Educación Media General

La presente guía está realizada por mi persona para los estudiantes que les quedo matemática de primer año en este año escolar 2020/2021. La misma tiene que ver con todas las guí as dadas a los estudiantes, así que será una guía de repaso. Cualquier duda que tengan pueden comunicarse conmigo dentro de un horario de 1:00 pm a 6:00pm y podré responderles cualquier duda que tengan.

Profesor: Jorge Ostos

Correo: j.ostos95@gmail.com

Teléfono: 04124598692

Tema Indispensable

Preservación de la vida en el planeta, salud y buen vivir.

Tema Generador

Patrimonios culturales y naturales de Venezuela

Referentes Teóricos-Prácticos

Números en Z

Números en Q

Ecuaciones en Z

Triángulos

Porcentaje

Desarrollo del Tema

Ley de Signos para a suma:

Signos iguales se suman y se colca el mismo signo. Ejemplos:

1. + 4 + 8= 12
2. - 5 - 6= -11

Signos diferentes se restan y se coloca el signo del número mayor. Ejemplos:

1. +6 – 2= 4
2. -7 + 4= -3

Multiplicación de signos:

1. + . + = +
2. + . - = -
3. - . - = +
4. - . + = -

NÙMEROS RACIONALES

Los números racionales es un conjunto numérico que se representa mediante el símbolo "Q", abarca una gran cantidad de números dentro de sus elementos. Si recorremos un poco la historia, podemos encontrar que muchos fueron los matemáticos y personajes que aportaron durante décadas y décadas para su creación, primero surgieron los números naturales para la organización y conteo de muchas cosas en la época, con el paso del tiempo descubrieron que aparte de los números positivos, también existían los números negativos, es cuando surgen los números enteros, estos eran usados para calcular la temperatura bajo cero, por decir un ejemplo. Con el paso de los años debido a la insuficiencia de los números naturales y enteros a la hora de medir y resolver ejercicios más exactos, es cuando surgen los números racionales, los cuales abarcan los números naturales y enteros, agregándoles los números que tienen decimales. Estos son los que les permitía medir con exactitud.

Observa la siguiente situación:

Tres amigos cavernícolas salen en búsqueda de frutas para recolectar. Pasan todo el día buscando y solo encuentran cuatro sandías. Si reparten todo lo que encontraron en porciones iguales, ¿cuánto corresponde a cada uno de ellos?

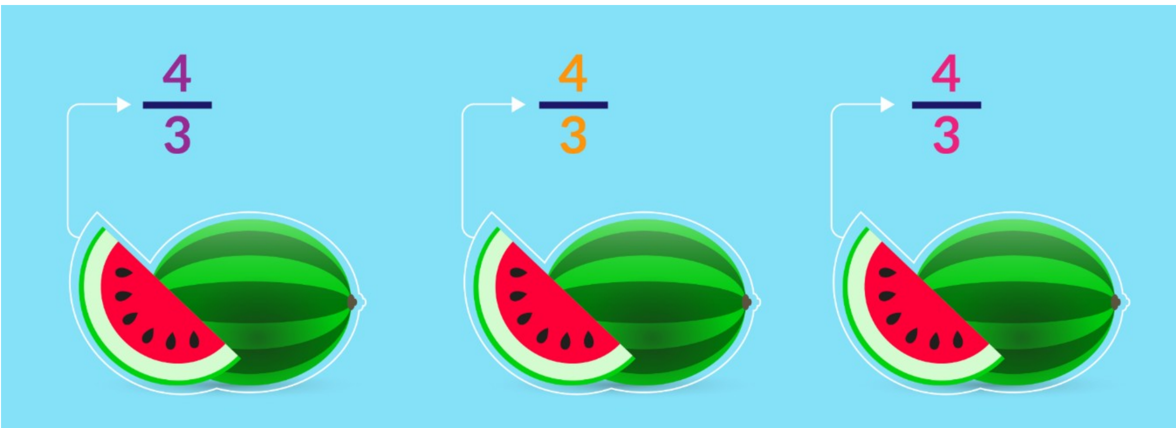
¿Cómo se distribuyen 4 unidades en tres partes iguales?

Les debe pertenecer más de una sandía pues ellos son tres y lograron recolectar más que ese número. Les correspondería dos si hubieran encontrado seis, pero no encontraron sino cuatro. Así, el número que representa la cantidad de sandía que les corresponde se encuentra entre 1 y 2.

¿Conoces algún natural o entero que represente cuánto corresponde a cada uno? Fíjate que queremos representar el resultado de dividir una cantidad entera en cierto número de partes iguales, en este caso dividir cuatro entre tres.

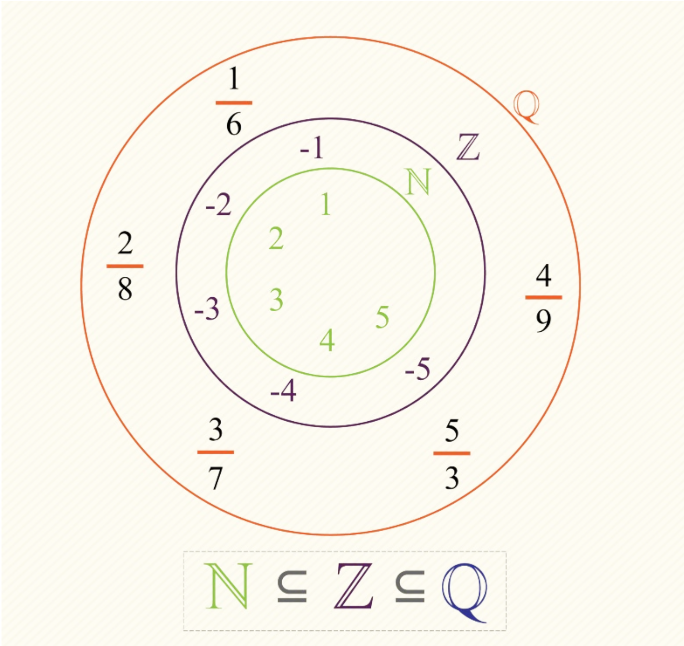
Como se quieren dividir cuatro sandias en tres partes iguales, representamos cada parte con la expresión $\frac{4}{3}$, que podemos leer simplemente como "cuatro sobre tres". En este caso, 4 es el numerador y 3 es el denominador.

Una forma de solucionar el problema de los tres amigos es dar a cada uno una sandía y dividir la restante en tres, dando a cada uno la fracción que le corresponde.



Tenemos ahora los símbolos necesarios para representar no solo unidades enteras, sino que además podremos representar fracciones o partes de unidad.

Llamaremos **conjunto de números racionales**, al conjunto de todas las posibles expresiones del tipo $\frac{a}{b}$ donde a y b son números enteros y b es diferente de cero. Representaremos este conjunto por medio del símbolo Q.



En esta imagen podemos ver los conjuntos numéricos que conocemos hasta ahora, los números naturales están contenidos dentro del conjunto de los enteros y estos a su vez están contenidos dentro del conjunto de los números racionales

Suma y resta de números racionales

La suma (resta) de números racionales se realiza en función de sus denominadores: si tienen el mismo o diferente denominador.

Con el mismo denominador:

Se suman o se restan los numeradores y se mantiene el denominador.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

Ejemplos:

$$\frac{5}{7}+\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$$

$$\frac{5}{7}-\frac{1}{7}=\frac{4}{7}$$

Con diferente denominador:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\ .\ d+c\ .\ d}{b\ .\ d}$$

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\ .\ d-c\ .\ d}{b\ .\ d}$$

Ejemplo:

$$\frac{5}{4}+\frac{1}{6}=\frac{5\ .\ 6+4\ .\ 1}{4\ .\ 6}=\frac{34}{24}$$

Propiedades de la suma de números racionales

Para cualesquiera $a, b \in \mathbb{Q}$ se satisfacen las siguientes propiedades:

1. **Interna.** La suma de números racionales es de nuevo un número racional

$$a+b\in\mathbb{Q}$$

Este símbolo matemático "Є" significa pertenece, a y b dos números racionales cualquiera.

2. **Asociativa.** Sumar los dos primeros números y al resultado añadir un tercer número, es igual a que al primer número se le añada el resultado de la suma del segundo con el tercer número

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{8} &= \frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right)\\
\frac{2+1}{4}+\frac{3}{8} &= \frac{1}{2}+\frac{2+3}{8}\\
\frac{3}{4}+\frac{3}{8} &= \frac{1}{2}+\frac{5}{8}\\
\frac{6+3}{8} &= \frac{4+5}{8}\\
\frac{9}{8} &= \frac{9}{8}
\end{aligned}$$

Ambos resultados son iguales, no importa como asociemos las cantidades.

3. **Conmutativa.** Si se intercambian los sumandos, el resultado es el mismo

$$a+b=b+a$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}+\frac{1}{4} &= \frac{1}{4}+\frac{1}{2}\\
\frac{2+1}{4} &= \frac{1+2}{4}\\
\frac{3}{4} &= \frac{3}{4}
\end{aligned}$$

4. **Elemento neutro.** Existe un elemento $0 \in \mathbb{Q}$ tal que al sumarlo con un número el resultado sigue siendo el mismo número.

$$a + 0 = a$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{4} + 0 = \frac{3}{4}$$

5. **Elemento opuesto.** Todo número racional posee un opuesto, tal que al sumar ambos el resultado es el elemento neutro

$$a + (-a) = 0$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3-3}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

El opuesto del opuesto de un número es igual al mismo número:

$$-(-a) = a$$

Multiplicación de números racionales:

El resultado de multiplicar dos números racionales es de nuevo un racional cuyo numerador se obtiene de la multiplicación de los numeradores y el denominador de la multiplicación de los denominadores

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Ejemplo:

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{24}$$

Propiedades de la multiplicación de números racionales

Para cualesquiera $a, b \in \mathbb{Q}$ se satisfacen las siguientes propiedades

1. **Interna.** La multiplicación de dos racionales es un racional

$$a \cdot b \in \mathbb{Q}$$

2. **Asociativa.** Multiplicar los dos primeros números y al resultado multiplicarlo por un tercer número, es igual a que al primer número se le multiplique el resultado de la multiplicación del segundo con el tercer número

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{5} \quad = \quad \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}\right)$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{5} \quad = \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{20}$$

$$\frac{3}{40} \quad = \quad \frac{3}{40}$$

3. **Conmutativa.** El resultado de una multiplicación se preserva al intercambiar los multiplicandos

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{40}$$

4. **Elemento neutro.** Existe un elemento $1 \in \mathbb{Q}$ tal que al multiplicarlo con un número, el resultado sigue siendo el mismo número

$$a \cdot 1 = a$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{8} \cdot 1 = \frac{3}{8}$$

5. **Elemento inverso.** Todo número racional diferente de cero posee un opuesto, tal que al multiplicar ambos el resultado es el elemento neutro de la multiplicación

$$a \cdot a^{-1} = 1$$

Ejemplo:

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{3}{8} = 1$$

6. **Distributiva**

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Ejemplo:

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{7}{4} = \frac{1}{8}+\frac{3}{4}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{7}{8}$$

División de números racionales

El resultado de dividir dos números racionales es de nuevo un racional cuyo numerador se obtiene multiplicando los extremos y el denominador de multiplicar los medios

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

Ejemplo:

$$-\frac{5}{7}:\frac{1}{6}=\frac{5\cdot 6}{7\cdot 1}=\frac{30}{7}$$

Leyenda de símbolos utilizados:

÷ División

= Igualdad

+ Signo de suma

- Signo de resta

. Signo de multiplicación

ECUACIONES PRIMER GRADO

¿Qué es una igualdad?

Una igualdad matemática es una proposición de equivalencia que existe entre dos expresiones algebraicas y las mismas están conectadas a través de una igualdad (=) en la cual, ambas expresan el mismo valor. Ejemplo:

Igualdad

$$9 - 1 = 8$$

Expresión matemática   Expresión matemática

Si observamos la relación de igualdad anteriormente dada, podemos decir que nueve menos uno es igual a ocho, pero también podemos decir que ocho es igual a nueve menos uno. Ambas proposiciones están correctas, así que de la forma en que la digamos estaría correcto.

¿Cómo saber que una igualdad es incorrecta?

Se dice que una expresión de igualdad es falsa, cuando el resultado de uno de sus miembros es diferente al otro. Así, la expresión siguiente, resulta ser falso.

$$9 - 1 = 2$$

La igualdad anterior es falsa porque sabemos que nueve menos uno es igual a ocho, no es igual a dos. Por lo tanto decimos que esa proposición es falsa.

¿Qué es una Ecuación?

Una ecuación es una igualdad de dos expresiones, donde está presente una incógnita cuyo valor puede ser encontrado a través de operaciones aritméticas. Se llaman ecuaciones de primer grado si el exponente de la incógnita es uno.

Ejemplo:

Supongamos que tenemos la siguiente igualdad:

$$2 + 3 = 5$$

¿Qué pasaría si sustituimos el tres por una letra cualquiera del abecedario? Veamos:

$$2 + X = 5$$

Sustituimos el tres por la letra x

Como podemos ver al sustituir el tres por la equis "x", hemos dado origen a una ecuación, donde "X" seria la incógnita.

Elementos de una ecuación

$$4x - 6 = 2x + 1$$

Términos

$$4x - 6 = 2x + 1$$

Términos Independientes

Incógnitas

$$4x - 6 = 2x + 1$$

$$4x - 6 = 2x + 1$$

Coeficientes

Segundo miembro de la igualdad

$$4x - 6 = 2x + 1$$

Primer miembro de la igualdad

A las expresiones que quedan a cada lado del signo "=" se las denomina **miembros** de la ecuación. Para distinguirlos, se suele llamar **primer miembro** al que está a la izquierda del "=", y **segundo miembro** al que está a la derecha (también se les puede llamar perfectamente "miembro de la izquierda" y "miembro de la derecha", que al fin y al cabo es lo que son).

Los **coeficientes** son los números que acompañan a la incógnita y los que no la acompañan también, la **incógnita** obviamente serán las letras que tenga la ecuación. Los términos independientes son aquellos coeficientes que no acompañan a la incógnita, se dice que son independientes porque no dependen de la incógnita.

Resolver una ecuación consiste en encontrar el valor que debe tomar la incógnita para que se cumpla la igualdad. Podemos comprobar si la solución encontrada es correcta sustituyendo la incógnita x por la solución. Como regla general, una ecuación de primer grado tiene una única solución.

Veamos algunos ejemplos:

Sea la ecuación $x - 5 = 7$, hallar la solución de la misma.

$$x - 5 = 7$$

1. Verificar cuantos términos, coeficientes, términos independientes e incógnitos tenemos.

$$x - 5 = 7$$

Es una ecuación de tres términos, una incógnita, y dos términos independientes (uno termino negativo y otro positivo).

2. Agrupar la incógnita en un miembro de la igualdad y los términos independientes en el otro miembro de la igualdad restante. En este caso dejaremos la incógnita en el primer miembro y los términos independientes los colocaremos en el segundo miembro.

$$x - 5 = 7$$

Observemos que "-5" está en el primer miembro de la igualdad y como mencionamos anteriormente debemos agrupar los términos independientes en el segundo miembro, por lo tanto debemos hacer una transposición de términos. Debemos cambiar -5 de un miembro a otro.

$$x - 5 = 7$$

Debemos cambiar -5 de un miembro a otro

En las ecuaciones al momento de hacer una trasposición de términos, debemos tener en cuenta que si un término es positivo al moverlo de un miembro a otro cambia a negativo y si el término es negativo al moverlo de un miembro a otro cambia a negativo. Entonces:

$$x = 7 + 5$$

Cambiamos -5 de un miembro a otro, como es negativo va al otro miembro positivo.

