



*Educación Media General*



Ministerio  
del Poder Popular  
para la **Educación**  
Inclusión y Calidad



Miércoles 21 de octubre 2020

Docente: Jorge Ostos.

2do Año “A y B”

### Área de formación: Matemática



Ciencia tecnología e innovación.



Matemática Electoral



Funciones



La presente guía está realizada por mi persona con mucho cariño y dedicación, espero puedan aprovecharla al máximo y de la mejor manera.

Las funciones es un tema muy fundamental en la enseñanza de la matemática porque son y han sido muy importantes para el desarrollo del mundo como hoy lo conocemos.

El álgebra es una de las áreas de la matemática más importantes y tiene su origen en el término al-jabr, que aparece por primera vez en la obra de Al-juarismi (825): Kitab al-Jabr wa-l-Muqabala (El compendio sobre cálculo por resolución e igualación). Trabajar en álgebra consiste en manejar estructuras y relaciones entre elementos.



*Educación Media General*



Ministerio  
del Poder Popular  
para la Educación  
Inclusión y Calidad



Uno de los temas más fundamentales en el álgebra son las funciones, antes de comenzar a tratar el tema debemos conocer una terminología básica, veamos:

- **Conjuntos:** se le llama conjunto a una colección de objetos. Se dice que estos objetos están dentro del conjunto y se llaman elementos. Recordando el año escolar pasado, podemos traer de ejemplo el Conjunto de los números enteros  $Z = \{-\infty \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots +\infty\}$ , donde todos los números representan sus elementos y el conjunto la agrupación de los mismos.

- **Par:** es un conjunto formado por dos elementos.

- **Orden:** clasificación de unos elementos.

- **Par Ordenado:** es un conjunto formado por dos elementos y están en un orden. Se representan en paréntesis y separados por una coma. Ejemplo: (1,2).

Los pares ordenados (1, 2) y (2, 1) son distintos a pesar de tener los mismos elementos, ya que el orden es distinto. En un par ordenado los elementos se llaman componentes o coordenadas, el primer elemento “1” es el primer componente del par ordenado (1, 2) y “2” es la segunda componente.

**¿Cuál es el primer y segunda componente del par (5,6)?**

**Respuesta:** La primera es 5 y la segunda es 6

Ahora sea  $A = \{1, 2, 3\}$  y  $B = \{4, 5\}$  ¿cuántos pares ordenados podemos formar en una relación entre los elementos del conjunto A y los elementos del conjunto B?

**Veamos:**

El par ordenado (1, 4) es uno de ellos, ya que la primera componente “1” está el primer conjunto y “4” está en el segundo conjunto. Los otros pares son (1,5), (2,4), (2,5), (3,4) y (3,5).

¿Puede ser (4, 3) cuya primera componente pertenece al segundo conjunto y la segunda componente al primer conjunto?

No, porque la relación definida es entre A y B, donde todas las primeras componentes de los pares formados, deben pertenecer al conjunto A y todas las segundas componentes al conjunto B. Esto solo pudiera ser posible, si se define una relación de B y A, donde las primeras componentes de los pares ordenados pertenecen al conjunto B y las segundas componentes al A respectivamente.

- **Diagrama Sagital:** es un gráfico para representar relaciones entre dos conjuntos, básicamente consiste en un par de óvalos que relacionan los elementos de un conjunto y otro mediante flechas.



*Educación Media General*



Ministerio  
del Poder Popular  
para la **Educación**  
Inclusión y Calidad



- **Relación:** es la conexión entre una cosa u otra. Las relaciones amorosas, tienden a estar formada por dos personas, esas dos personas tienen cosas en común, y eso es lo que relaciona una persona con la otra.

- **Relación de Conjuntos:** en matemática, cuando hablamos de conjuntos, podemos decir si ellos están relacionados o quizás no. Una relación puede “equis” puede expresarse en pares ordenados o usando un diagrama sagital, veamos:

Supongamos que tenemos algunos de los estados de Venezuela y sus capitales, nos piden que establezcamos su relación en un diagrama sagital o en un par ordenado:

#### **Estados:**

- Monagas
- Aragua
- Carabobo
- Bolívar

#### **Capitales:**

- Ciudad Bolívar
- Maracay
- Valencia
- Maturín

Si vamos al ámbito de teorías de conjuntos, podemos formar dos conjuntos con los datos que tenemos, así:

El primer conjunto estaría definido por Estados y sus elementos serian: “Monagas, Bolívar, Aragua Y Carabobo”.

El segundo conjunto estaría dado por Ciudades y sus elementos serian: “Maturín, Ciudad Bolívar, Maracay Y Valencia”. De esta forma hemos creado dos conjuntos diferentes con los elementos que teníamos.

