Educación Media General

Lunes, 17 de enero de 2022
Docente: Martín Marcano
3er Año “A”

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Conocimiento de nuestro entorno.

Tema Generador

Tradiciones y evolución histórica.

Referentes Teóricos-Prácticos

Racionalización de un Binomio.

Intervalos.

Inecuaciones Lineales.

Desarrollo del Tema

Racionalización de un Binomio.

Considera el caso en que el denominador de una fracción es un binomio que contiene al menos un radical de índice 2. Para racionalizar un binomio que contenga al menos un radical, se utiliza el producto notable $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$. El factor $a+b$ se llama el conjugado de $a-b$ y viceversa. De este modo, si se tiene una expresión de la forma $\sqrt{a}+\sqrt{b}$, al multiplicar por su conjugado que es $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ resulta, aplicando el producto notable, en lo siguiente:

$$\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)=(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2=a-b$$

Veamos cómo se racionalizan las siguientes expresiones:

$a)$ $\frac{3}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$, en este caso el conjugado es $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

Luego, multiplicando por el conjugado el numerador y el denominador de la fracción, se tiene:

$$\frac{3}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}.\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})}=\frac{3(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{3(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2-3}=\frac{3(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{-1}=-3(\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

$b)$ $\frac{x+1}{x+\sqrt{x+2}}$, en este caso el conjugado es $x-\sqrt{x+2}$

Luego:

$$\frac{x+1}{x+\sqrt{x+2}}.\frac{x-\sqrt{x+2}}{x-\sqrt{x+2}}=\frac{(x+1)\left(x-\sqrt{x+2}\right)}{x^2-\left(\sqrt{x+2}\right)^2}=\frac{(x+1)\left(x-\sqrt{x+2}\right)}{x^2-(x+2)}=\frac{(x+1)\left(x-\sqrt{x+2}\right)}{x^2-x-2}$$

$c)$ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{x-3}}$, en este caso el conjugado es $\sqrt{3}+\sqrt{x-3}$

Luego:

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{x-3}}.\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{x-3})}{(\sqrt{3}+\sqrt{x-3})}=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{x-3})}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{x-3})^2}=\frac{(\sqrt{3})^2+\sqrt{3}.\sqrt{x-3}}{3-(x-3)}=\frac{3-\sqrt{3(x-3)}}{3-x+3},$$

Finalmente________________________________ $=\frac{3-\sqrt{3x-9}}{6-x}$

Note que siempre el propósito esencial del proceso es eliminar las raíces del denominador de la fracción.

Intervalos Reales.

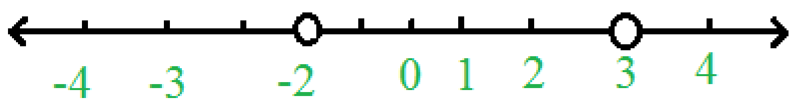
Un intervalo es un conjunto de números reales que se encuentra comprendido entre dos extremos, a y b. También puede llamarse subconjunto de la recta real.

Estos dos números pueden estar o no en dicho conjunto. Debe tenerse en cuenta que se trata de números reales y, por lo tanto, por ejemplo, el intervalo cerrado [-5,5] contiene todos los números reales entre el -5 y el 5, ambos incluidos. Así, estos números pertenecen a dicho intervalo:

$$\sqrt{2}, -1 , 0 , 1 , -\sqrt{7} , 1.8643 , 3, 4 , 23/8 , 5$$

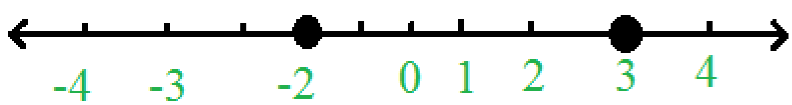
Los intervalos pueden ser cerrados o abiertos, según si incluyen (cerrados) o no (abiertos) sus extremos.

Un intervalo abierto está representado por paréntesis; por ejemplo, (-2, 3) es un intervalo abierto. Lo representaríamos de esta forma gráficamente:



(-2, 3) Es representado en la recta numérica con dos círculos sin relleno, ya que como su nombre lo indica el intervalo es abierto.