3. Una vez agrupados los términos, debemos resolver las operaciones indicadas:

$$x = 7 + 5$$

La operación que tenemos por resolver es 7 + 5

$$x = 12$$

Signos iguales se suma y se coloca el mismo signo 7 + 5 = 12.

De esta forma ya hemos conseguido el valor de la incógnita. Para verificar si es correcto el trabajo anterior podemos hacer una comprobación, basta con sustituir el valor obtenido y sustituirlo por la incógnita de la ecuación original. Veamos:

$$x - 5 = 7$$

Sustituir X = 12

$$x - 5 = 7$$

$$12 - 5 = 7$$

Signos diferentes se resta y se coloca el signo del número mayor

$$7 = 7$$

De esta forma hemos comprobado que el valor que conseguimos satisface la igualdad

¿Cómo saber si el valor que hemos conseguido de la ecuación es incorrecto?

Supongamos que en la ecuación $x - 5 = 7$ anterior obtuvimos como solución $x = 2$, comprobemos.

$$x - 5 = 7$$

Sustituir x por el supuesto valor que conseguimos “2”

$$2 - 5 = 7$$

$$-3 = 7$$

Nótese que $-3 \neq 7$, -3 es diferente de 7 así que $X=2$ no es solución de nuestra ecuación. En la comprobación deberíamos de obtener un número igualado a sí mismo y si no es así algo hemos hecho mal.

Veamos otro ejemplo:

Sea la ecuación $-2x = -10$, Encuentre su solución

1. Verificar cuantos términos, coeficientes, términos independientes e incógnitos tenemos.

$$-2x = -10$$

Ecuación con dos términos: una incógnita y un término independiente.

2. Despejar a la incógnita.

$$-2x = -10$$

Despejar la incógnita

En las ecuaciones cuando hablamos de despejar, nos referimos a buscar la forma de apartar al coeficiente de la incógnita para que esta quede sola y poder encontrar su valor, tenemos dos formas situaciones que pueden presentarse para despejar: La primera es cuando un número está multiplicando a la incógnita y la segunda es cuando el numero está dividiendo a la incógnita. Si el número está multiplicando a la incógnita, este pasará al otro miembro de la igualdad a dividir toda la expresión que se encuentre en el otro miembro de la igualdad y si el número está dividiendo a la variable, este pasará al otro miembro de la igualdad a multiplicar toda la expresión que se encuentra en el otro miembro de la igualdad.

$$-2x = -10$$

En este caso el dos negativo (-2) está multiplicando a la variable y lo debemos cambiar del primer miembro al segundo miembro de la igualdad, como está multiplicando debe pasar a dividir.

$$x = -10$$

$$-2$$

$$x = +5$$

Multiplicación de signos - . - = +

Comprobación:

$$-2\,x \;=\; -10$$

Sustituir $X = 5$

$$-\,2 \,.\, 5 \;=\; -\,10$$

Multiplicación de signos - . + = -

$$-10 = -10$$

Veamos otro ejemplo:

$$4x + 3 = 21 - 2x$$

1. Agrupar los términos con X hacia el primer miembro y los que no llevan X al segundo miembro. Es importante recordar que cuando un término pasa al otro lado de la igualdad, su signo cambia (si es positivo pasa a ser negativo y viceversa).

$$4x + 2x = 21 - 3$$

2. Se realizan las operaciones respectivas en cada miembro de la ecuación. En este caso, corresponde una suma en uno de los miembros y una resta en el otro, lo que da como resultado.

$$4x + 2x = 21 - 3$$

$$6x = 18$$

Sumamos 4x + 2x = 6x, luego 21 – 3= 18

3. Se despeja la X, pasando el término que tiene adelante al otro lado de la ecuación. En este caso, el término está multiplicando a la incógnita, así que ahora pasa a dividir.

$$x = \frac{18}{6}$$

4. Se resuelve la operación para conocer el valor de X.

$$x = 3$$

Solución de la ecuación

Ecuación de primer grado con paréntesis

En una ecuación lineal con paréntesis, los paréntesis nos indican que todo lo que está dentro de ellos debe ser multiplicado por el número que tienen adelante. Veamos:

$$2\,(2 + 2x) = 12$$

1. Multiplicar el coeficiente que está adelante de los paréntesis por todo lo que está dentro del mismo, con lo cual la ecuación quedaría de la siguiente forma:

$$2\,(2 + 2x) = 12$$

Multilplicamos el coeficiente que esta delante del parentesis por todos los coeficientes que estan dentro del mismo

$$4 + 4x = 12$$

2. Una vez que se ha resuelto la eliminación de los paréntesis, queda una ecuación de primer grado con una incógnita, que se resuelve como hemos visto anteriormente, es decir, agrupando los términos y haciendo las operaciones respectivas, cambiando los signos de aquellos términos que cambien al otro lado de la igualdad:

$$4 + 4x = 12$$

$$4x = 8$$

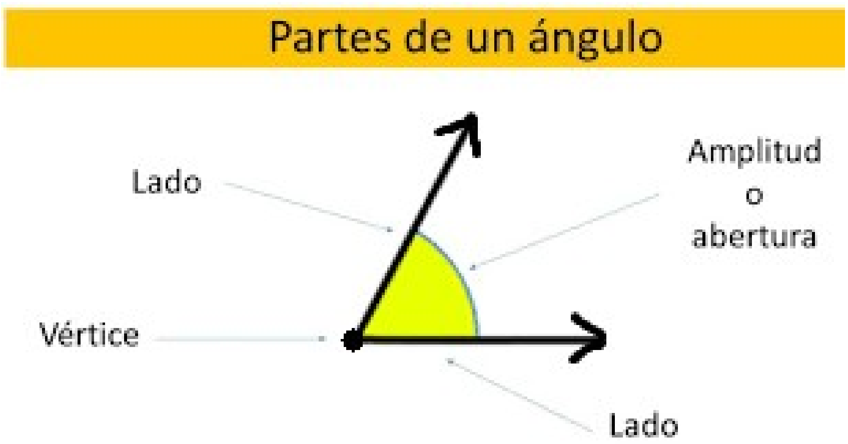
$$x = \frac{8}{4}$$

$$x = 2$$

En general, las ecuaciones son muy útiles en nuestra vida cotidiana y son muy usadas en áreas como física, química, económica, entre otras… Pueden servir para cosas tan simples como planificar nuestro dinero o cuando necesitemos construir algo, nos permite sacar presupuestos o hasta medidas.

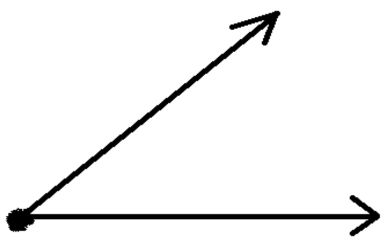
¿QUÉ ES UN ANGULO?

Es el conjunto de todos los puntos que pertenecen a dos semirectas que tienen un origen común. De esa manera, Las semirrectas se llaman lados y el punto en común se llama vértice. Además de estos elementos también debemos tener en cuenta que los ángulos tienen abertura o medida que se mide en grados.

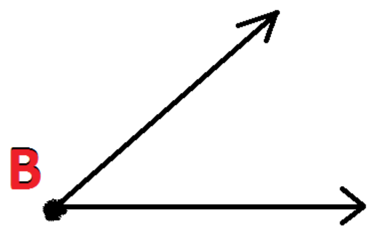


¿Sabías tu que los ángulos pueden llevar nombre? Pues sí, los ángulos pueden nombrarse o identificarse, hay dos formas de nombrar un Angulo:

La primera forma de darle nombre a un Angulo Es asignándole una letra mayúscula cualquiera al vértice del mismo.

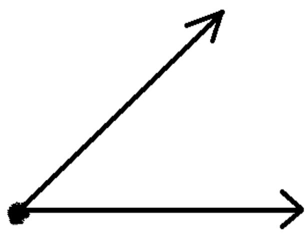


Al vértice de este ángulo le asignaremos la letra “B”, veamos…

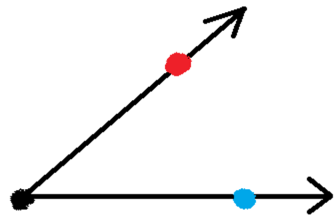


En palabras podemos decir que este es el ángulo B. De manera formal primero se escribe el símbolo matemático ∢, que se lee ***ángulo***, seguido por la letra que indica el vértice del ángulo, en este caso “B” es el vértice. Se escribe **∢ B** y se lee ángulo B.

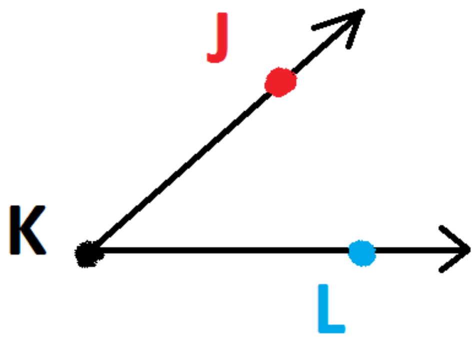
La segunda forma de darle nombre a un Angulo Es nombrar tres puntos del ángulo con letras distintas, un punto en cada lado y uno en el vértice. Se escribe en orden, primero el símbolo **∢**, seguido del punto de uno de los lados, luego el vértice y por último el punto del lado que nos queda. Veamos.



Angulo cualquiera.



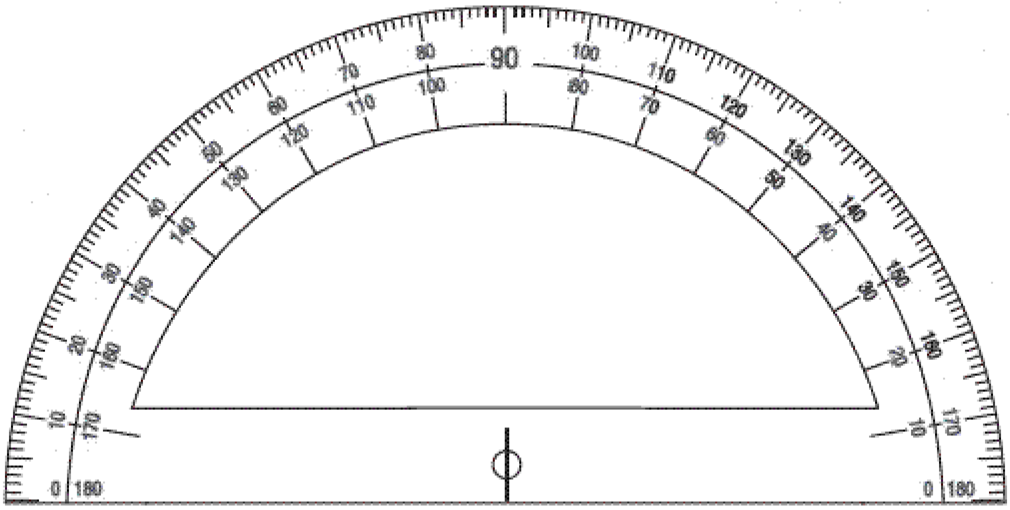
Dibujamos tres puntos en el ángulo, un punto en cada lado y uno en el vértice.



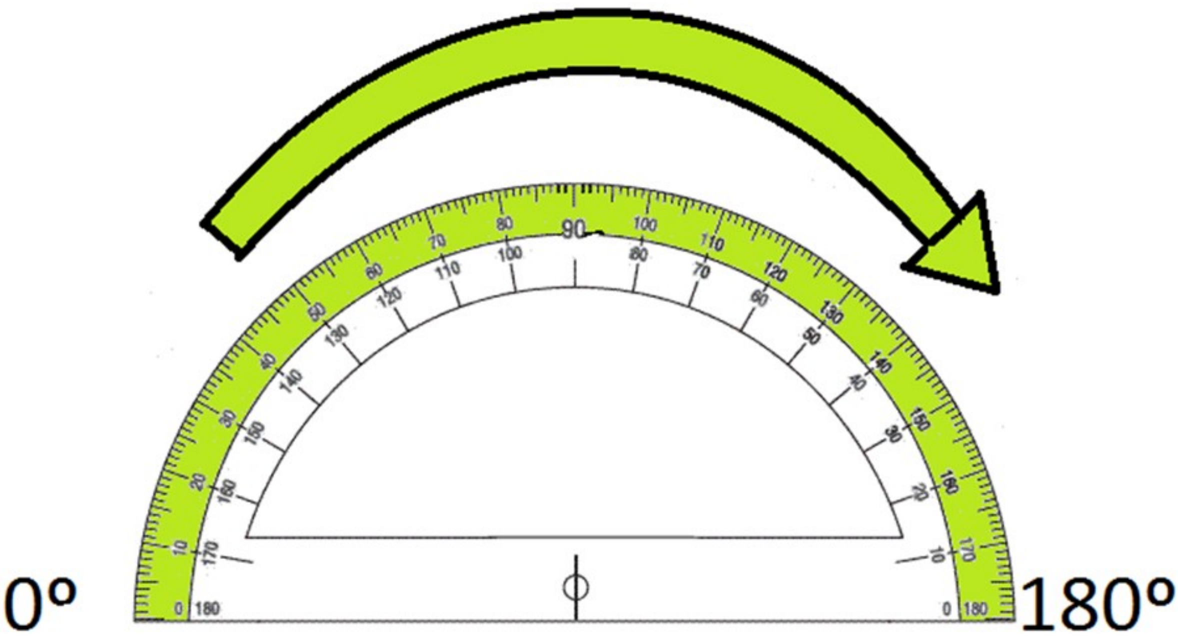
En este paso le damos nombre a los puntos que dibujamos, ahora para identificar nuestro ángulo debemos escribir en el mismo orden que mencionamos anteriormente. Primero el símbolo **∢** (ángulo), seguido del punto de uno de los lados, luego el vértice y por último el punto del lado que nos queda. Así, **∢ JKL** y se lee ángulo JKL.

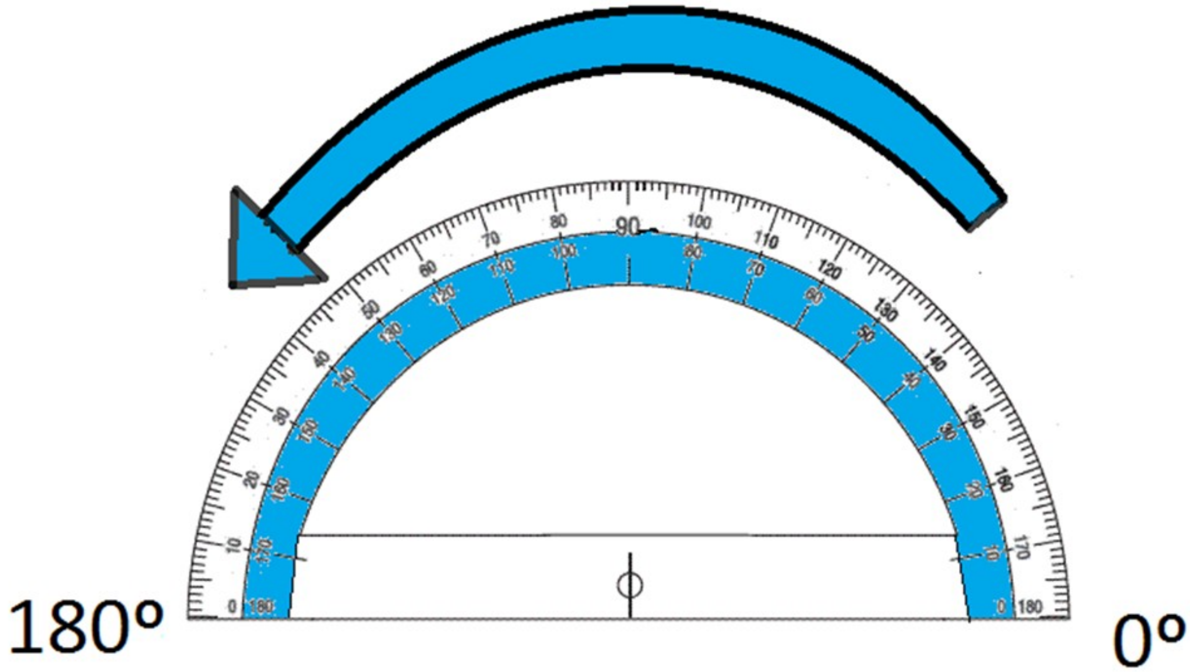
¿CÓMO SE MIDE LA ABERTURA DE UN ANGULO?