Para crear su diagrama sagital, haremos lo siguiente:



*Educación Media General*

1. Hacer dos columnas, en una colocaremos los estados y en la otra las capitales.

Estados:

Bolívar  
Aragua  
Monagas  
Carabobo

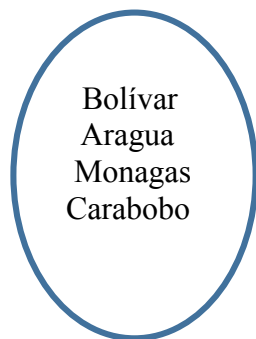
Ciudades:

Cdad. Bolívar  
Maracay  
Maturín  
Valencia

*En la columna de la izquierda colocamos los estados y en la derecha las ciudades.*

2. Una vez que tenemos las columnas escritas, procedemos a encerrar en un ovalo cada una por separado, es decir, encerramos en un ovalo la primera columna y en un ovalo distinto la segunda columna que escribimos, sin tomar las palabras “Estados” y “Ciudades” respectivamente, vemos:

ESTADOS

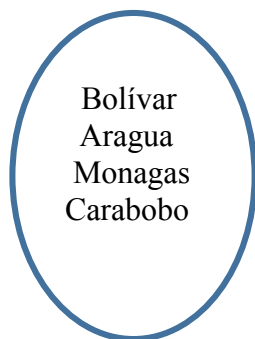


CIUDADES

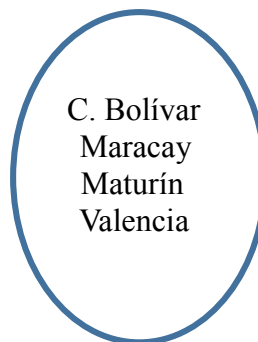
C. Bolívar  
Maracay  
Maturín  
Valencia

*Encerramos en un ovalo las palabras de la primera columna sin tomar la palabra “Estados”, de esta forma tenemos el primer conjunto formado y sus elementos son los que están dentro él (Cuatro elementos).*

## ESTADOS

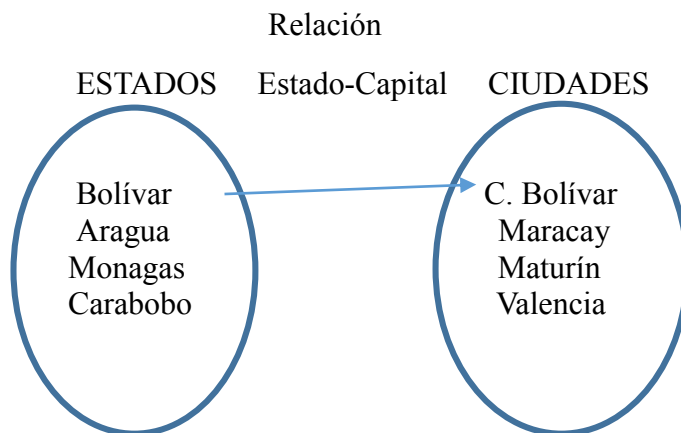


## CIUDADES



*Encerramos en un ovalo las palabras de la primera columna sin tomar la palabra “Ciudades”, de esta forma creamos el segundo conjunto y sus elementos son los que están dentro de él (cuatro elementos)*

3. Casi ya hemos culminado nuestro diagrama, lo único que falta es, establecer las relaciones correspondientes.



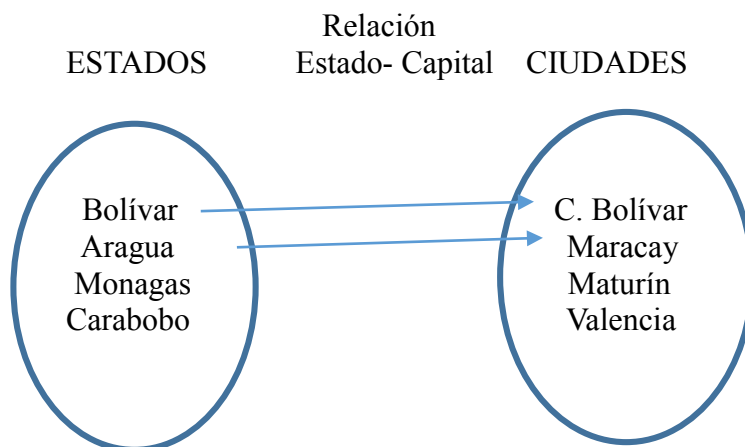
*Establecemos la relación con una flecha entre el estado bolívar con su ciudad bolívar.*



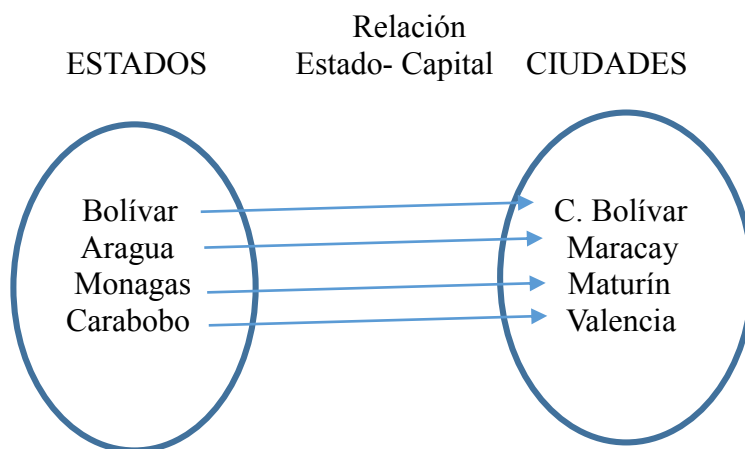
Educación Media General



Ministerio  
del Poder Popular  
para la Educación  
Inclusión y Calidad



*Establecemos la relación con una flecha entre el estado Aragua con su ciudad Maracay. Siempre partiendo del conjunto de la izquierda hacia el de la derecha.*