Un intervalo cerrado está representado por corchetes en sus extremos, por ejemplo, [-2, 3] es un intervalo cerrado. Lo representaríamos de esta forma gráficamente:



[-2; 3] Es representado en la recta numérica con dos círculos rellenos, ya que como su nombre lo indica el intervalo es cerrado.

¿Cuál es la diferencia entre un intervalo abierto y cerrado?

El intervalo abierto no incluye sus extremos, es decir, los números que pertenecen al intervalo abierto pueden son todos los números más cercanos o próximos a sus extremos, pero nunca tomaremos a los extremos. En el ejemplo anterior (-2, 3), ambos números no forman parte del conjunto, podemos decir que -1,9 sí, pero el 2, no pertenece. El 2,9 es cercano a 3 y puede estar también, pero el 3 no pertenece al conjunto.

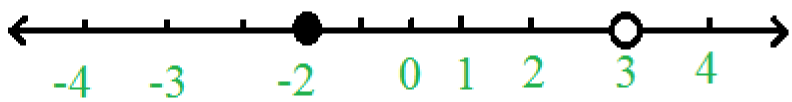
En los intervalos cerrados si se puede tomar los extremos, en el intervalo [-2, 3] tanto el -2 como el 3 están dentro del conjunto solución.

¿Intervalo semi-abierto?

Un intervalo semi-abierto es aquel que incluye tan solo uno de los extremos de los valores que están entre ellos, de modo que el otro extremo queda excluido. Pueden estar incluidos o excluidos tanto el extremo derecho como el izquierdo.

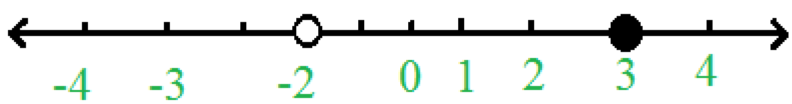
Podemos observar los siguientes ejemplos:

[-2 , 3)



En este caso el intervalo es cerrado en dos negativo y abierto en tres.

(-2 , 3]



En este caso el intervalo es abierto en dos negativo y cerrado en tres.

Hay casos en los que algunos intervalos no están limitados por un extremo; en este caso, en el extremo correspondiente se pone -∞ o +∞ (menos infinito o más infinito), indicando que por ese extremo el intervalo no tiene límite. Para el infinito, además, siempre se usa un paréntesis (ya que evidentemente, el infinito no pertenece al intervalo). Por ejemplo:

- (-∞,4] es el intervalo de todos los números menores que 4, éste incluido.
- (3,+∞) es el intervalo que contiene todos los números a partir del 3, sin incluirlo.

Inecuaciones:

Una inecuación es una relación de desigualdad entre dos expresiones algebraicas en las que aparece una o más incógnitas. Resolver una inecuación consiste en encontrar todos los valores de la incógnita para los que se cumple la relación de desigualdad.

Los signos de desigualdad que se utilizan en las inecuaciones son: <, >, ≤ y ≥

- $a < b$. Significa "a es menor estrictamente que b". Por ejemplo: $2 < 3$.

- $a > b$. Significa "a es mayor estrictamente que b". Por ejemplo: $3 > 2$.

- $a \leq b$. Significa "a es menor o igual que b". Por ejemplo: $2 \leq 2$.

- $a \geq b$. Significa "a es mayor o igual que b". Por ejemplo: $3 \geq 2$.

Solución de una inecuación:

La solución de una inecuación es el valor o conjunto de valores que puede tomar la incógnita para que se cumpla la inecuación. A diferencia de las ecuaciones, no podemos saber de antemano el número de soluciones.

Puede darse el caso en que la solución es sólo un punto (por ejemplo, x=2), un intervalo (por ejemplo: [0 , 2]), una unión de intervalos o que no exista ninguna solución.