1. Para medir físicamente o dibujar un ángulo usamos el transportador, que es una plantilla semicircular graduada de 0° a 180°, generalmente de material plástico.

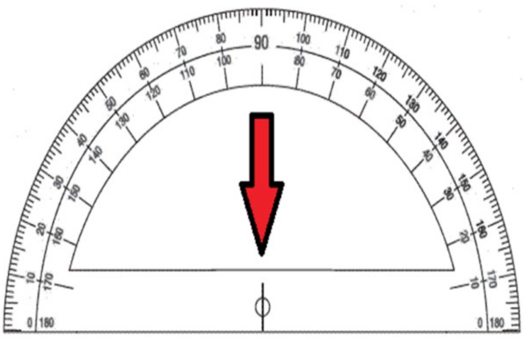


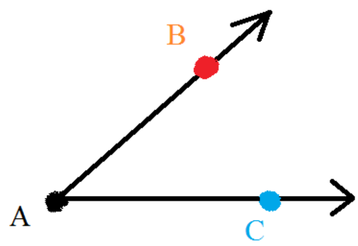
2. Si nos fijamos en este transportador el cual es muy común hoy en día, podemos darnos cuenta que se puede usar de derecha a izquierda y de izquierda a derecha porque tiene valores en ambos sentidos.

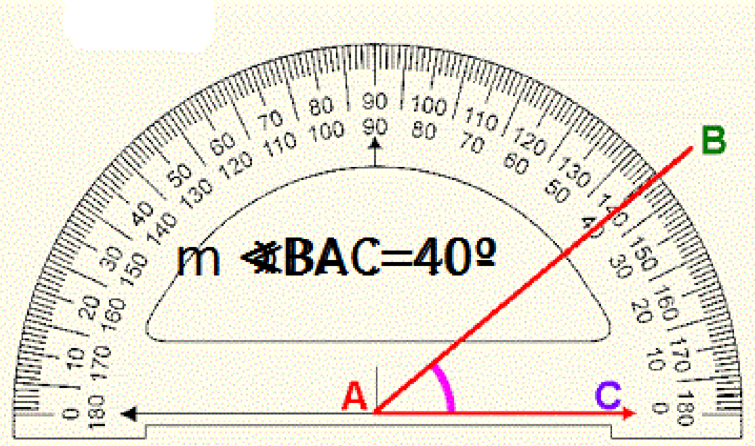




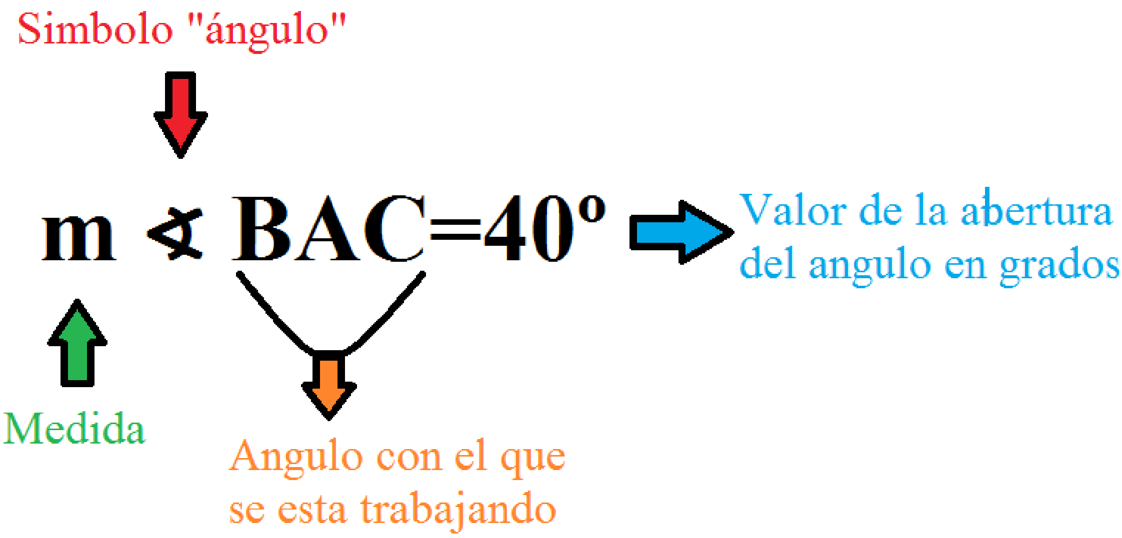
3. Para medir la abertura de un ángulo cualquiera, colocamos el transportador de forma que coincida el punto de su base o su centro con el vértice del ángulo y que uno de los lados del ángulo pase por 0°. Es decir, por la base del transportador.







4. En este caso trabajamos de derecha a izquierda porque nuestro ángulo así lo requiere, la abertura de nuestro ángulo BAC es de 40 grados, lo cual debemos escribir así **m ∢ BAC=40º**, donde la “m” significa medida.



5. También es válido escribir m ∢ A=40º, donde A es el nombre del vértice del ángulo que trabajamos. Usted puede trabajar con la forma que más le guste.

Simbolo "ángulo"

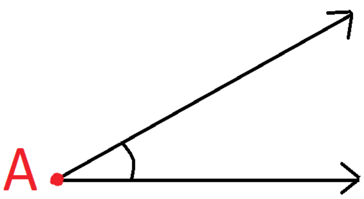
Medida $m \measuredangle A=40^{\circ}$ Abertura del ángulo en grados

Nombre del vertice de nuestro ángulo

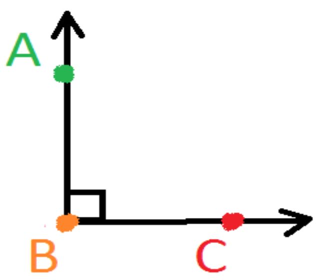
CLASIFICACION DE LOS ANGULOS

Los ángulos se pueden clasificar según su medida, Según su la suma de sus medidas y según su posición. Para efectos de este curso trabajaremos solo los dos primeros criterios de clasificación:

Primer criterio Según sus **medidas** los ángulos se clasifican en:

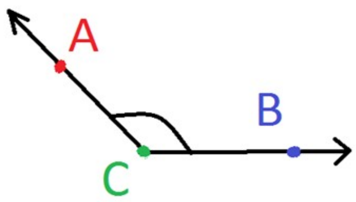


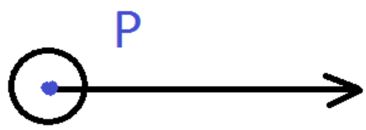
Angulo agudo Son todos aquellos ángulos que su abertura tiene una medida mayor a 0 grados y menor a 90 grados.



Angulo recto son todos aquellos ángulos que su abertura mide exactamente 90 grados**.**

Angulo llano es aquel que la medida de su abertura es exactamente 180 grados. Y además podemos destacar que sus lados son semirectas opuestas.



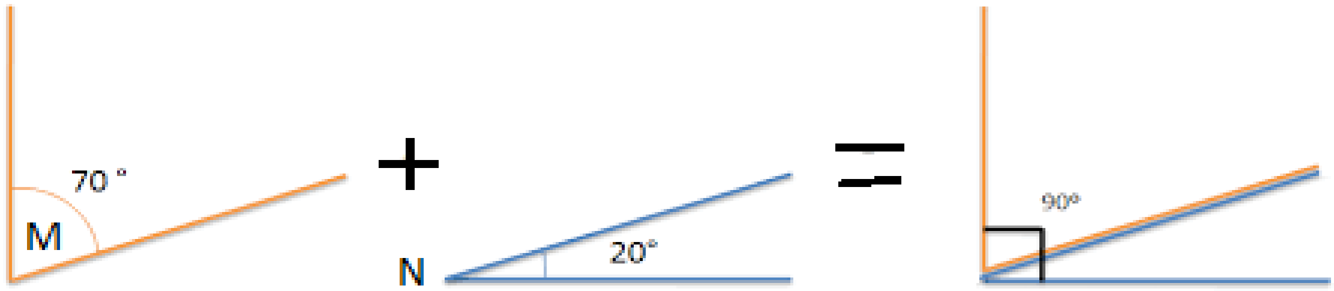


Angulo obtuso son todos aquellos ángulos que su abertura mide mayor a 90 grados y menor a 180 grados.

Angulo Completo es aquel que su abertura mide exactamente 360 grados. Este ángulo tiene una particular característica y es que sus lados coinciden uno con el otro al igual que en el ángulo nulo con la diferencia de que en el ángulo completo se ha dado un giro de 360 mientras que en el nulo no hay movimiento.

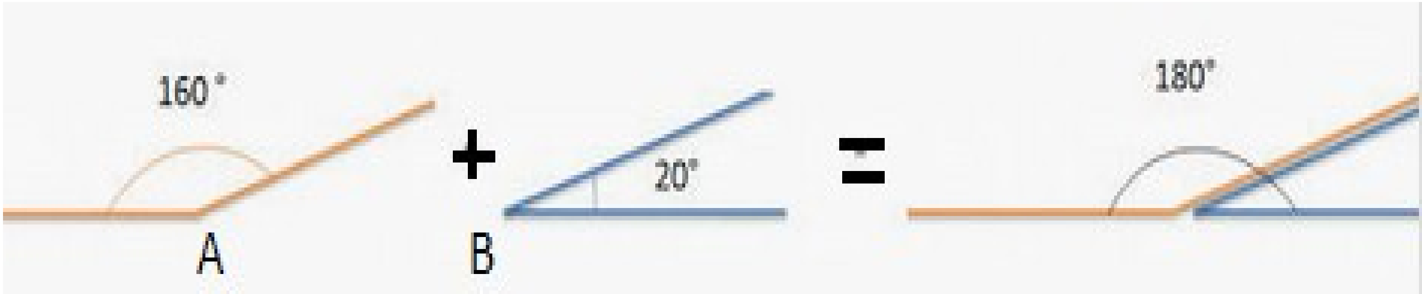
Segundo criterio Según su la **suma de sus medidas** los ángulos pueden clasificarse en:

1. **Ángulos complementarios:** dos ángulos son complementarios si las sumas de sus medidas es 90º exactamente, EJEMPLO:



Como podemos ver, la suma de los ángulos es igual a 90º por lo tanto son ángulos complementarios, de dice que uno es el complemento del otro.

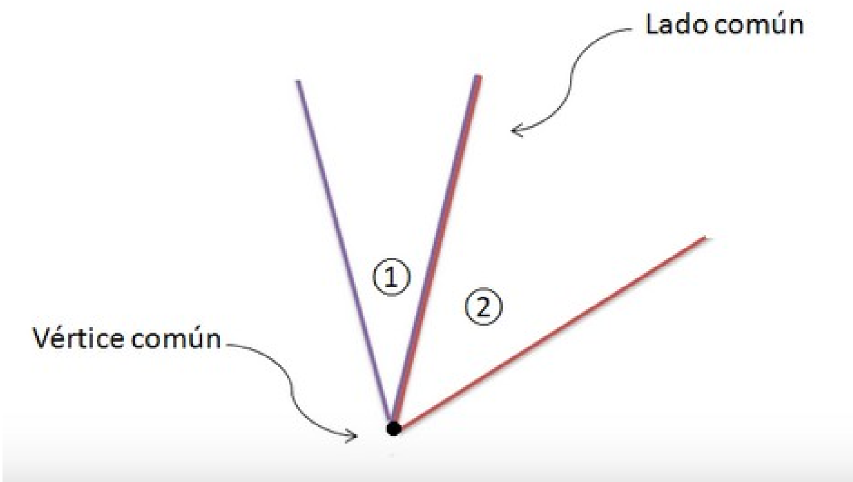
2. **Ángulos suplementarios:** dos ángulos son suplementarios si las sumas de sus medidas es 180º exactamente, EJEMPLO:



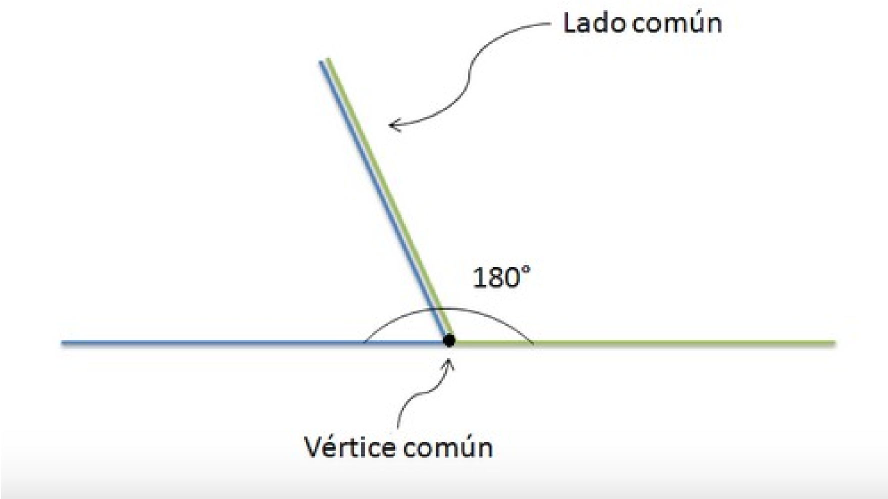
Como podemos ver la suma de estos dos ángulos es igual 180º por lo tanto son ángulos suplementarios, se dice que uno es el suplemento del otro.