*Completamos el diagrama estableciendo las conexiones faltantes, de esta forma están establecidas todas las relaciones. Normalmente cuando hablamos de relaciones de conjunto, al conjunto de la izquierda se le llama conjunto de partida y el otro conjunto le llama conjunto de llegada.*

Otra forma de establecer una relación de entre un conjunto y otro es haciendo pares ordenados, para su demostración continuaremos con el ejemplo anterior Estados-Ciudades, veamos:

1. Debemos de organizar nuestros datos, para ello lo haremos de esta forma:

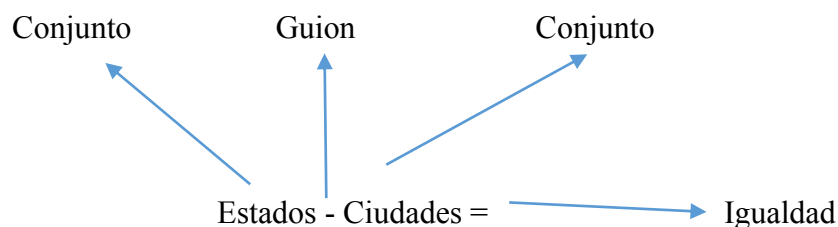
$$\begin{array}{ccc} \text{Estados} & = & \{\text{Bolívar, Monagas, Aragua, Carabobo}\} \\ \text{Conjunto} & & \text{Elementos del conjunto} \end{array}$$

*Nótese que la diferencia de este método con el anterior es muy clara, en este caso no haremos ningún esquema, solo basta con encerrar los elementos del conjunto en “llaves” y separarlos con comas*

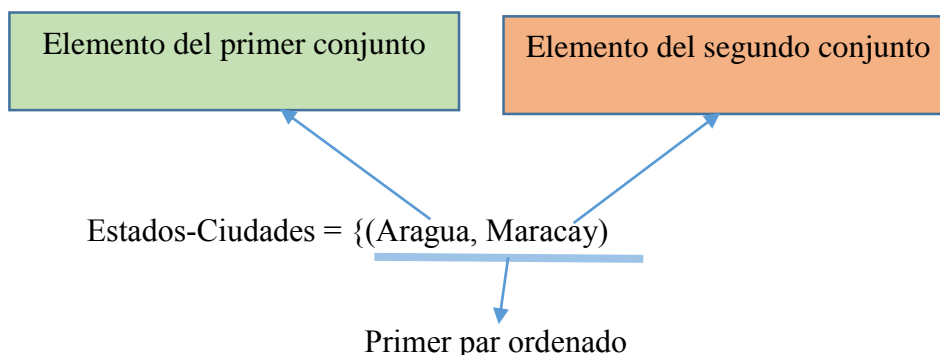
$$\begin{array}{ccc} \text{Ciudades} & = & \{\text{Ciudad Bolívar, Maturín, Maracay, Valencia}\} \\ \text{Conjunto} & & \text{Elementos del conjunto} \end{array}$$

*Encerramos nuestros elementos del conjunto en “llaves” y separados por comas*

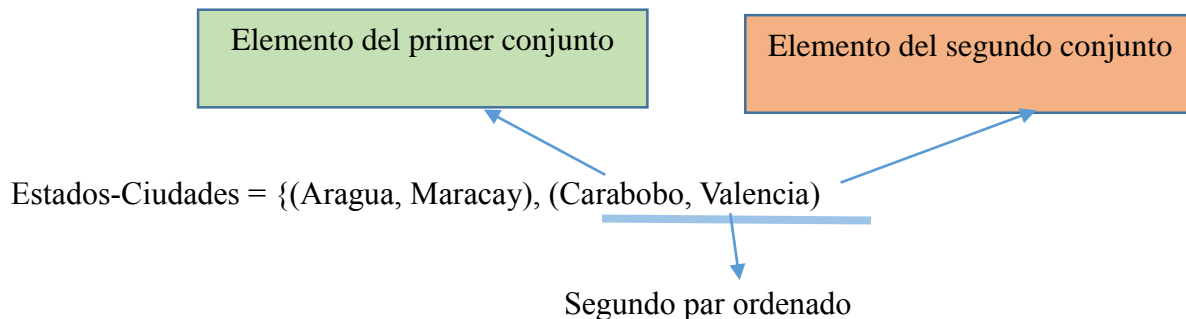
2. Establecemos las relaciones, vamos a escribir nuestros conjunto de esta forma:



*Escribimos nuestros conjuntos separados por un guion e igualados*



*Establecimos nuestra primera correspondencia como un par ordenado, es decir, encerramos en paréntesis un elemento del primer conjunto y un elemento del segundo conjunto.*



*Colocamos nuestro segundo par ordenado el cual sigue la misma secuencia estados y su ciudad, primero el elemento del primer conjunto y luego el elemento del segundo conjunto.*

