text{cm})^2 = (5\text{cm}) \cdot x$$

$$\frac{(10\text{cm})^2}{(5\text{cm})} = X$$

Resolvemos la potencia

$$\frac{(10 \text{ cm})^2}{(5 \text{ cm})} = X$$

## Educación Media General

$$\underline{10^2 \text{ cm}^2} = X$$

$$5 \text{ cm}$$

$$\underline{100 \text{ cm}^2} = X$$

$$5 \text{ cm}$$

Dividiremos  $100 \div 5$ :

$$\underline{20 \text{ cm}^2} = X$$

$$\text{cm}$$

Por ultimo aplicaremos división de potencia de igual base.

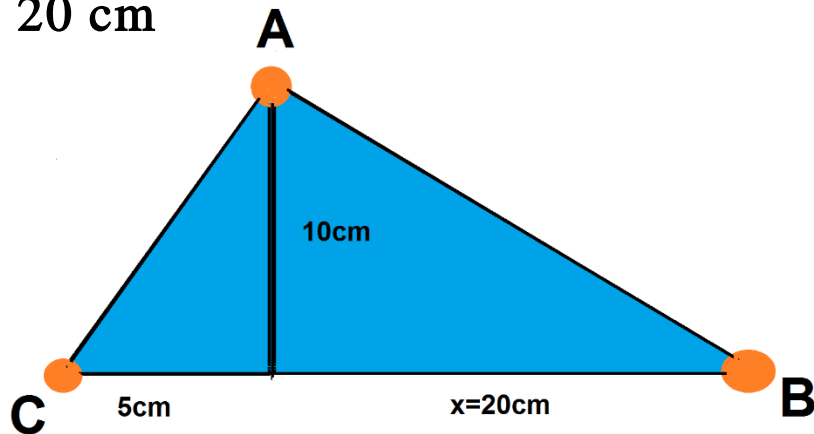
$$\underline{20 \text{ cm}^2} = X$$

$$\text{cm}$$

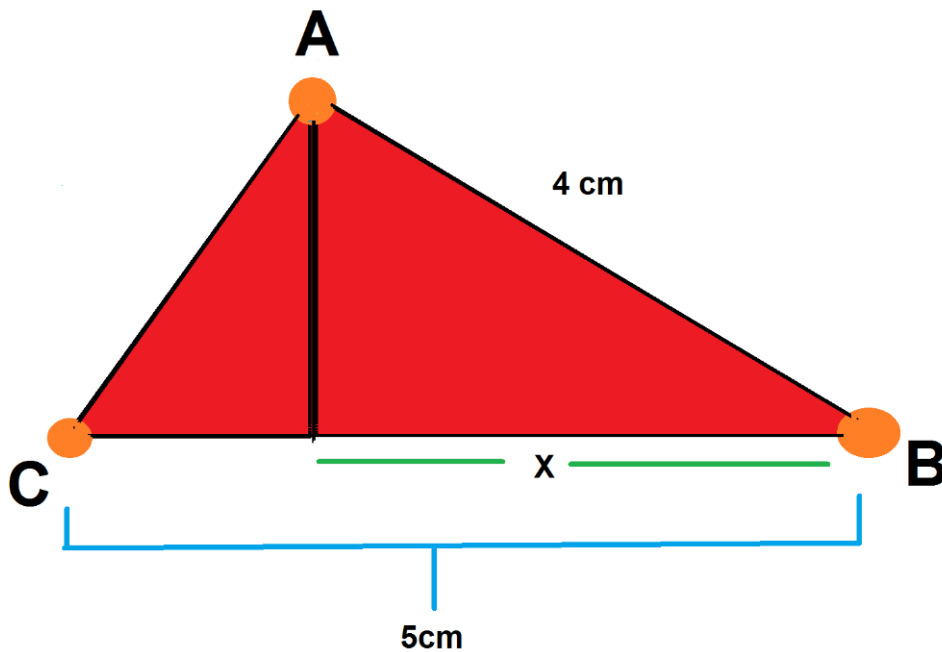
$$X = 20 \text{ cm}$$

## Educación Media General

El valor de  $x = 20 \text{ cm}$



2.- Consideremos el triángulo a continuación donde el cateto AB mide 4 cm y la hipotenusa c mide 5 cm, calcule la proyección del cateto x sobre la hipotenusa.