Tercer criterio Según su **posición** los ángulos pueden clasificarse en:

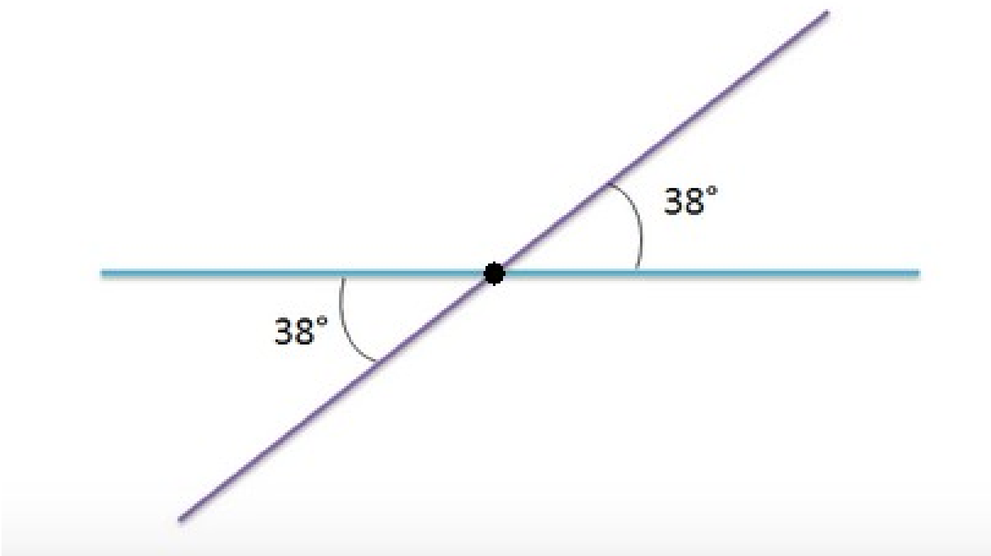
1. **Ángulos consecutivos:** Se llaman ángulos consecutivos aquellos que tienen el vértice y un lado común. Además los lados no comunes están en semiplanos opuestos respecto a la recta que contiene el lado en común. Ejemplo:



2. **Ángulos adyacentes:** Son aquellos ángulos que tienen en común el vértice y uno de los lados, es decir son consecutivos, pero a la vez la suma de éstos tiene que ser de 180.
   Ejemplo:



3. **Ángulos opuestos por el vértice:** tienen el vértice común y sus lados son semirrectas opuestas. Siempre tienen igual medida, ya que tienen la misma abertura. Ejemplo:

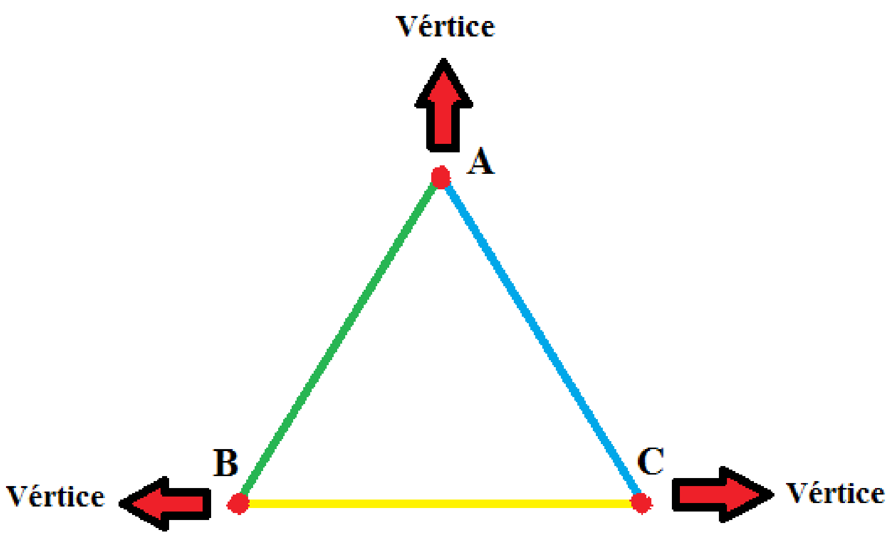


Ambos ángulos tienen la misma abertura y son opuestos por el mismo vértice.

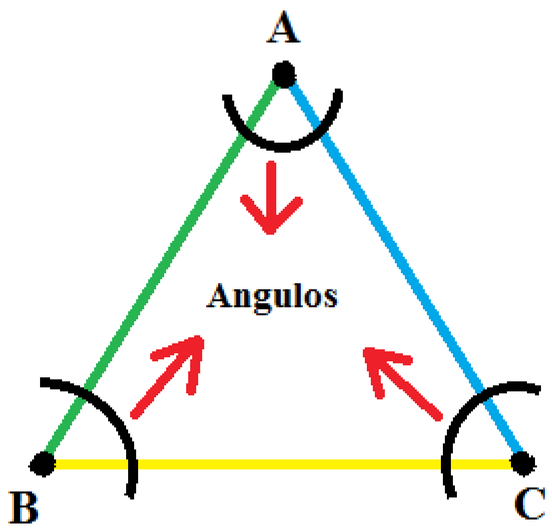
TRIANGULOS

Los triángulos en la geometría cumplen un gran papel y eso ya lo sabían los geómetras desde los tiempos de las primeras civilizaciones, era y es muy utilizado en la vida diaria. Basta con observar a nuestro alrededor ya sea en edificaciones, instrumentos musicales, objetos domésticos, objetos de escritorio, señales de tránsito, entre otros...

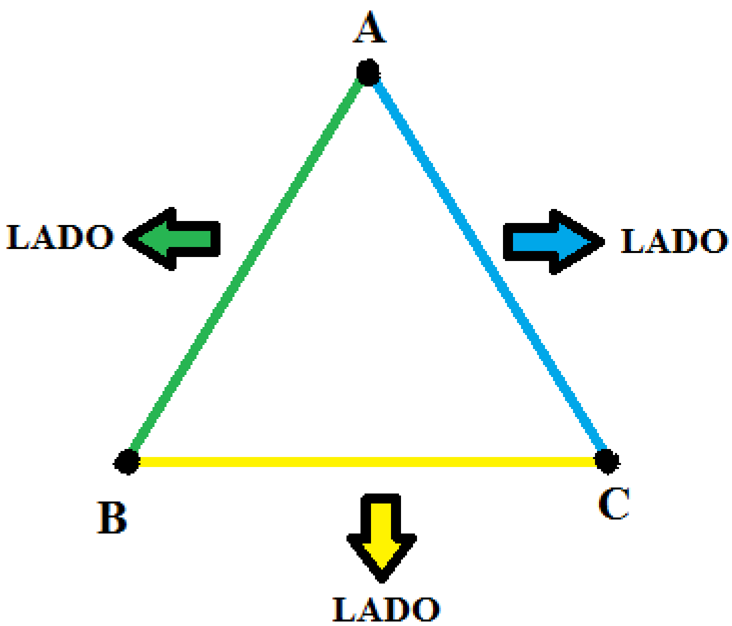
Muchos son las definiciones que podemos encontrar en las distintas fuentes que consultemos del mismo, si hacemos un resumen y digerimos todas esas explicaciones tan formales y a veces complicadas para nosotros, podríamos decir que, un **triángulo** es una figura geométrica que posee tres lados, tres vértices y tres ángulos.



Tres vértices: *vértice A, vértice B y vértice C*

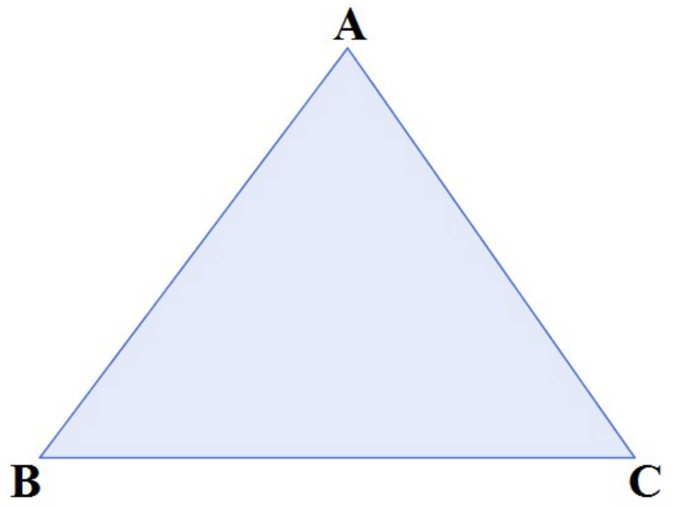


Tres ángulos: *ángulo A, ángulo B y ángulo C.*

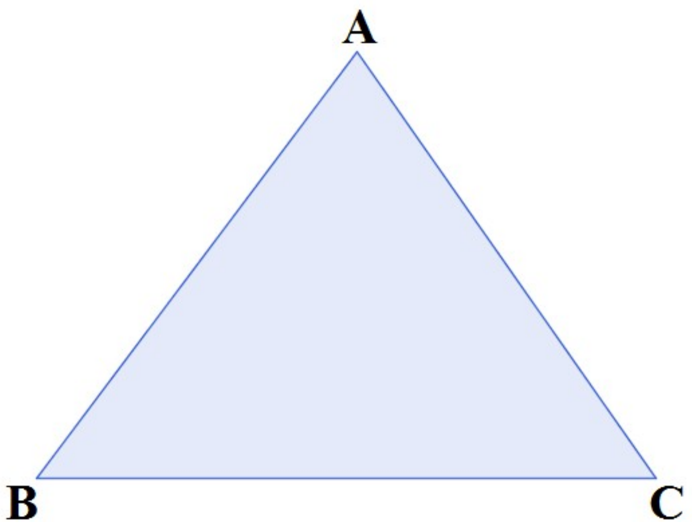


Tres lados: *lado AB, lado AC y lado BC*

¿Podemos identificar los triángulos? Pues sí, los triángulos podemos identificarlos o nombrarlos, para ello le asignaremos cualquier letra del abecedario a sus vértices, cada vértice debe tener una letra distinta cualquiera y deben ser mayúsculas.



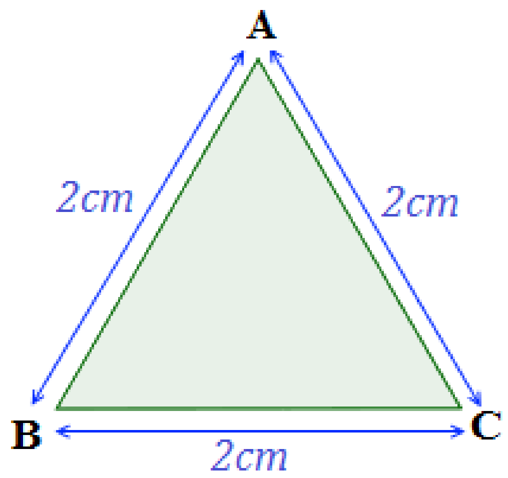
El triángulo anterior le asignamos letras a sus vértices A, B y C. En palabras se dice: Triángulo ABC. Algebraicamente debemos escribir: Δ **ABC**, donde "Δ" es un símbolo significa "triángulo". Veamos:



Δ ABC

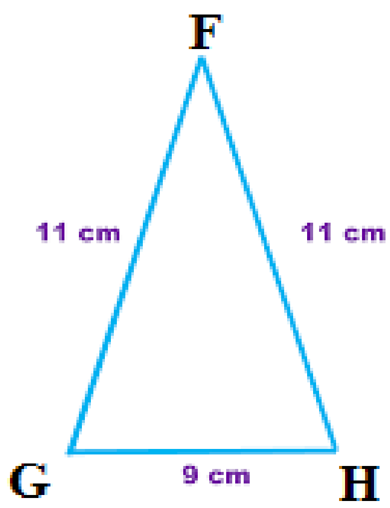
Existen varios tipos de triángulos, los triángulos se clasifican según **la medida de sus lados** o según **sus ángulos**:

Triángulos Equilátero: Es aquel triángulo cuyos tres lados tienen las mismas medidas, es decir, todos sus lados son iguales.



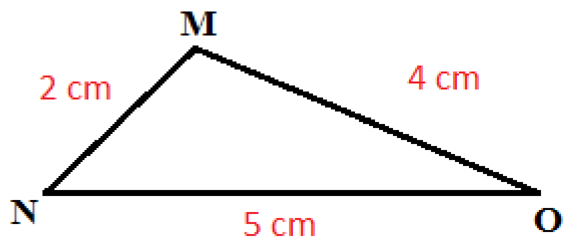
Como podemos observar el Δ *ABC tiene sus tres lados iguales, lo cual lo convierte en un triángulo Equilátero porque cumple con la definición del mismo.*

Triángulos Isósceles: Es aquel triángulo que tiene por lo menos dos de sus lados tienen la misma medida, es decir, tiene dos lados iguales.



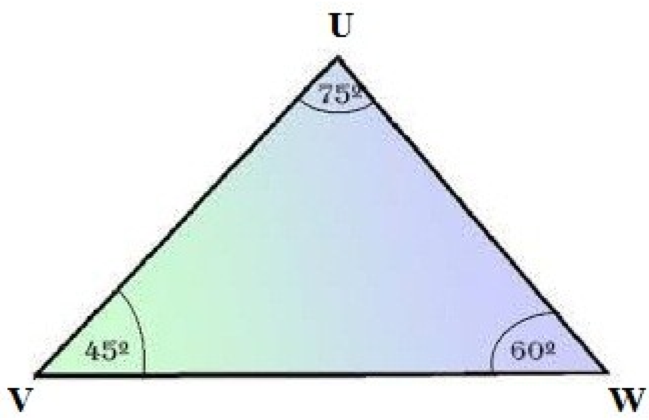
Como podemos observar el Δ *FGH tiene dos lados iguales, lo cual lo convierte en un triángulo Isósceles porque cumple con la definición del mismo.*

Triángulos Escalenos: Ninguno de sus lados tienen la misma medida, es decir, sus tres lados son diferentes.



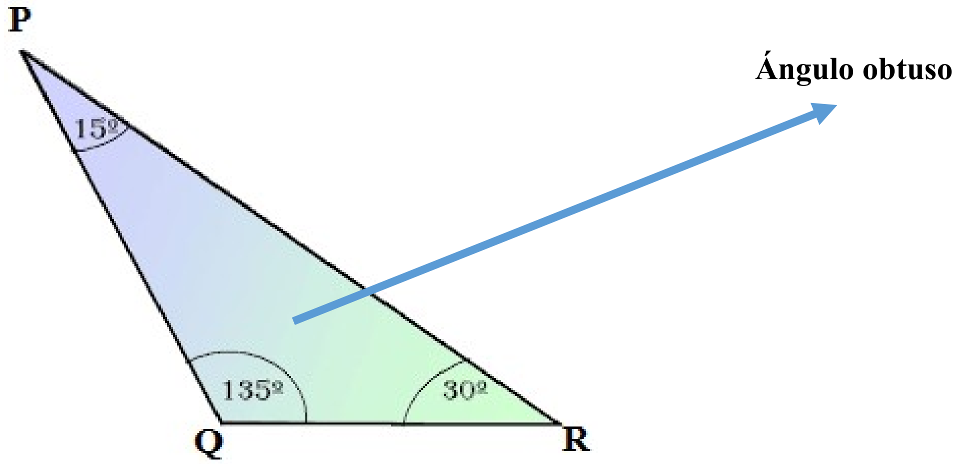
Como podemos observar el ∆ MNO tiene tres lados desiguales, lo cual lo convierte en un triángulo Escaleno.

Triángulos Acutángulos aquel triángulo que posee tres ángulos agudos.



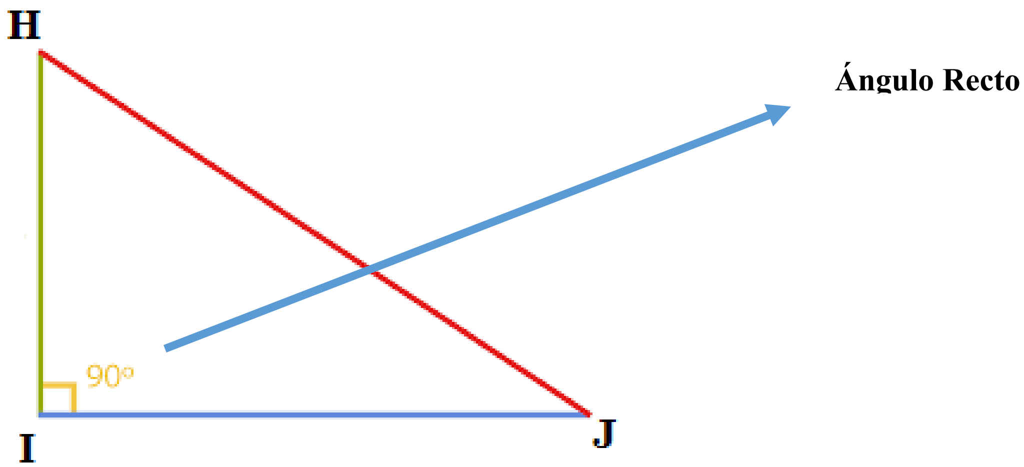
Como podemos observar el ∆ UVW tiene tres ángulos agudos en su interior, lo cual lo convierte en un triángulo Acutángulo.