Estados- Ciudades= {(Aragua, Maracay), (Carabobo, Valencia), Monagas, Maturín)  
(Bolívar, Ciudad Bolívar)}

*De esta forma hemos hecho todos nuestros pares ordenados restantes, al final cerramos llaves como muestra de que ya no hay más elementos y relaciones*



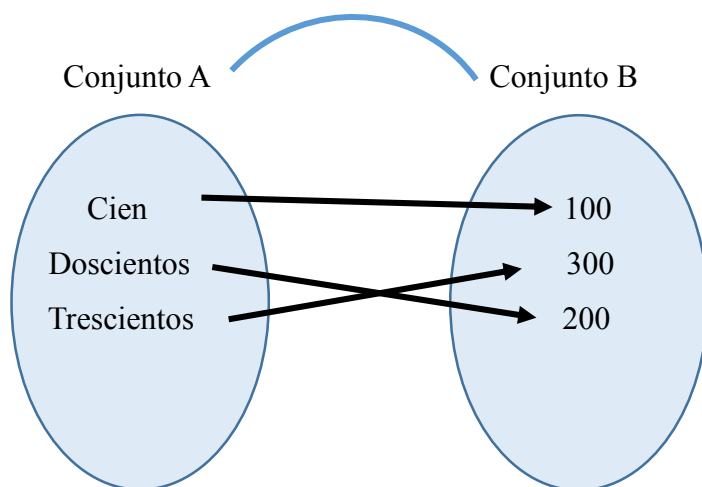
## Funciones

Una función es una relación entre conjuntos que debe cumplir dos condiciones, es importante entender aquí que deben cumplirse las dos condiciones al mismo tiempo, ya que si estas no se cumplen entonces no tendremos una función. Veamos las condiciones para que una función sea función:

- Todos los elementos del conjunto de partida deben estar relacionados.
- Cada elemento del conjunto de partida debe estar relacionado con un solo elemento del conjunto de llegada. Veamos ejemplos:

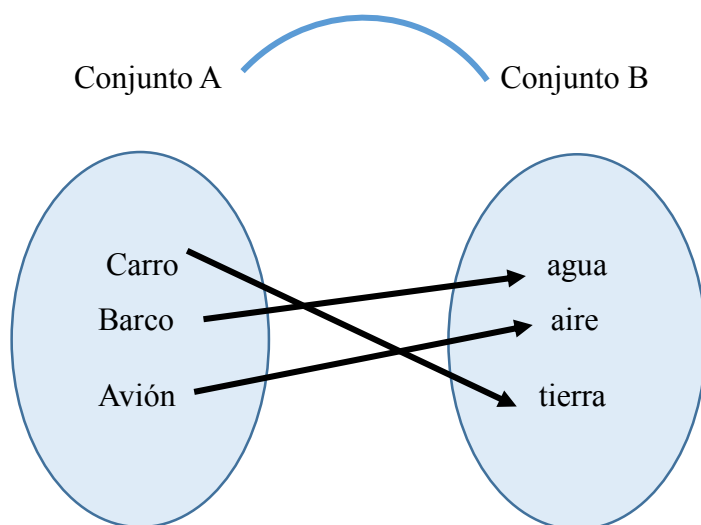
### Relación

#### Cantidad y Número



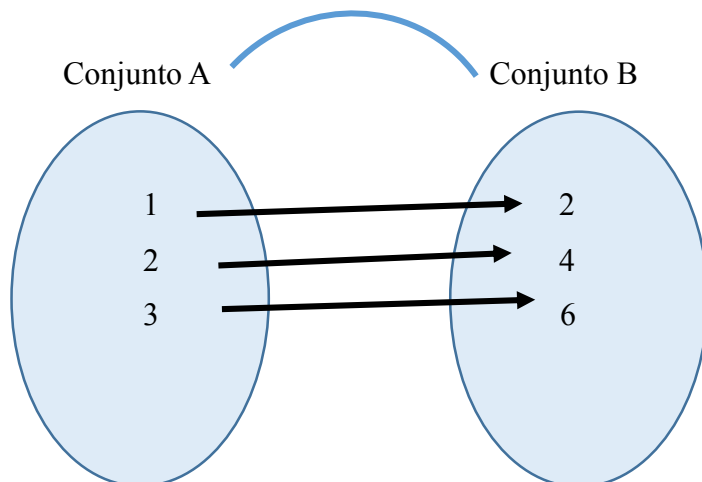
*Representación grafica de la función*

### Transporte y Vía



*Esta forma de representar funciones es de manera gráfica.*

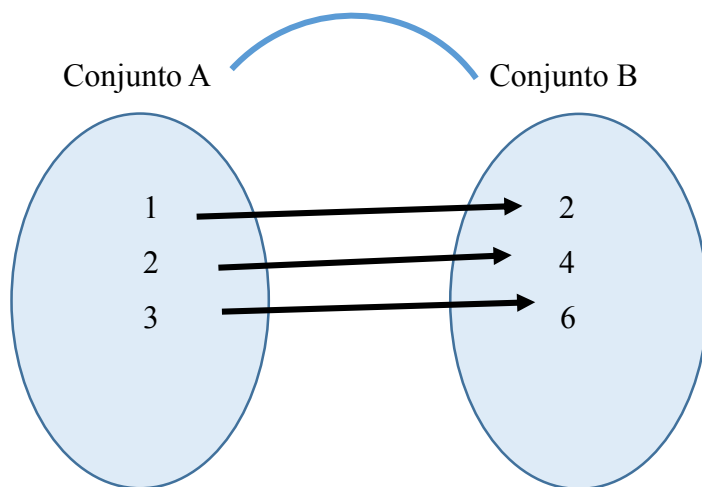
### Número y su doble



### *Representación gráfica de la función*

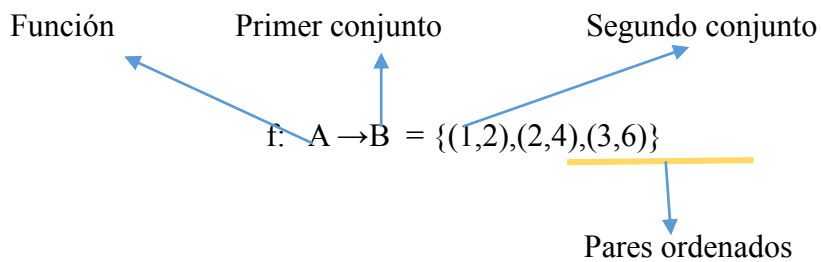
Apoyándonos en los diagramas anteriores, podemos expresar una función en pares ordenados, veamos:

#### **Número y su doble**



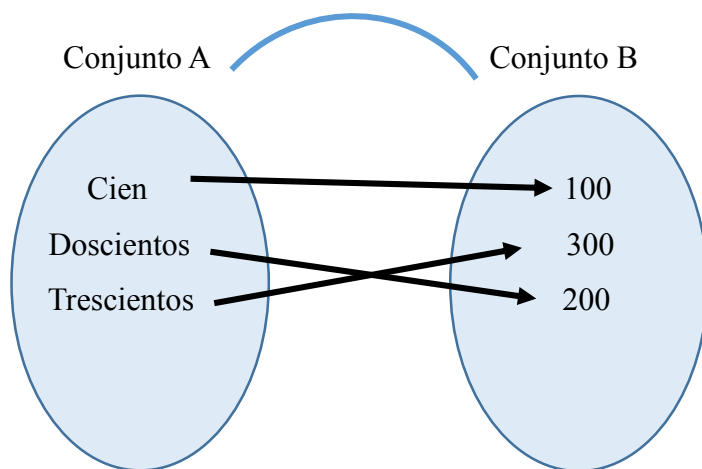
Para representar esta función en pares ordenados la función lo haremos así:

$$f: A \rightarrow B = \{(1,2), (2,4), (3,6)\}$$



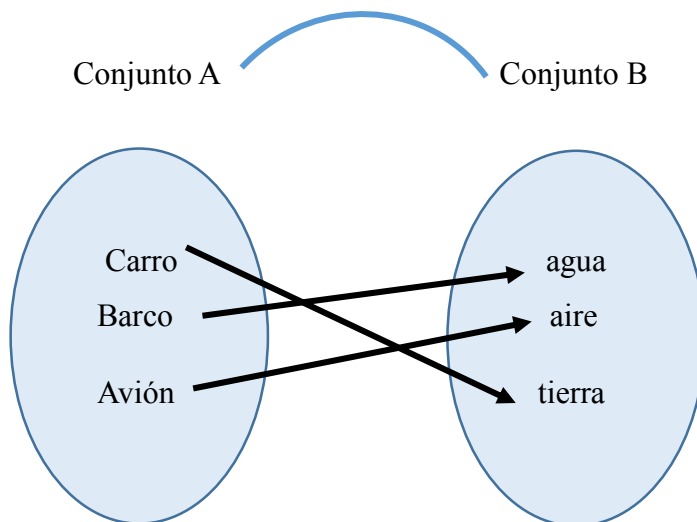
$$f: A \rightarrow B = \{(1,2), (2,4), (3,6)\}$$

*Esta forma de representar una función se le conoce como representación algebraica de una función.*



$f: A \rightarrow B = \{(Cien, 100), (Doscientos, 200), (Trescientos, 300)\}$   
*Representación algebraica de la función.*