Para la resolución de este problema debemos observar los datos que nos están dando y de esa forma usaremos la formula correcta, veamos:

Datos

## Educación Media General

$$c = 5 \text{ cm}$$

$$AB = 4 \text{ cm}$$

$$p = x \text{ (Nuestra incógnita)}$$

Tenemos las siguientes formulas:

- $h^2 = q \cdot p$
- $AB^2 = p \cdot c$
- $AC^2 = q \cdot c$

Para resolver este problema se usará el Teorema de Euclides referido a los catetos el cual nos dice que:

$$AB^2 = p \cdot c$$

Sustituimos los datos que tenemos

$$\begin{array}{ccccccc} (4\text{CM})^2 & = & (5\text{cm}) & \cdot & x \\ | & & | & & | & & | \\ AB^2 & = & c & \cdot & p \end{array}$$

Como podemos observar hemos obtenido una ecuación, por lo tanto debemos hacer una trasposición de términos para despejar a X:

Mover (5cm) de un miembro a otro

$$\begin{array}{c} \text{↑} \\ \text{↖} \end{array} \quad (4\text{cm})^2 = (5\text{cm}) \cdot x$$

$$\frac{(4\text{cm})^2}{(5\text{cm})} = X$$

Resolvemos la potencia

$$\frac{(4 \text{ cm})^2}{(5 \text{ cm})} = X$$

$$\frac{(4)^2 \text{ cm}^2}{5 \text{ cm}} = X$$

$$\frac{16 \text{ cm}^2}{5 \text{ cm}} = X$$

Dividiremos  $16 \div 5$ :

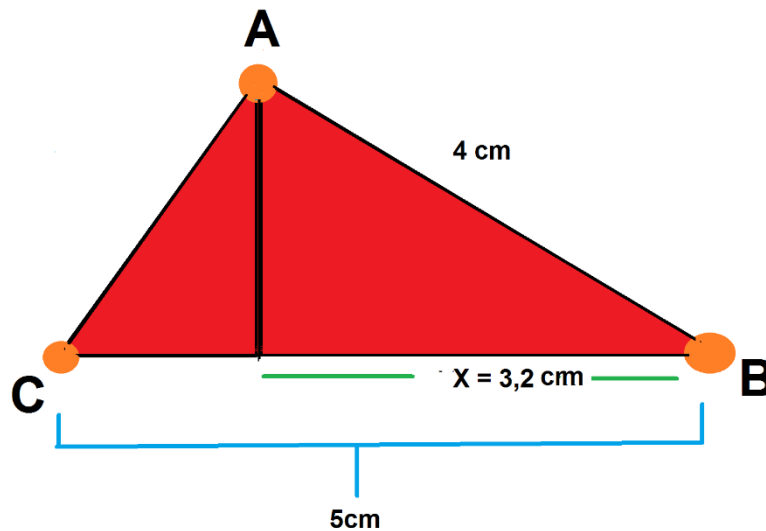
$$\frac{3,2 \text{ cm}^2}{\text{cm}} = X$$

## Educación Media General

Por ultimo aplicaremos división de potencia de igual base.

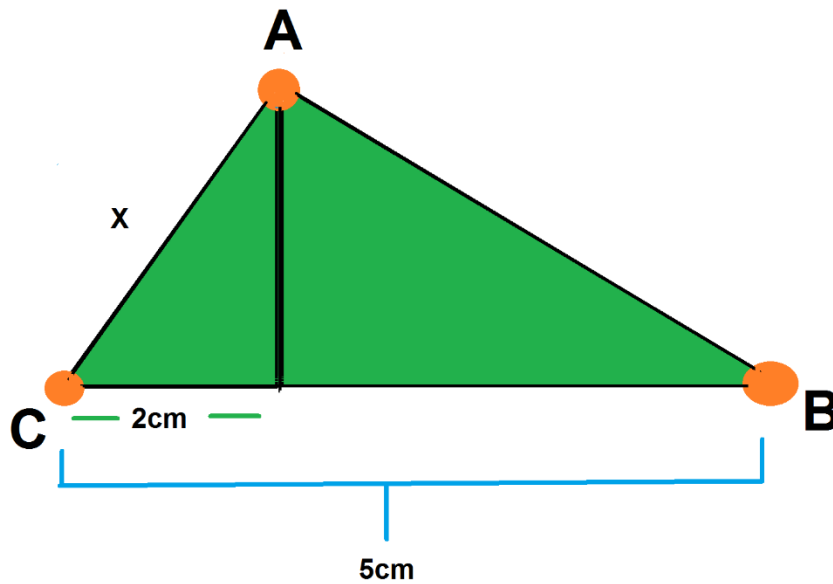
$$\begin{array}{r} 3,2 \text{ cm}^2 \\ \hline \text{Cm} \end{array} = X$$

$$X = 3,2 \text{ cm}$$



3.- Observa el siguiente triángulo donde el valor de q es 2 cm y el valor de la hipotenusa c es de 5 cm, calcule el valor del cateto AC

## Educación Media General



Para resolver este problema tomaremos el Teorema de Euclides referido a los catetos el cual nos dice que:

$$AC^2 = q \cdot c$$

Sustituimos los datos que tenemos

$$\begin{array}{ccccccc} (X)^2 & = & (2\text{cm}). & (5\text{cm}) \\ | & & | & | \\ AC^2 & = & c & . & q \end{array}$$