Triángulos Obtusángulos: Es aquel triángulo que posee un ángulo obtuso.



Como podemos observar el ∆ PQR posee un ángulo obtuso en su interior, lo cual lo convierte en un triángulo Obtusángulo.

Triángulos Rectángulos: Es aquel triángulo que posee un ángulo recto.



Como podemos observar el ∆ HIJ posee un ángulo recto en su interior, lo cual lo convierte en un triángulo Rectángulo.

CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS.

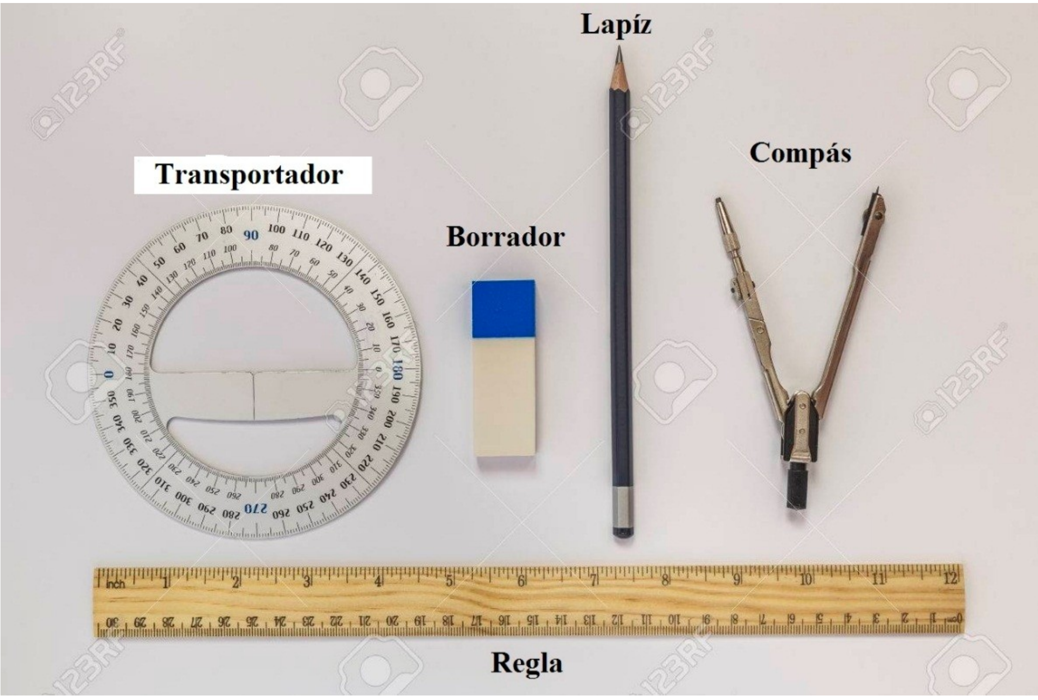
El número de datos necesarios para poder construir cualquier triangulo son tres, a veces los datos no se dan directamente sino que van implícitos en la propia definición del triángulo a resolver, por ejemplo:

EJERCICIO: Dibuja un triángulo equilátero, donde solo se sabe que un lado mide 6cm.

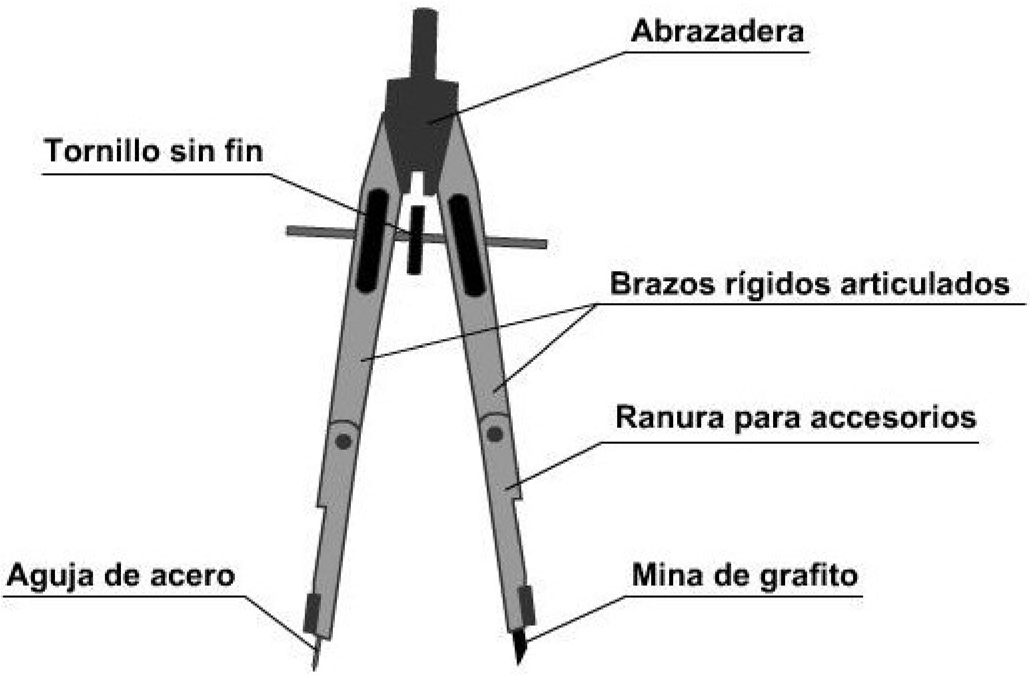
Este tipo de ejercicios lleva implícito que los tres lados son iguales (por definición triángulo equilátero), basta con que tengamos la medida de un solo lado para saber la de los otros dos. Son innumerables los ejercicios que pueden plantearse de construcción un triángulo, sin embargo debemos de tener claro algunos criterios para construir los mismos:

1. Conociendo los tres lados.
2. Conociendo dos lados y el ángulo comprendido entre ellos
3. Conociendo dos ángulos y un lado

Antes de comenzar a construir los triángulos es importante mencionar las herramientas necesarias para construir los mismos:



Partes del compás



1. **Conociendo los tres lados**.

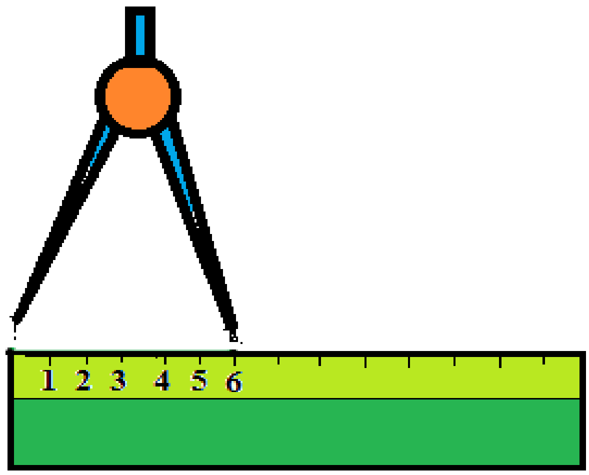
Supongamos que nos piden dibujar un triángulo cualquiera: Sea Δ ABC, además la distancia de AB=6cm, AC=10 BC=13cm. En este problema nos están indicando que el triángulo tiene como vértices A, B y C, también nos dicen que la distancia que hay del vértice A hasta el vértice B es 6cm, la distancia que hay del vértice A hasta el vértice C es de 10Cm y la distancia desde el vértice B hasta el vértice C es de 13cm.

1.1. Primero dibujamos con una regla nuestra base del triángulo, no importa qué lado tomemos como base el procedimiento no va a variar mucho.

B **13cm** **C**

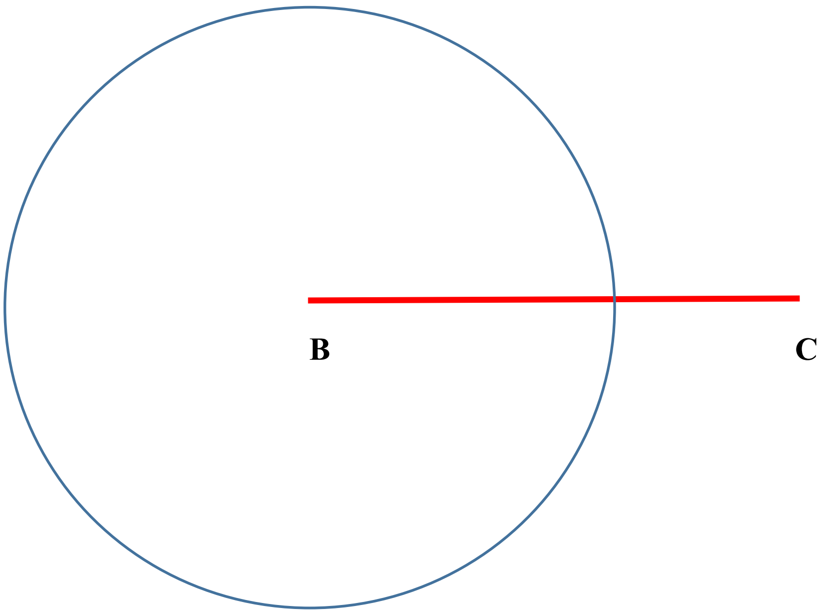
Dibujamos el lado BC=13CM como base de nuestro triángulo.

1.2. Ahora tomamos el compás y la regla, el compás debe tener una abertura de 6 cm (medida del lado AB). Para ello colocamos la aguja del compas en 0cm y la mina de grafito en 6cm.



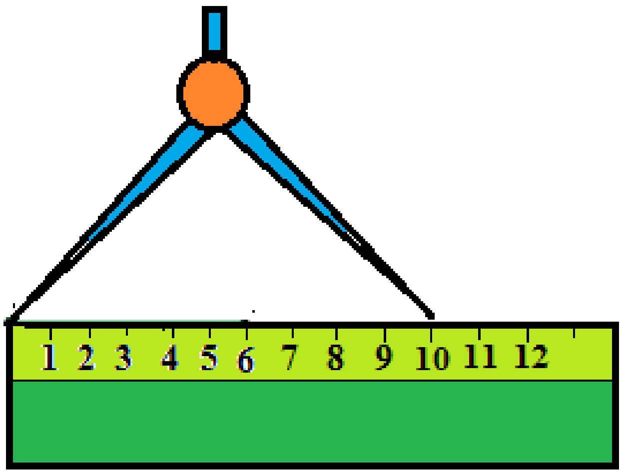
Abertura del compás 6cm

1.3. Con nuestro compás abierto 6 cm colocamos la aguja en el punto B de nuestro segmento BC y luego giramos el compás haciendo una circunferencia.



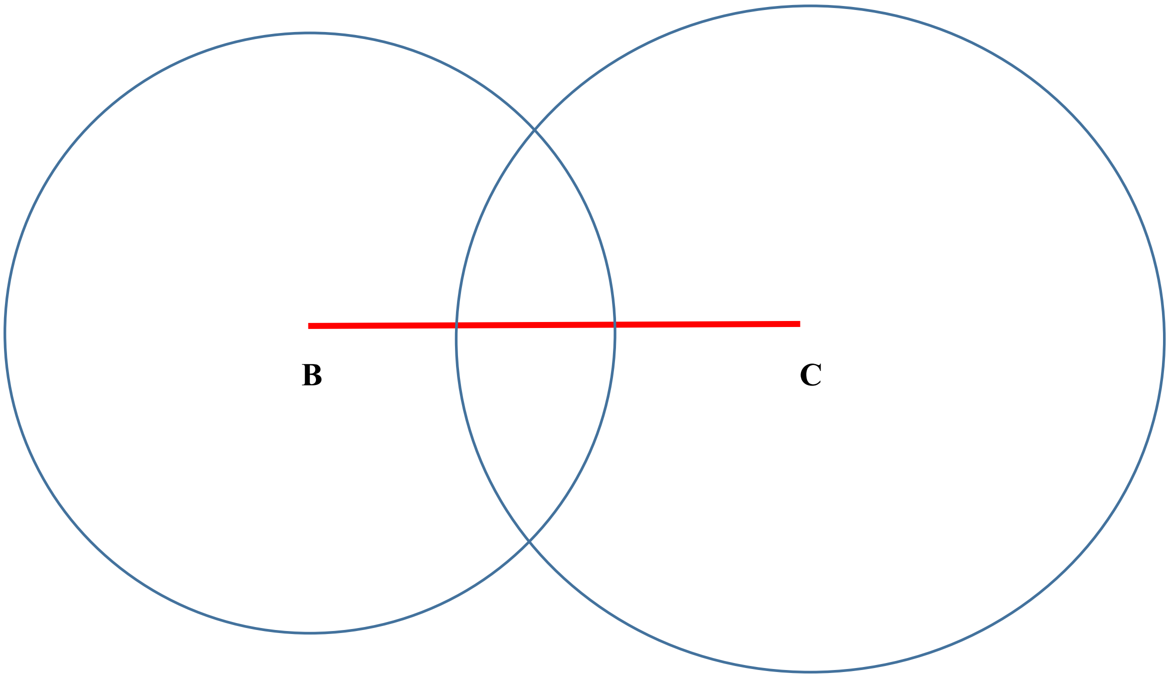
Haciendo centro en el punto B hicimos una circunferencia con nuestro compás.

1.4. Tomando nuestra regla y compás nuevamente, debemos abrir el compas 10cm (Medida del lado AC) colocando la aguja del compás en el cero y la mina de grafito la llevamos hasta 10 cm.



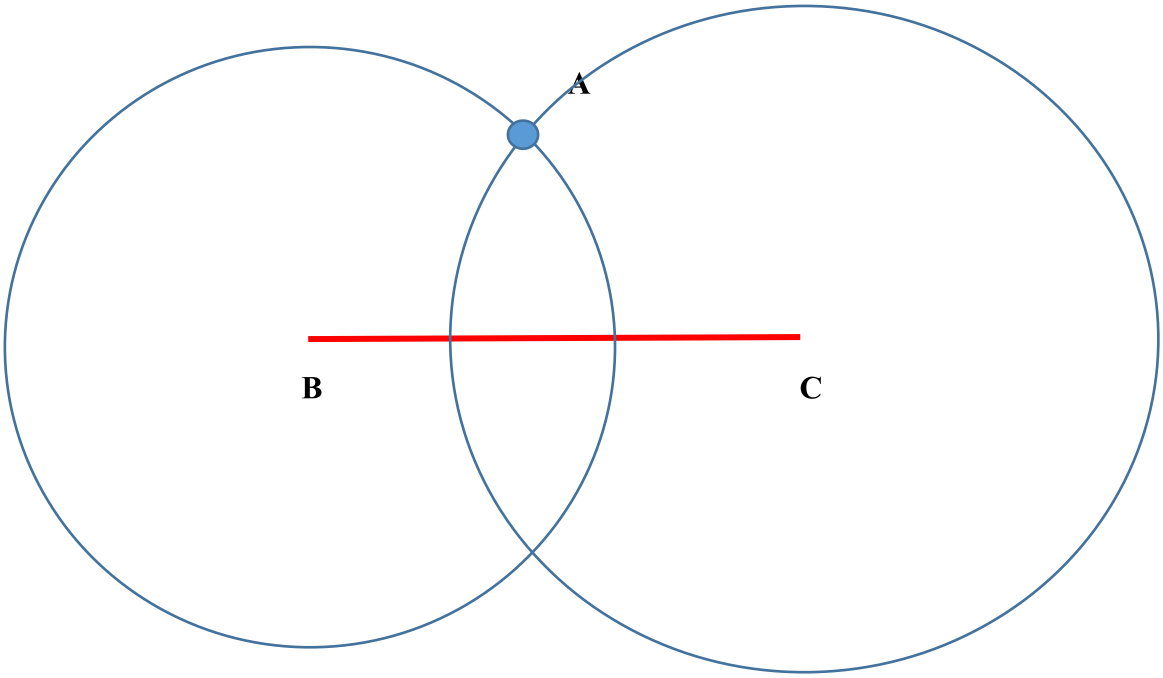
Abertura del compás 10 cm

1.5. Una vez que tengamos la apertura de nuestro compás exactamente en 10 cm podemos hacer centro en el punto C y trazar nuestra otra circunferencia.