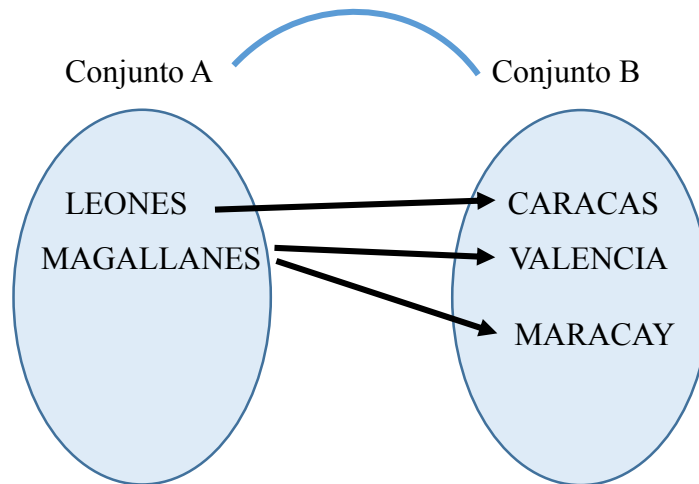
### Transporte y Vía



$f: A \rightarrow B = \{(Carro, Tierra), (Avión, Aire), (Barco, Agua)\}$

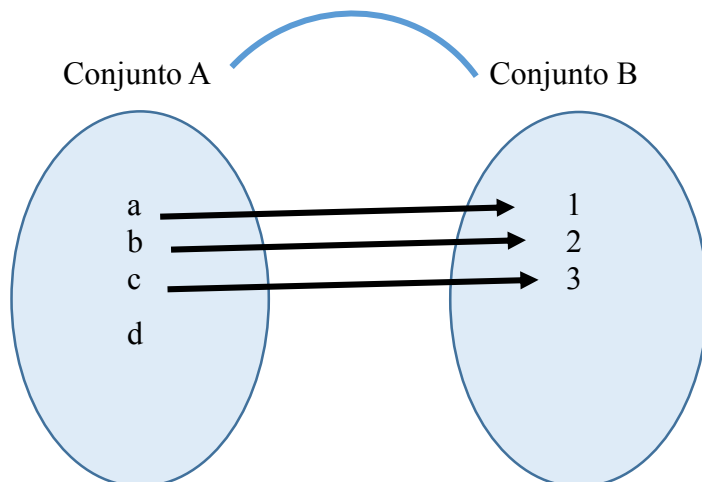
### Ejemplos de relaciones que no son funciones:

#### Equipos deportivos y sedes



*No es función porque no cumple con la 2da condición que establecimos, existe un elemento del conjunto de partida que tiene relación con dos elementos del conjunto de llegada. En otras palabras un elemento del primer conjunto no puede tener dos o más relaciones con el conjunto de llegada.*

### Letras y números

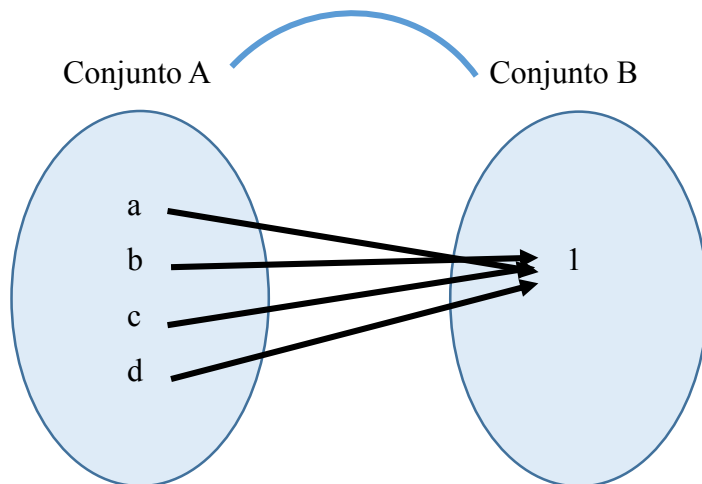


*No es función ya que no cumple con la primera condición establecida, existe un elemento del conjunto de partida que no está relacionado con nadie. En otras palabras, todos los elementos del conjunto de partida deben tener relación con el conjunto de llegada, no puede faltar ninguno.*

**Nota:** cuando una relación no es función, simplemente lo indicamos como lo hicimos en esta guía.

¿Querido estudiante será esta relación una función?

### Letras y números



La respuesta es sí, al momento de saber si una relación es función, debes repasar las condiciones, como puedes observar cumple con la primera condición, ya que todos los elementos del conjunto de partida tienen relación con el conjunto de llegada. También cumple con la segunda condición, ningún elemento del conjunto de partida está relacionado con dos o más elementos del conjunto de llegada.

## Dominio de una Función:

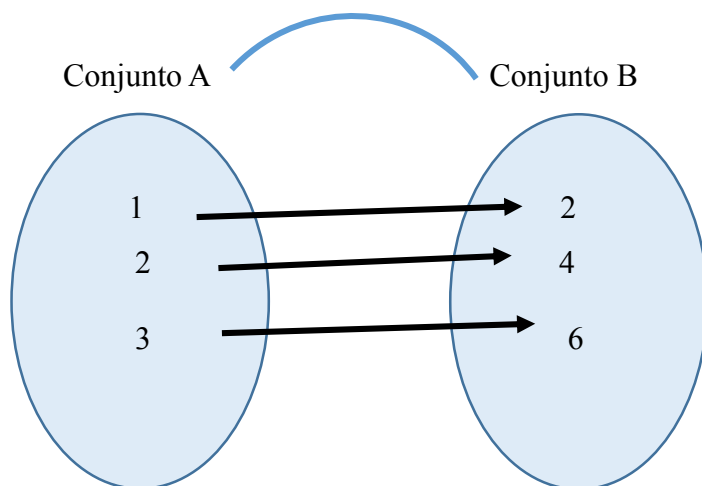
Es un conjunto formado por todos los elementos del conjunto de partida, también denominados contraímagenes y suele denotarse “Dom  $f$ ”, lo cual en palabras se lee “dominio de la función”

## Rango de una Función:

Es un conjunto de todos los elementos del conjunto de llegada que están relacionados con el de partida, también conocidos como imágenes. Si existe un elemento o más que no estén relacionados con el conjunto de partida, entonces no debemos incluirlos en el rango.