Como podemos observar hemos obtenido una ecuación, en este caso no debemos hacer una trasposición de términos para despejar a X porque ya está despejada, procederemos a multiplicar 2 por 5:

$$(X)^2 = (2\text{cm}). (5\text{cm})$$

$$(X)^2 = 10\text{cm}$$



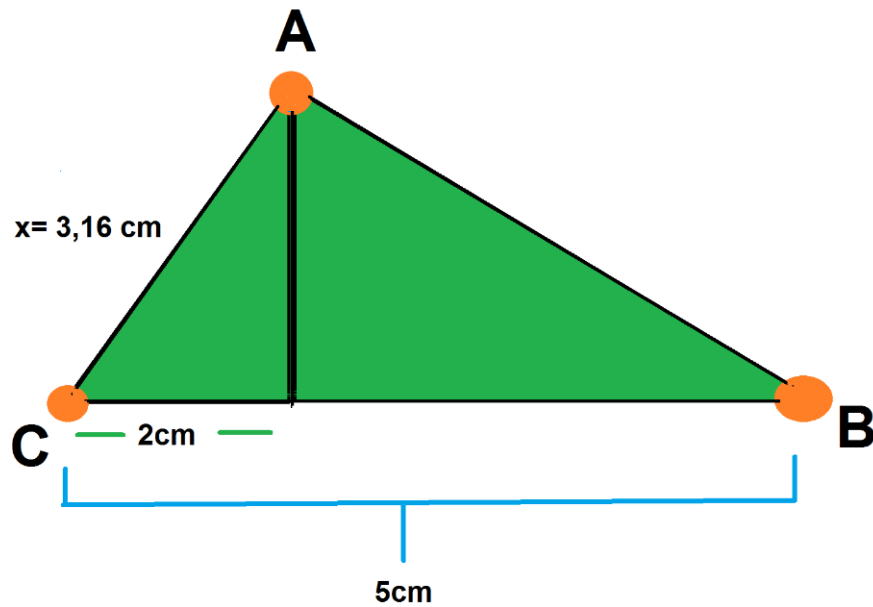
## Educación Media General

Para eliminar el cuadrado de la x debemos agregar en ambos miembros de la igualdad raíces cuadradas. Veamos

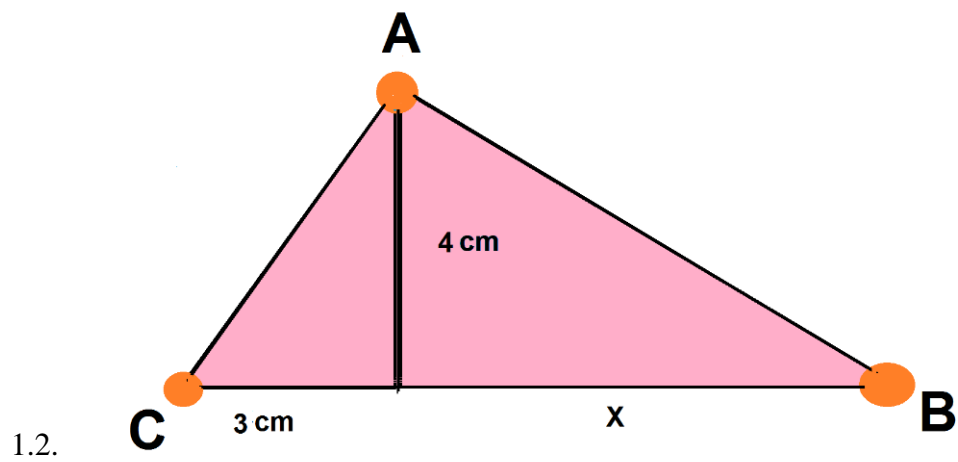
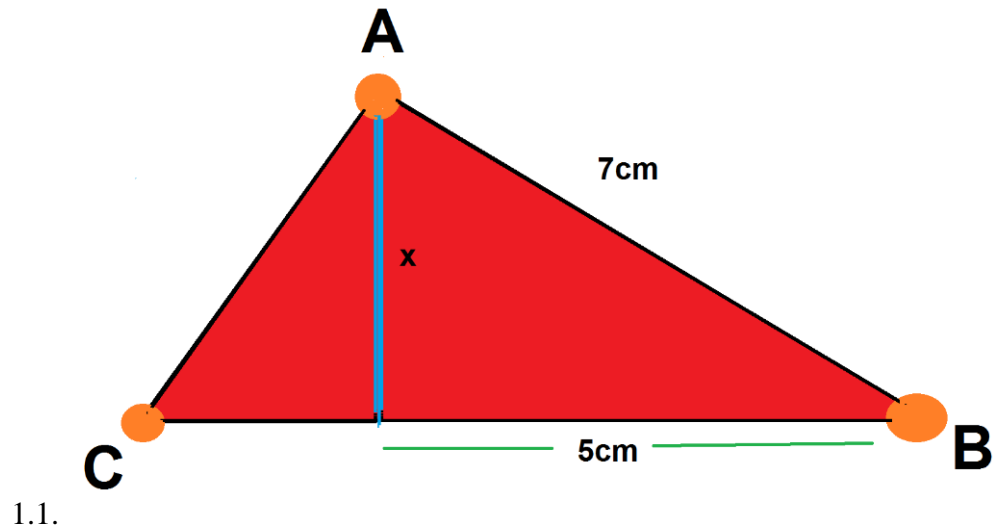
$$(X)^2 = 10\text{cm}$$