La metodología de resolución es análoga a la de las ecuaciones, pero teniendo siempre en cuenta que se trata de una desigualdad. Esto supone, por ejemplo, cambiar el signo de desigualdad cada vez que multiplicamos o dividimos por un negativo para mantener el sentido lógico la relación.

Veamos un ejemplo:

Resolvemos la primera inecuación. Observa...

$$5x - 10 > 3x - 2$$

Cambiamos de miembro ambos términos, 3x está en el segundo miembro de la desigualdad y lo llevamos al primer miembro de la desigualdad, -10 está en el primer miembro de la desigualdad y debemos cambiarlo al segundo miembro de la desigualdad. Recordando que ambos términos deben de cambiar su signo, si esta negativo cambia a positivo y si esta positivo cambia a negativo.

$$5x - 10 > 3x - 2$$

$$5x - 3x > -2 + 10$$

Una vez que hacemos la transposición de términos, simplemente resolvemos las operaciones que tenémos.

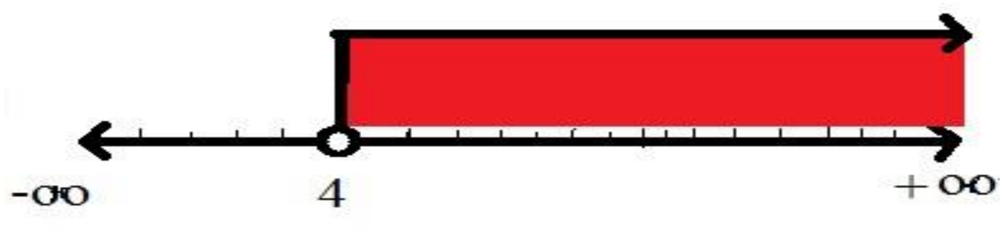
$$2x > 8$$

Como el dos esta multiplicando lo llevamos al otro miembro de la desigualdad dividiendo

$$x > \frac{8}{2}$$

$$x > 4$$

Gráficamente tenemos:



¿Cómo graficar una inecuación?

Graficar una inecuación es sencillo, solo debemos guiarnos por la punta de la desigualdad que estemos trabajando. En este caso estamos trabajando con > “mayor que”, la punta de la desigualdad apunta a la derecha por lo tanto debemos graficar y señalar todos los valores a dicho lado.

Si trabajamos < “menor que” marcaremos a la izquierda y abierto en el punto

Si trabajamos ≥ “mayor o igual que” marcaremos a la derecha y cerrado en el punto

Si trabajamos < “menor o igual que” marcaremos a la izquierda y cerrado en el punto.

Marcamos los valores a la derecha del número hasta el infinito positivo

Abierto el punto

Por ultimo debemos definir la solucion: **S = (4 ,** $+\infty$)

Se lee: El conjunto solución está determinado por todos los números mayores a cuatro.

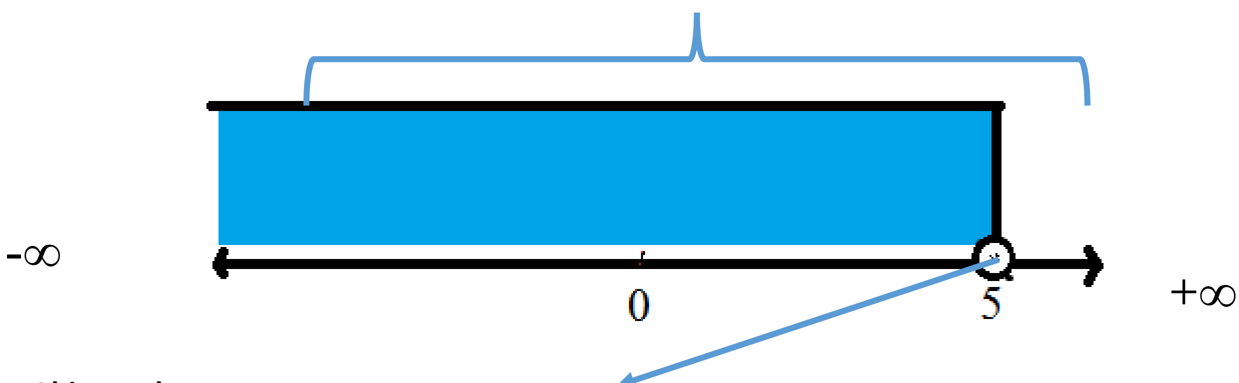
Veamos otro ejemplo:

$$3x + 1 < 2x + 6$$

$$3x - 2x < 6 - 1$$

$$x < 5$$

Marcamos los valores a la izquierda del número hasta el infinito negativo



Abierto el punto

S = (-∞, 5)