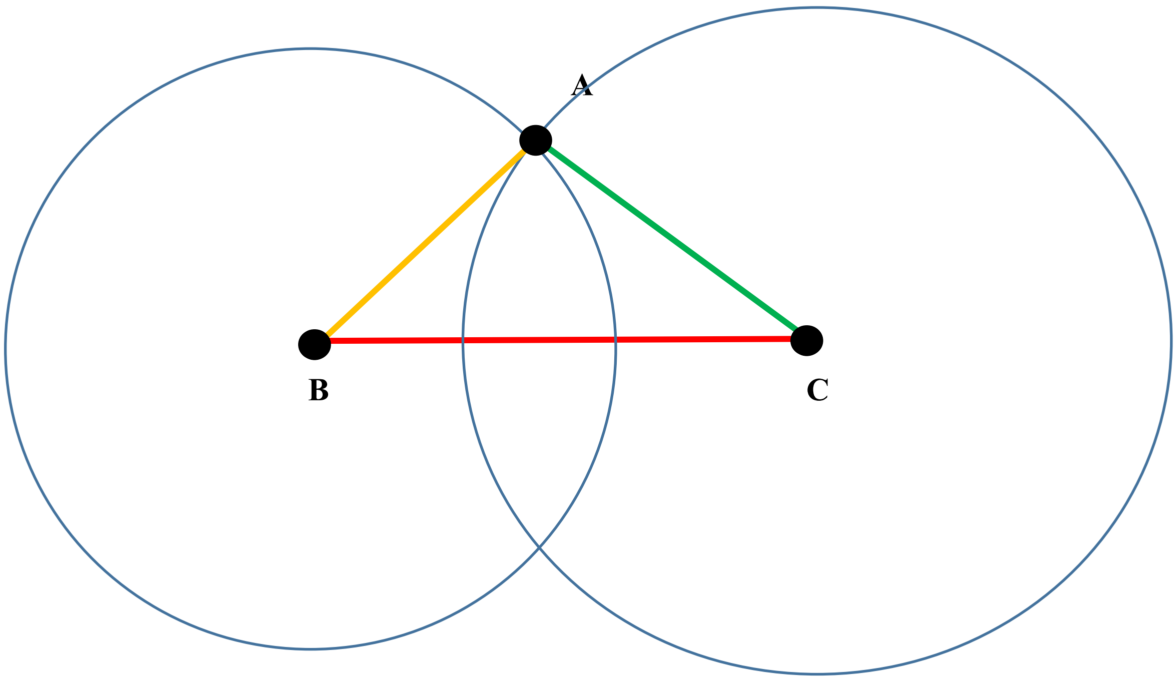
Colocamos la aguja en el punto C y luego hacemos la otra circunferencia

1.6. Observemos que nuestras circunferencias se cortan en dos puntos. Vamos a tomar cualquiera de los dos puntos de corte e identifiquemoslo con cualquier letra.



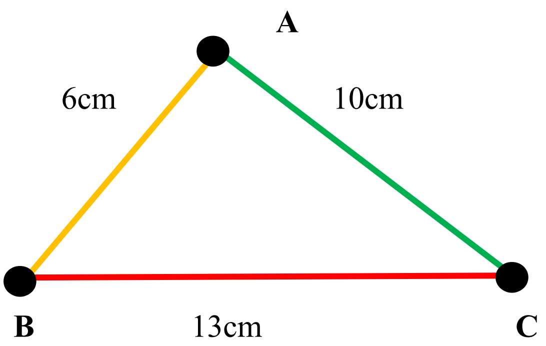
Tomamos el Punto de corte superior y le llamamos punto A

1.7. Ahora solo nos queda unir el punto B con el punto A y luego unimos el punto C con el punto A.



Unimos los extremos de BC con el punto A, de esta forma originamos Δ *ABC*

1.8. Solo queda tomar nuestro borrador y eliminar las circunferencias realizadas, esto es para que el trabajo quede impecable.



AB=6cm, AC= 10cm y BC= 13cm

Nota: Para saber si realizamos bien la tarea debemos medir los lados de nuestro triángulo con una regla y deberíamos de obtener las mismas medidas que nos dan al principio del ejercicio. Si no es así cometimos un error en el procedimiento.

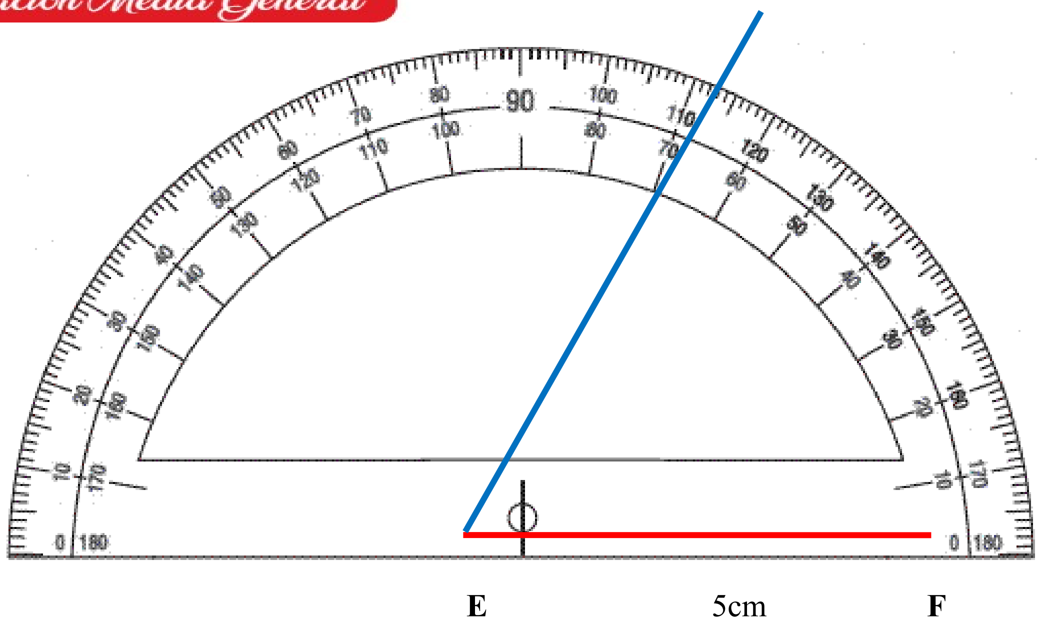
2. Conociendo dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.

Veamos el siguiente ejercicio: Sea el triángulo EFG, donde EF= 5 cm, <E = 60º, EG = 3 cm. Como podemos observar el triángulo tiene tres lados EF= 5cm, EG=3cm y el lado FG no lo tenemos como dato. También tenemos un ángulo E= 60º que si lo analizamos, según lo que sabemos de un ángulo, E es el vértice del ángulo.

2.1. Primero dibujamos el lado más largo, en este caso EF el cual va a ser la base de nuestro triángulo

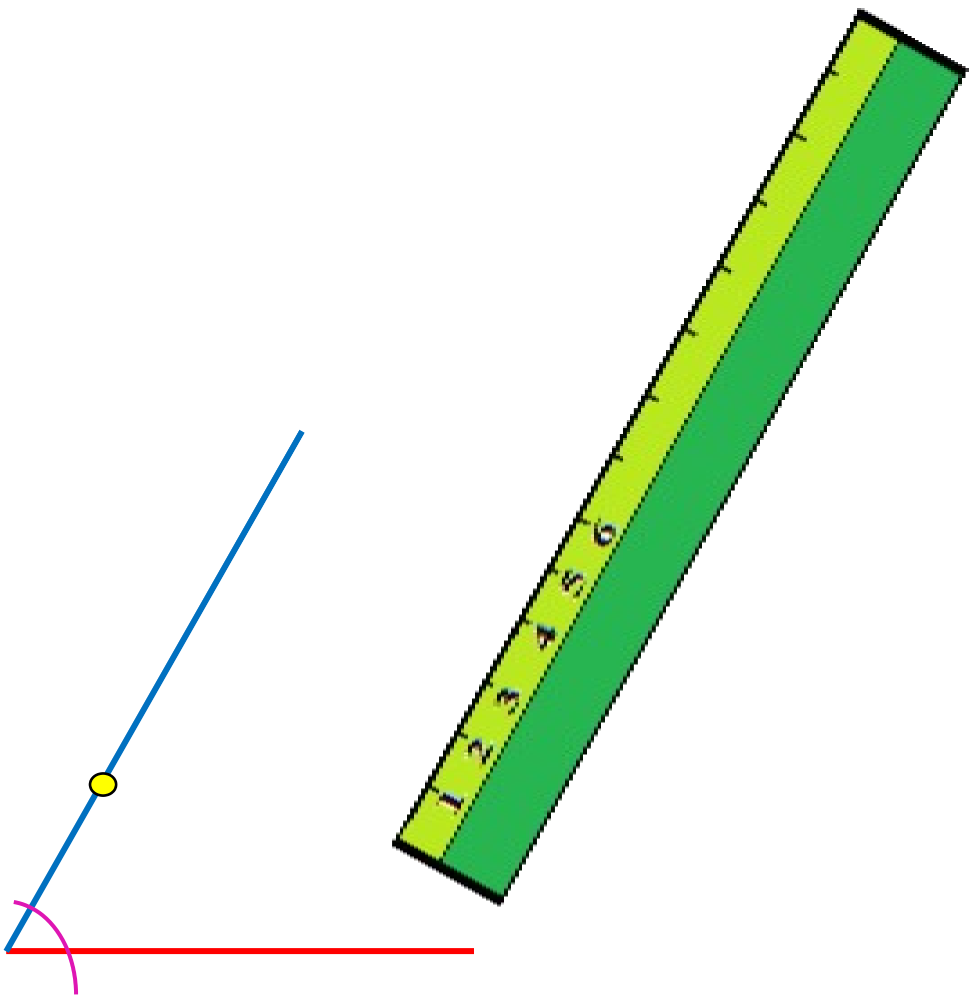
E *Lado EF= 5cm* **F**

2.2. Desde uno de los extremo se traza con el transportador el ángulo que conocemos.

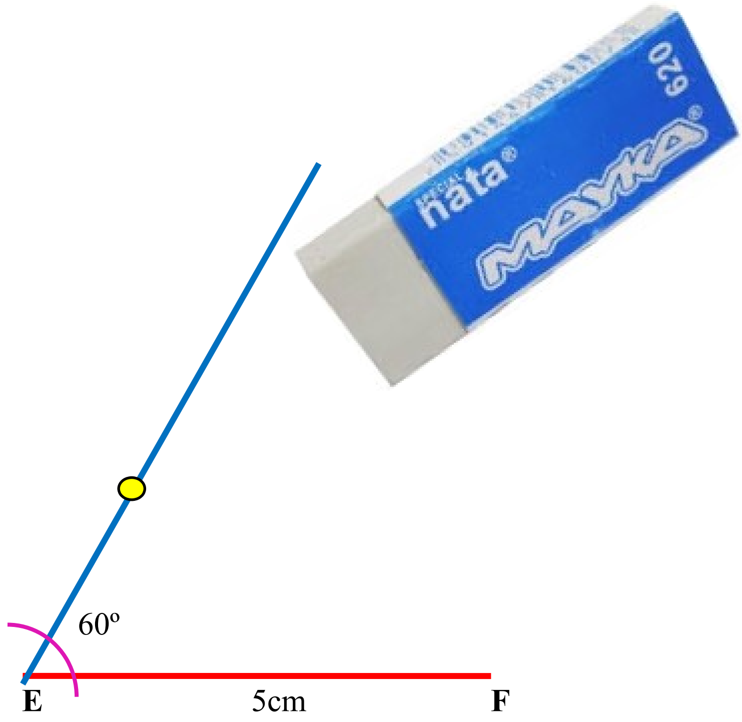


Utilizando como base nuestro segmento EF y haciendo centro en el punto E, trazamos un segmento para hacer <E = 60º

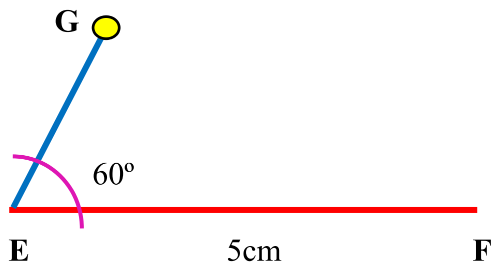
2.3. Una vez completado el <E = 60º, medimos nuestro nuevo segmento (Azul) con la regla para que este mida 3cm exactamente, si no mide 3 cm exactos simplemente completamos el segmento o si le sobra borramos el excedente.



Medimos el lado de nuestro ángulo y marcamos un punto justo donde mide 3cm.

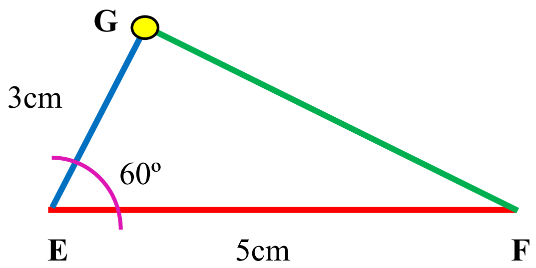


Borramos el excedente de nuestro segmento.



El punto que marcamos le llamamos G, de esta forma generamos otro lado de nuestro triangulo, el lado EF

2.4. Por último solo nos queda unir el punto F con el punto G. De esta forma completamos Δ *EFG.*



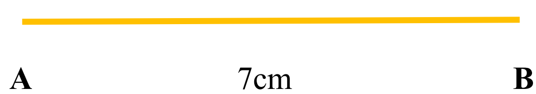
Unimos el vértice E con el vértice F, de esta forma tenemos nuestro lado FG y completamos el Δ EFG. Es Escaleno y Acutángulo.

Nota: Para saber si realizamos bien la tarea debemos medir los lados de nuestro triángulo con una regla y deberíamos de obtener las mismas medidas que nos dan al principio del ejercicio, además de eso debemos de tener el ángulo que teníamos como dato. Si no es así cometimos un error en el procedimiento.