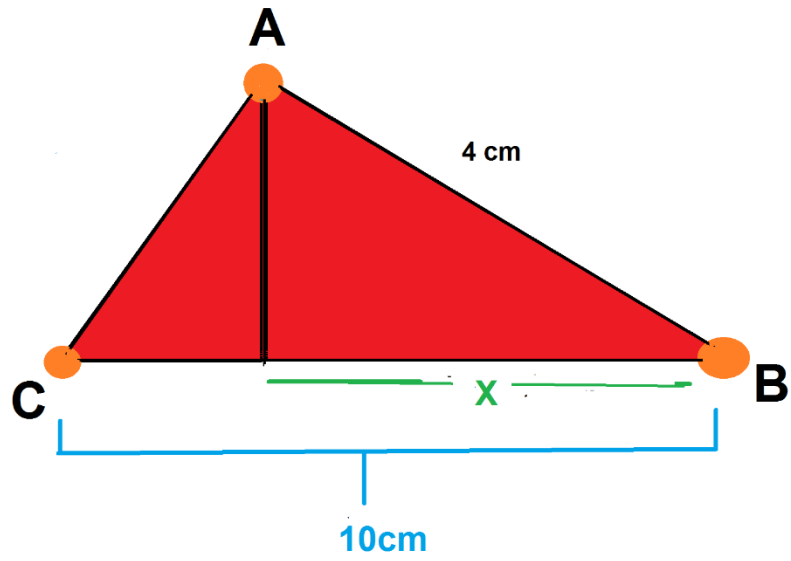
$$(X)^2 = \sqrt{10}\text{cm}$$

$$X = 3,16\text{cm}$$

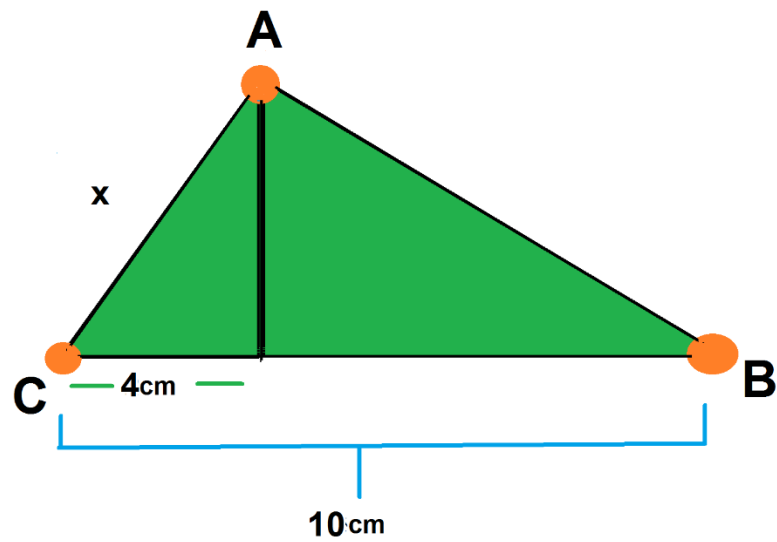


1. Aplique el teorema de euclides según corresponda en cada caso:





1.3.



1.4.



## Educación Media General

### Orientaciones Generales

- ✓ El estudiante debe identificar con nombre apellido, año y sección la actividad.
- ✓ La actividad debe ser enviada por correo electrónico [j.ostos95@gmail.com](mailto:j.ostos95@gmail.com)
- ✓ Los temas desarrollados en este recurso pedagógico, serán abordados en el programa de TV de Cada Familia una Escuela el 13/01/2021 o lo puedes ver por el canal oficial en youtube.
- ✓ En caso de no poseer algún instrumento tecnológico para enviar las actividades, debe ser notificado al docente y la o el estudiante deben ver el programa de televisión “Cada familia una escuela” y realizar el portafolios con las actividades que allí se envían.