Veamos un último ejemplo:

$$3x + 4 \geq 16$$

Cambiamos de miembro el cuatro, ademas cambiamos su signo:

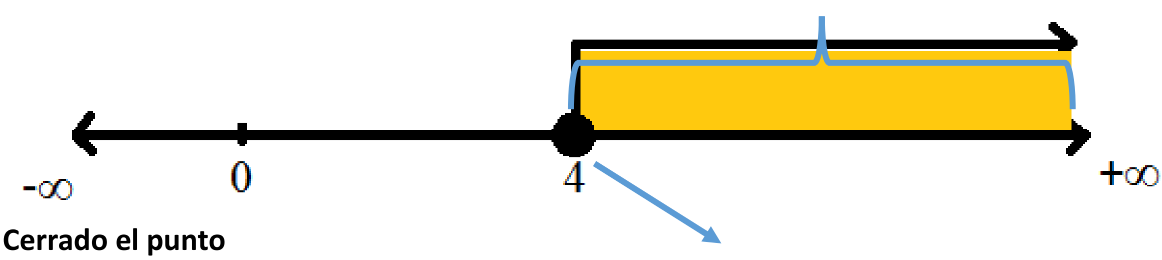
$$3x \geq 16 - 4$$

$$3x \geq 12$$

$$x \geq \frac{12}{3}$$

$$x \geq 4$$

Marcamos los valores a la derecha del número hasta el infinito positivo



Cerrado el punto

S = [4, +∞)

Ministerio del Poder Popular para la Educación

Inclusión y Calidad

Cada Familia Una Escuela

Actividades de Evaluación

1) Racionalice y simplifique las siguientes fracciones: (4.5 pts)

   $a)\ \frac{2}{\sqrt{10}-\sqrt{8}},\quad b)\frac{5}{\sqrt{5}+\sqrt{3}},\quad c)\frac{3\sqrt{5}}{3\sqrt{5}-5\sqrt{3}}$

2) Escriba dos ejemplos de intervalo cerrado, dos ejemplos de intervalo abierto y dos ejemplos de intervalo semi- abierto. Grafica cada caso. (2.5 pts)

3) Resuelve las siguientes inecuaciones, grafica e indica la solución de cada una.(9 pts)

   a) $5x-1<7x+9$
   b) $12x+7\geq 3x-2$
   c) $6-8x+3\leq -9x+7-x$
   d) $-x-1+2x>9-7x+5$
   e) $x-(7x-3)<7-4x-5$
   f) $2x\leq 2(x-1)$

Aspectos a Evaluar.

i) Responsabilidad y puntualidad en la realización del trabajo requerido. (2pts)

Nota: la fecha tope para entregar esta actividad es **04/02/2022**, cualquier entrega después de la fecha implica perder los 2 puntos indicados)

i) Presentación y trabajo legible(2pts)

ii) Resolución de los ejercicios planteados mediante procesos explicados en la guía.(16pts)

Orientaciones Generales

Puedes **COMPLEMENTAR** la información de la guía utilizando:
Canal oficial de cada familia una escuela.
Matemática de 3er año (Colección Bicentenario)
Matemática de 3er año (Santillana, cualquier edición)
www.wikipedia.org.

Nota: En esta fase, la entrega de las guías se realizarán vía online al correo **marcanom05@gmail.com** y también se estarán recibiendo en las instalaciones de la escuela y del ESEM en fechas que con antelación se notificará.