El rango suele denotarse “Rg  $f$ ”, lo que en palabras se lee como “rango de la función”.

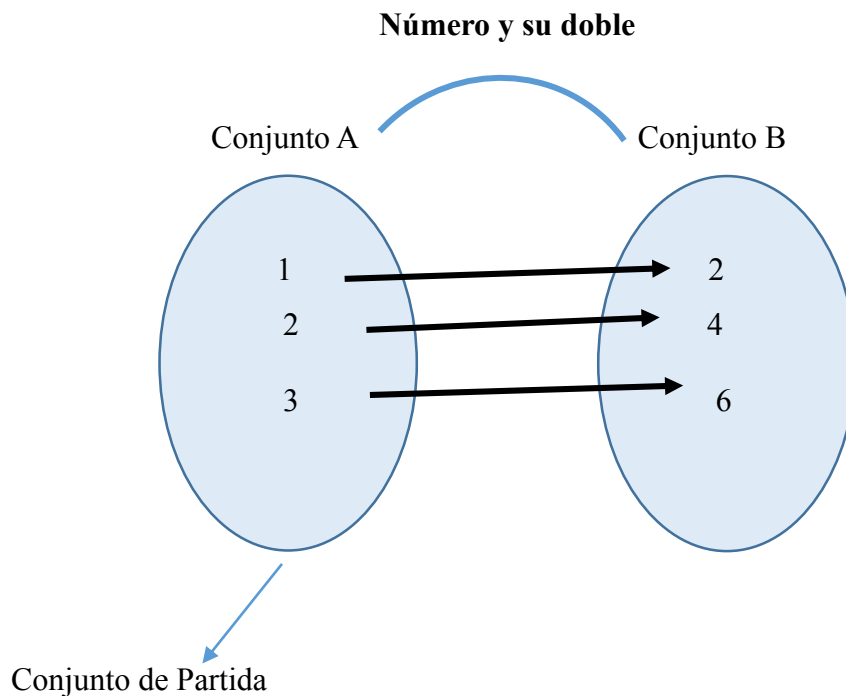
### Número y su doble



Para representar esta función en pares ordenados la función lo haremos así:

$$f: A \rightarrow B = \{(1,2), (2,4), (3,6)\}$$

El dominio de esta función como ya lo dijimos anteriormente serían todos los elementos del conjunto de partida, veamos:



Dom  $f =$

*Escribimos simbólicamente dominio de la función como se dijo anteriormente e igualamos*

Elementos del conjunto de partida

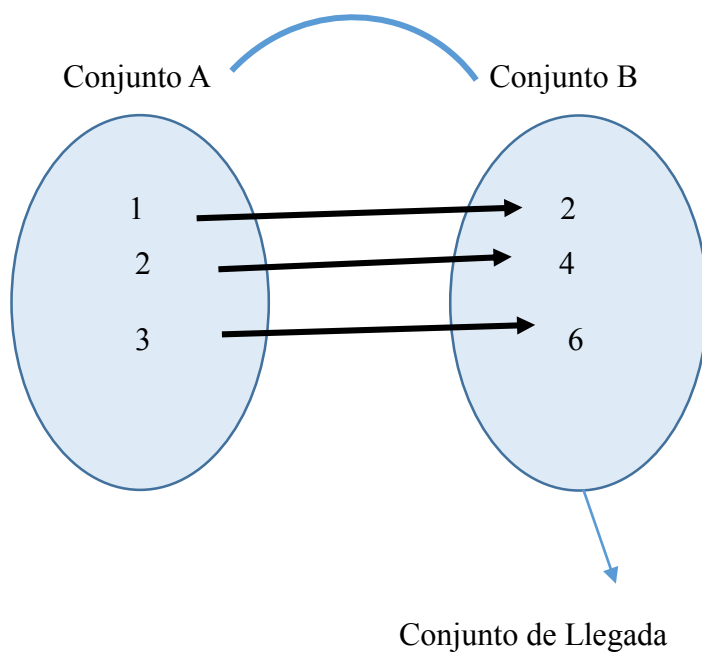
Dom  $f = \{1, 2, 3\}$

*Escribimos los elementos del conjunto de partida entre “llaves” y separando los elementos por comas.*

Para el caso del rango lo haremos tomando los elementos que están relacionados con el de partida, veamos:



### Número y su doble



$Rg f =$

*Escribimos simbólicamente rango de la función como se dijo anteriormente e igualamos*