3. **Conociendo dos ángulos y un lado.**

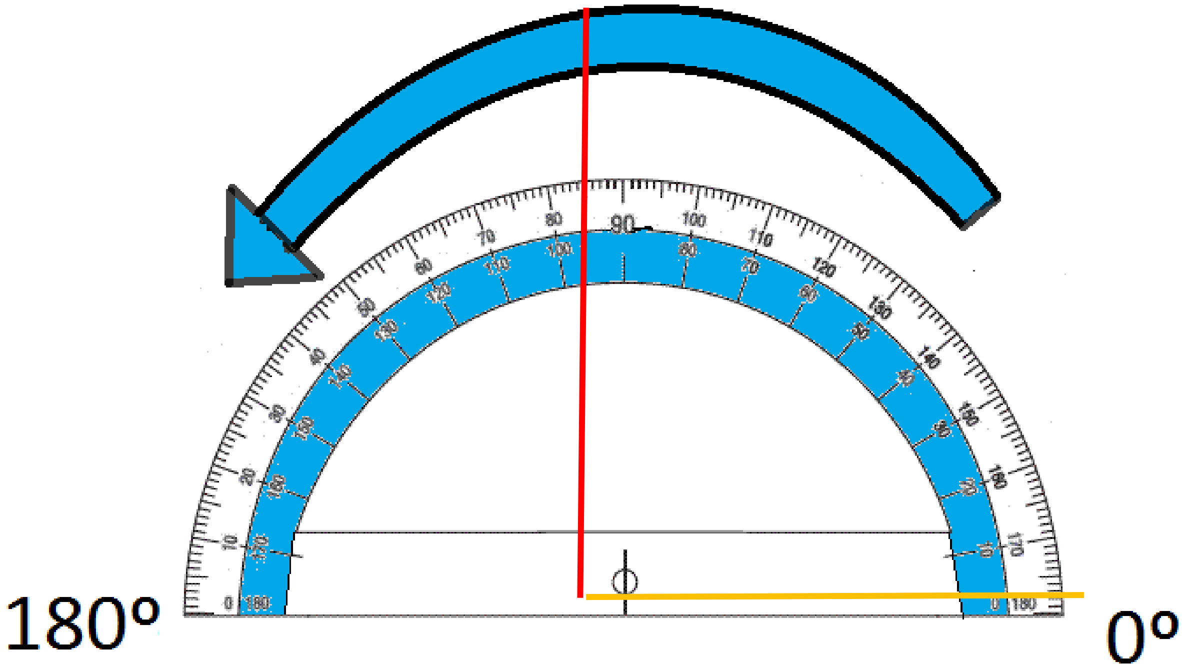
Dibuja en tu cuaderno el Δ ABC AB=7cm, <A=90º, <B=40º. En este ejercicio nos están dando como dato un solo lado del triángulo, el lado AB=7cm. Otro dato que tenemos es el de un ángulo con vértice A que tiene una abertura de 45º, también tenemos el ángulo con vértice B y abertura 50º.

3.1. Primero dibujamos el segmento que representa al lado AB.

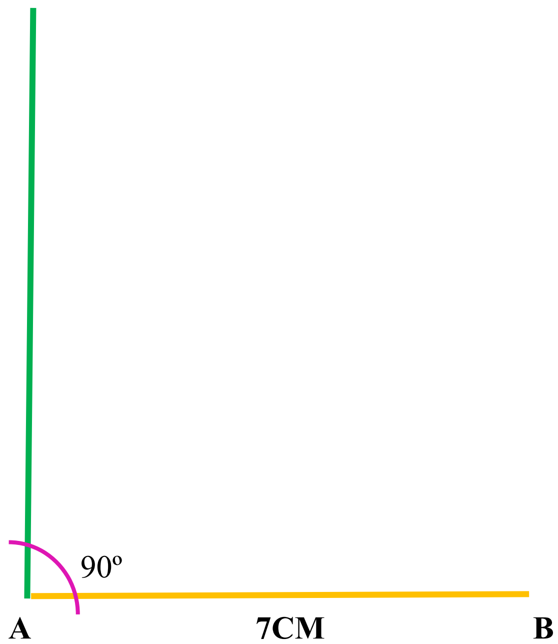


Segmento AB=7cm, base de nuestro triángulo.

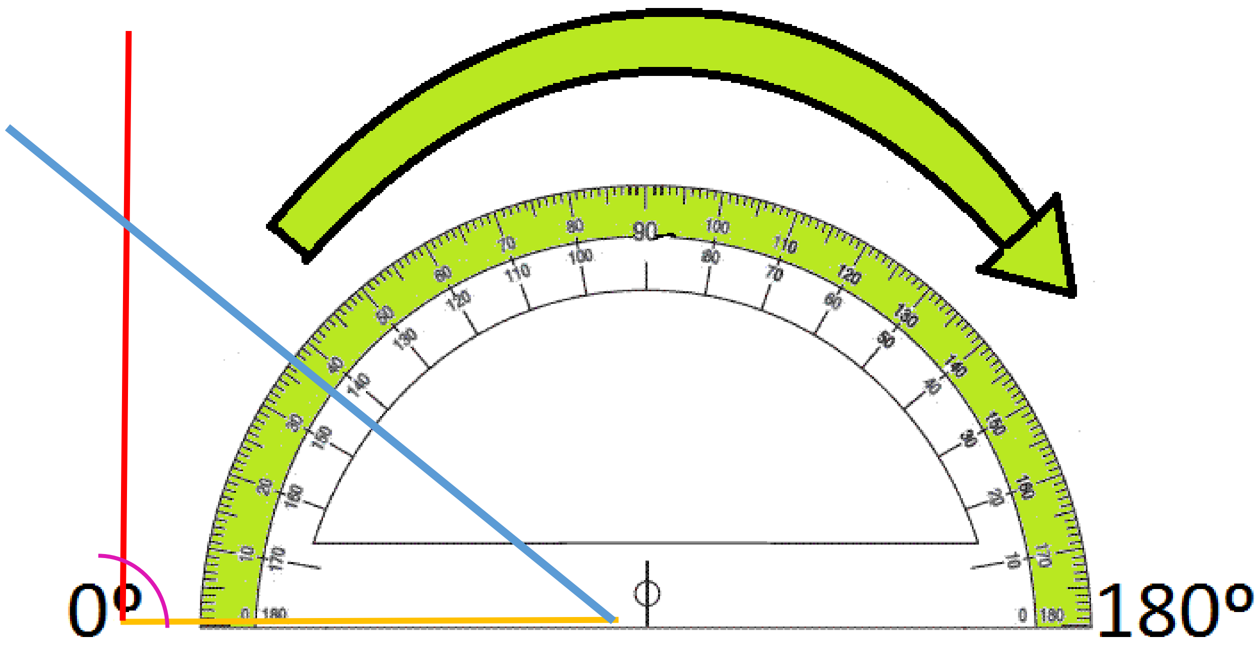
3.2. Desde sus extremos, que son dos vértices del triángulo, se trazan con el transportador los ángulos que conocemos < A y <B.



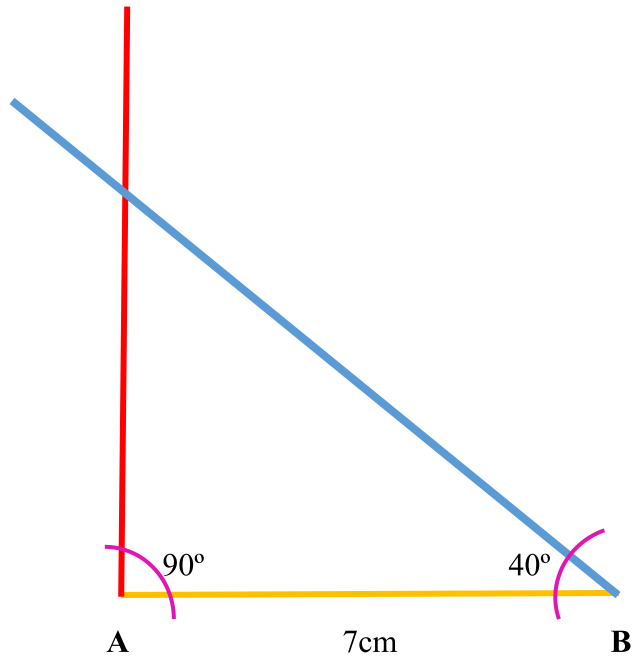
Tomando el transportador hacemos centro en A y hacemos el primer ángulo, <A=90º



De esta forma tenemos nuestro lado AB y el <A

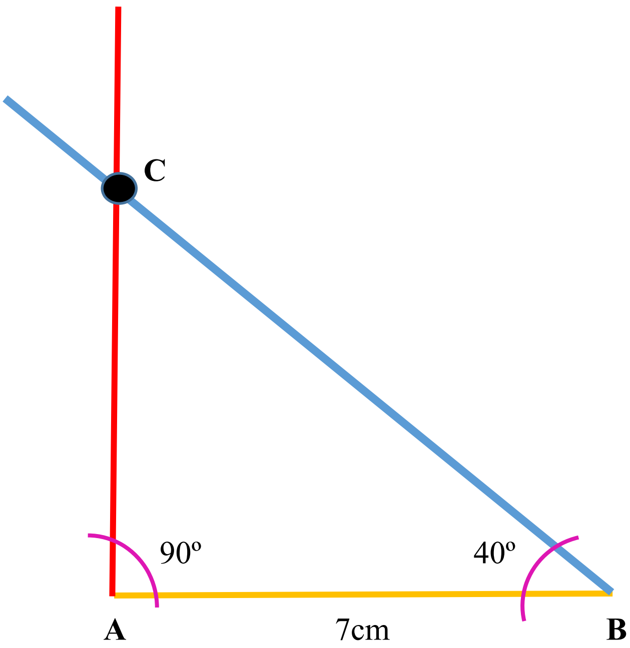


Tomando el transportador hacemos centro en B y hacemos el segundo ángulo, <B=40º

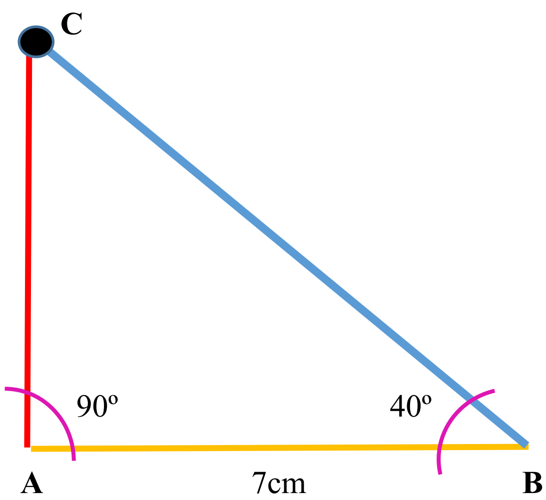


De esta forma tenemos nuestro lado AB, el <A y el <B

3.3. El punto de unión de los lados de los ángulos es el tercer vértice del triángulo, lo marcamos y luego



En el punto de corte de los lados de los ángulos que dibujamos, se forma un punto, ese punto lo llamamos punto C. De esta forma generamos el $\Delta\ ABC$ *solo queda eliminar los excedentes que nos quedaron.*



$\Delta\ ABC$

¿QUÉ ES LA ESTADÍSTICA?

La estadística es un área que estudia la matemática, y se ocupa de la obtención, orden y análisis de un conjunto de datos con el fin de obtener explicaciones y predicciones sobre fenómenos observados. El porcentaje es parte de la estadística y es la forma de expresar un número como una fracción que tiene como denominador el número 100, conocido también, como tanto por ciento.

Este símbolo (%) se lee como "por ciento" e indica, como hemos dicho, el número de partes en que la unidad, o cantidad de referencia, ha sido dividida. Es decir, el porcentaje (%) siempre aparece en una expresión que relaciona dos cantidades. Por ejemplo:

Supongamos que queremos saber el 30 % de 200 ¿Qué hacemos?

1- Multiplicar el número por el porcentaje.

200 x 30% = 6000.

2- Luego hay que dividir el resultado por 100.

6000/100 = 60.

3- Justificamos la respuesta

El 30% de 200 es 60

También se puede realizar el cálculo de porcentaje de otras dos maneras

1. 20%/100 x 200 = 60
2. 200 / 100 x 20% = 60

Querido estudiante, no importa cual utilices, lo importante es que trabajes con la que te sientas más cómodo.

Veamos Otro ejemplo:

En la U.E. Libertador Bolívar el 20% de sus estudiantes prefieren el fútbol sobre otros deportes, si se sabe que la población estudiantil es de 800 estudiantes. Diga ¿cuál es la cantidad exacta de estudiantes que les gusta el fútbol?

1- Multiplicar el número de estudiantes por el porcentaje. Ósea, multiplicar 800 por 20%.

800 x 20% = 16000.

2- Luego hay que dividir el resultado por 100.

16000/100=160.

3- Por ultimo justificamos nuestra respuesta:

160 estudiantes prefieren el futbol sobre otros deportes en la UE Libertador Bolívar.

Otra forma de calcular el porcentaje:

1- Dividimos el número de estudiantes entre 100:

800 /100 = 8

2- Multiplicamos el porcentaje por el resultado anterior:

8 x 20% = 160

3- Por ultimo justificamos nuestra respuesta:

160 estudiantes prefieren el futbol sobre otros deportes en la UE Libertador Bolívar.

Tercera forma de calcular el porcentaje:

1- Dividimos el porcentaje entre 100:

20%/100 = 0,2

2- Multiplicamos el resultado anterior por el precio del televisor:

0,2 x 800 = 160

3- Por ultimo justificamos nuestra respuesta:

160 estudiantes prefieren el futbol sobre otros deportes en la UE Libertador Bolívar.

Aumentos porcentuales

Para incrementar una cantidad en un porcentaje, primero calculamos lo que representa el porcentaje de esa cantidad y luego se lo sumamos a dicha cantidad.

Uno de los ejercicios más frecuentes que se utiliza para incrementar porcentualmente una cantidad, es cuando sumamos el Impuesto al Valor Agregado (IVA) a algún producto o servicio, ya que inicialmente el importe figura desagregado. En Venezuela el IVA para el consumidor es del 16%. Entonces, si queremos comprar un televisor en 400$ + IVA, hay que calcular cuánto es el 16 % de 400$ para saber el precio exacto.

1- Multiplicar el precio del televisor por el porcentaje. Ósea, multiplicar 400 por 16%.

$$400 \text{ x } 16\% = 6400.$$

2- Luego hay que dividir el resultado por 100.

$$6400/100 = 64.$$

3- Por ultimo justificamos nuestra respuesta:

El televisor cuesta 400$ + IVA, es decir 400$+ 64$ = 464$

Otras formas de calcular el porcentaje:

1. Dividimos el precio del televisor entre 100:

$$400/100 = 4$$

2. Multiplicamos el porcentaje por el resultado anterior:

4 x 16% = 64

3. Por ultimo justificamos nuestra respuesta:

El televisor cuesta 400$ + IVA, es decir 400$+ 64$ = 464$

Tercera forma de calcular el porcentaje:

1. Dividimos el porcentaje entre 100:

16%/100 = 0,16

2. Multiplicamos el resultado anterior por el precio del televisor:

0,16 x 400 = 64

3. Por ultimo justificamos nuestra respuesta:

El televisor cuesta 400$ + IVA, es decir 400$+ 64$ = 464$

Disminuciones porcentuales

Para disminuir una cantidad porcentualmente, calculamos lo que representa el porcentaje de dicha cantidad y luego se lo restamos a la cantidad. Uno de los ejercicios más frecuentes que se utiliza para explicar este tipo de casos es cuando vemos una oferta en alguna tienda. Ejemplo:

En una tienda del centro de Maturín, ofrecen un 20% menos en los precios de su mercancía, si en la tienda observamos una camiseta, con un coste de 10$ (ya con IVA), debemos calcular el 20% de 10$ para saber el total a pagar. Veamos:

1- Dividimos el precio de la camisa entre 100:

10/100 = 0,1

2- Multiplicamos el porcentaje por el resultado anterior:

0,1 x 20% = 2

3- Por ultimo justificamos nuestra respuesta:

La camisa cuesta 10$ - 20%, es decir 10$ - 2$ = 8$

Segunda forma para calcular el porcentaje

1- Dividimos el porcentaje entre 100:

20%/100 = 0,16

2- Multiplicamos el resultado anterior por el precio del televisor:

0,2 x 10 = 2

3- Por ultimo justificamos nuestra respuesta:

La camisa cuesta 10$ - 20% de descuento, es decir 10$ - 2$ = 8$

Tercera forma de calcular el porcentaje:

1. Multiplicar el precio de la camisa por el porcentaje.

10 x 20% = 200.

2. Luego hay que dividir el resultado por 100.

200/100= 2.

3. Por ultimo justificamos nuestra respuesta:

La camisa cuesta 10$ - 20% de descuento, es decir 10$ - 2$ = 8$

Actividades de Evaluación

1. Resuelve las siguientes operaciones en Z
   1.1. (+3) - (-8)=
   1.2. (+3) + (+8)=
   1.3. (-7) - (+12)=
   1.4. (+15) - (+17)=
   1.5. (-6) - (-22)=
   1.6. (+8) · (+3) =
   1.7. (-3) · (-2) =
   1.8. (+4) · (-1) =
   1.9. (-2) · (+4) =
   1.10. 4 ÷ (-2) =
   1.11. 10 ÷ (-2) =
   1.12. (-8) ÷ 4 =
   1.13. 24 ÷ (-4) =

2. Verdadero o Falso:
   2.1. ¿Todo número entero es un número natural?
   2.2. ¿Los números racionales incluyen a los números naturales?
   2.3. ¿Los números naturales están contenidos dentro de los números enteros?
   2.4. ¿Los números enteros contienen a los números naturales?

3. Marca con una “x” los conjuntos a los que pertenece cada número dados en el siguiente cuadro:

	Natural	Entero	Racional
-64			
5/4			
25			
-3			
-1			
4			
-6/8			
-3		x	x

EJEMPLO→

En el ejemplo mostrado se indicó los conjuntos a los que pertenece el -3, como bien sabemos no puede ser natural porque es un numero negativo.

4. Ordena los siguientes números de mayor a menor:

A= {30, 10/100 , 0, -12, -36/6, 20}

B= {-5, 10/2, -36, 0, 7, 4/6, -2}

C= {-7/8, 2, -9, 1, 7, 0, -4}

5. Resuelve las siguientes operaciones:

5.1. $\frac{6}{7}-\frac{4}{7}=$

5.2. $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$

5.3. $\frac{7}{8}-\frac{5}{12}$

5.4. $\frac{7}{10}-\frac{3}{4}=$

5.5. $\frac{5}{6}+\frac{3}{20}=$

5.6. $\frac{1}{5}-\frac{2}{3}$

5.7. $\frac{1}{10}\div\frac{2}{16}$

5.8. $\frac{10}{3}\cdot\frac{-4}{9}$

5.9. $1\cdot\frac{3}{5}$

5.10. $\frac{1}{2} \div \frac{2}{3}$

5.11. $\frac{7}{4} - \left(\frac{5}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}\right)$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones

6.1. $5 - 2(1 - x) = 2x - 3$
6.2. $2(3x - 2) = 2$
6.3. $2(1 + 2x) = 10$
6.4. $3 + 3x - 1 = x + 2 + 2x$
6.5. $2x - 1 = 5x + 8$

7. Realiza la comprobación de cada una de las ecuaciones anteriores.

8. Indique cual es la respuesta correcta en cada una de las siguientes:

- Un ángulo obtuso...

- Es aquel que mide 90º
- Es aquel que mide mayor que cero y menor a 90º
- Es aquel que mide mayor a 90º y menor a 180º

- Un ángulo recto…

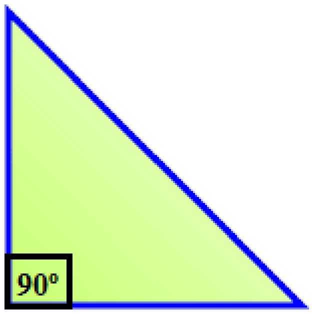
  - Es aquel que mide 90º
  - Es aquel que mide mayor que cero y menor a 90º
  - Es aquel que mide mayor a 90º y menor a 1

- ✓ Un ángulo agudo…
  - Es aquel que mide 90º
  - Es aquel que mide mayor que cero y menor a 90º
  - Es aquel que mide mayor a 90º y menor a 180º

- ✓ Dos ángulos son complementarios…
  - Si las sumas de sus medidas es 180º exactamente
  - Si las sumas de sus medidas es 90º exactamente

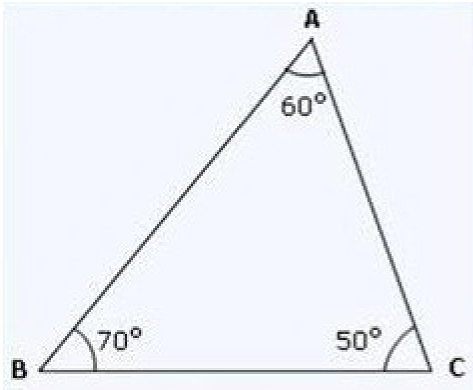
- ✓ Dos ángulos son suplementarios…
  - Si las sumas de sus medidas es 90º exactamente
  - Si las sumas de sus medidas es 180º exactamente

- ✓ El triángulo siguiente es:



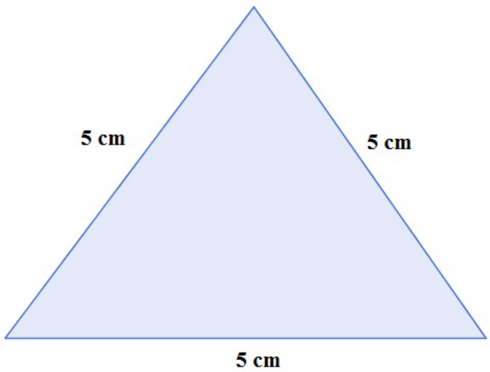
- Acutángulo.
- Rectángulo.
- Obtusángulo.

✓ El triángulo siguiente es:



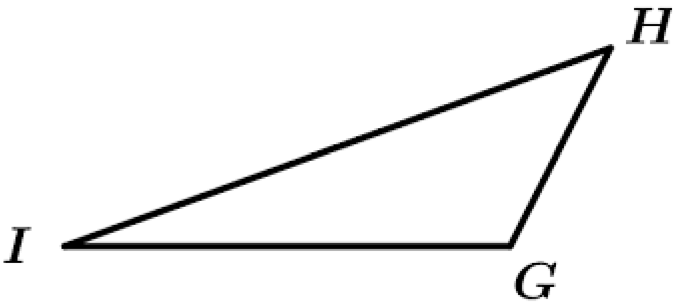
- Acutángulo.
- Rectángulo.
- Obtusángulo

✓ El triángulo siguiente es:



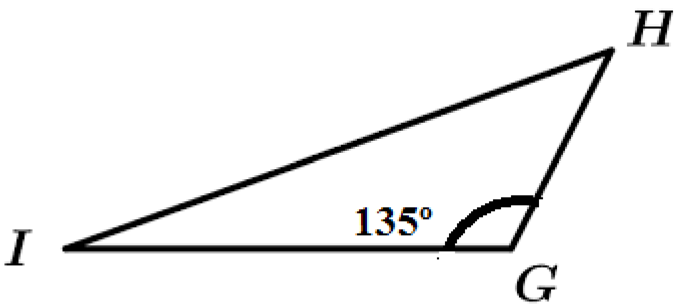
a. Isósceles
b. Equilátero
c. Escaleno

✓ El triángulo siguiente es:



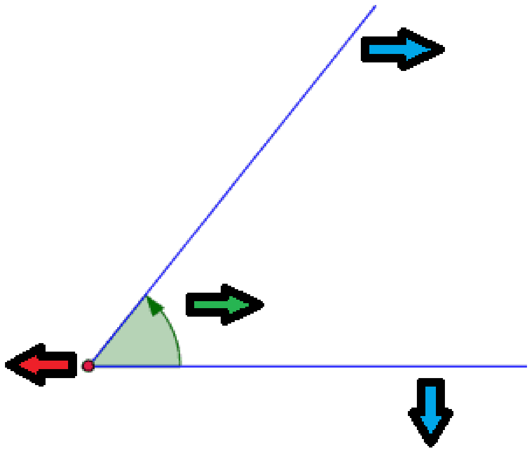
- Isósceles
- Equilátero
- Escaleno

✓ El triángulo siguiente es:

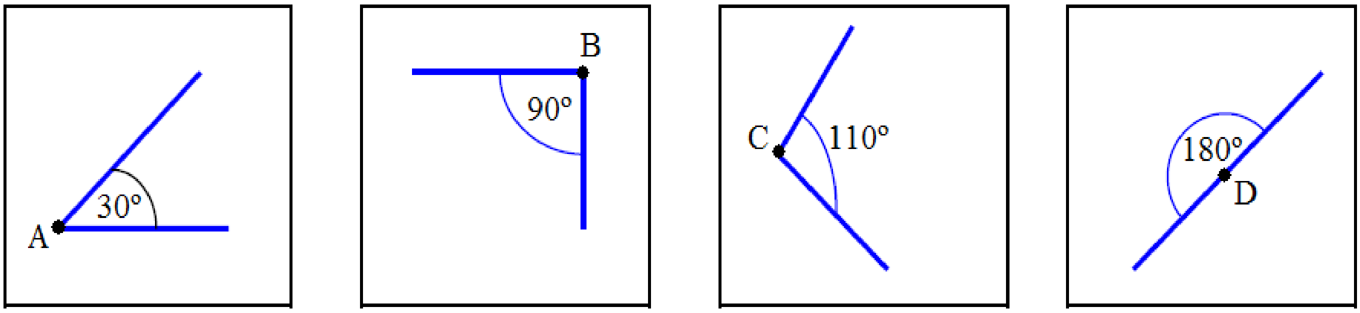


- Acutángulo.
- Rectángulo.
- Obtusángulo.

9. Señala las partes del siguiente ángulo:



10. Observe los siguientes ángulos y diga qué tipo de ángulo son según sus medidas:



11. Dibuje un ángulo para cada una de las siguientes medidas y diga qué tipo de ángulo es:

    11.1. m ∢ A=45º

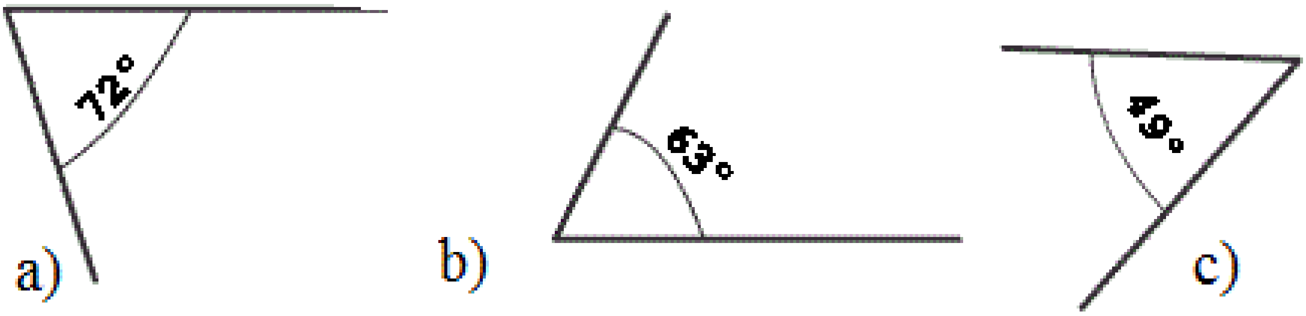
    11.2. m ∢ A=90º

    11.3. m ∢ A=85º

    11.4. m ∢ A=125º

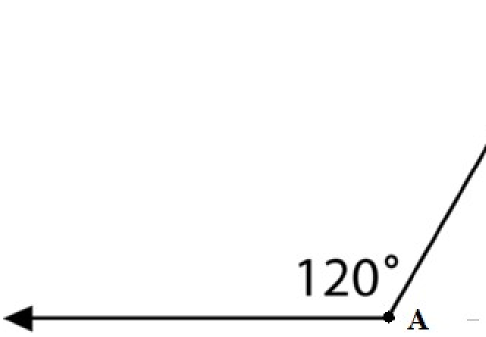
    11.5. m ∢ A=180º

12. Diga cuál es el ángulo complementario de cada uno de los ángulos dados:

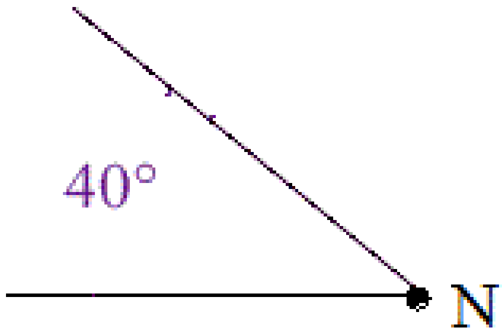


13. Indica cual es el ángulo suplementario de cada uno de los siguientes:

A)



B)



14. Construye diferentes triángulos según las siguientes condiciones dadas a continuación:

    14.1. Triangulo Δ ABC, donde el lado AB= 3 cm, el ángulo <A = 135º y el lado AC= 6cm

    14.2. Triangulo Δ EFG, donde el lado EF = 5 cm, el lado FG = 5 cm y el lado EG= 5 cm

    14.3. Triangulo Δ MNO, donde el ángulo < M= 60º, el lado MN=7 cm y el ángulo <N=60º

    14.4. Triangulo Δ *PQR*, donde el lado PQ = 3 cm, el ángulo <*P*= 90º y el lado PR = 3 cm

    14.5. Triangulo Δ HJK, donde el lado HJ = 4 cm, el lado JK = 8 cm y el lado HK = 10 cm

    14.6. Triangulo Δ XYZ, donde el ángulo <*X*= 35º, el lado XY = 3 cm y el ángulo <Y=25º

    14.7. Triangulo Δ LWT, donde el lado LW= 3 cm, el ángulo <L = 45º y el lado LT= 4 cm

    14.8. Triangulo Δ SND, donde el lado SN = 7 cm, el lado DS= 4 cm y el lado NS= 7 cm

15. Resuelva los siguientes ejercicios utilizando los tres métodos anteriores:

    15.1. Si la renta de un servicio es de $3966 + IVA, ¿Cuál será el precio final?

15.2. Al adquirir una camisa cuyo precio es de 8$, nos hacen un descuento del 7.5%. ¿Cuánto hay que pagar por el vehículo?

15.3. Se vende un artículo con una ganancia del 30% sobre el precio de costo. Si originalmente se ha comprado en 60$. Halla el precio de venta.

15.4. En mi clase somos 30, el 40% chicos y el 60% chicas. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en mi clase?

16. Resuelve los siguientes ejercicios utilizando el método de tu preferencia:

16.1. En una caja hay cuatro docenas de huevos, de los que el 25% son huevos criollos. ¿Cuántos huevos criollos hay y cuantos son de otro tipo?

16.2. En un hotel de Maturín están alojadas 325 personas. De ellas, 39 son italianas, 117 francesas, 78 son alemanas y el resto rusas. Calcula el % que representa cada grupo sobre el total.

16.3. Una máquina fabrica al día 500 piezas de las que 30 presentan algún defecto y se desechan. ¿Qué porcentaje de piezas defectuosas fabrica la máquina?

16.4. En una granja se producen 17800kg de queso por mes durante los 6 primeros meses del año, dicha producción baja 12% los siguientes tres meses y 23% los últimos tres meses del año. ¿Qué cantidad de kg de queso produce dicha fábrica durante todo el año?

16.5. Usted quiere comprar un televisor y consigue uno en 80$ sin IVA, otro en 100 con IVA, y otro en 120 con 20% de descuento ¿Con cual oferta se queda usted?

16.6. En el primer tiempo de un partido de futbol entre el Monagas SC y el Aragua FC, ambos equipos lograron un total 140 pases completados, se sabe que el Monagas SC hizo 50 pases y el Aragua FC 90 pases. ¿Calcula cuanto fue la posesión de balón de cada equipo?

Cada pregunta tiene un valor de 1,25 pts