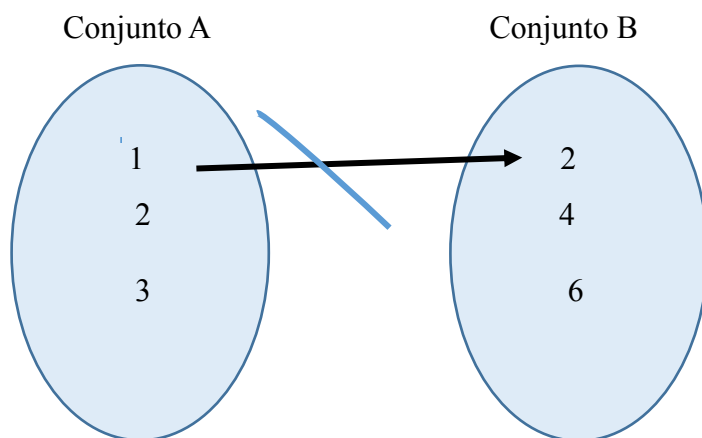
Elementos del conjunto de llegada relacionados con el de partida

$$Rg f = \{2, 4, 6\}$$

*Escribimos los elementos de llegada relacionados con el conjunto de partida entre “llaves” y separados por comas.*

Al final tenemos:

### Número y su doble

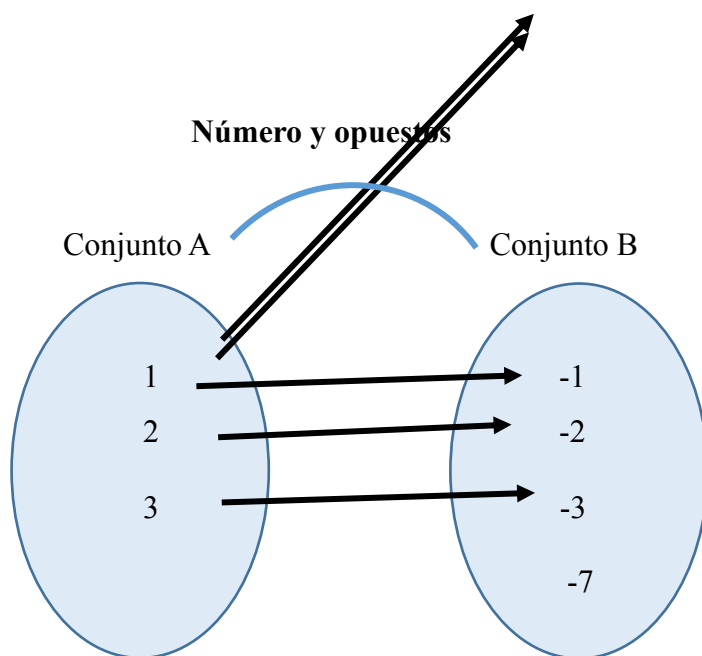


$$f: A \rightarrow B = \{(1,2), (2,4), (3,6)\}$$

$$\text{Dom } f = \{1, 2, 3\}$$

$$\text{Rg } f = \{2, 4, 6\}$$

¿Será que la siguiente relación es una función?



La respuesta es sí, ya que cumple con ambas condiciones de la definición de función, todos los elementos del conjunto de partida tienen con el conjunto de llegada y además la relación es con un solo elemento.

Por ser una función debemos definirla algebraicamente, además indicar cuál es su dominio y el rango. Veamos:

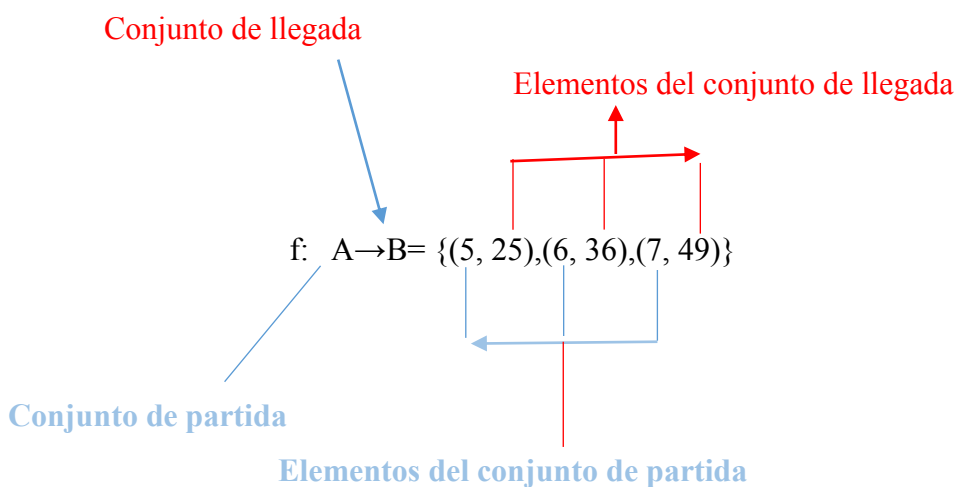
$$\begin{aligned} f: A \rightarrow B &= \{(1, -1), (2, -2), (3, -3)\} \\ \text{Dom } f &= \{1, 2, 3\} \\ \text{Rg } f &= \{-1, -2, -3\} \end{aligned}$$

Fíjate que en el caso del rango, no se toma el -7 porque es un elemento sin relación, recuerda que en el rango solo van aquellos elementos del conjunto de llegada que tienen relación con el de partida.

Las funciones suelen también ser dadas de forma algebraica y posteriormente nosotros debemos hacer su esquema e identificar dominio y rango. Veamos:

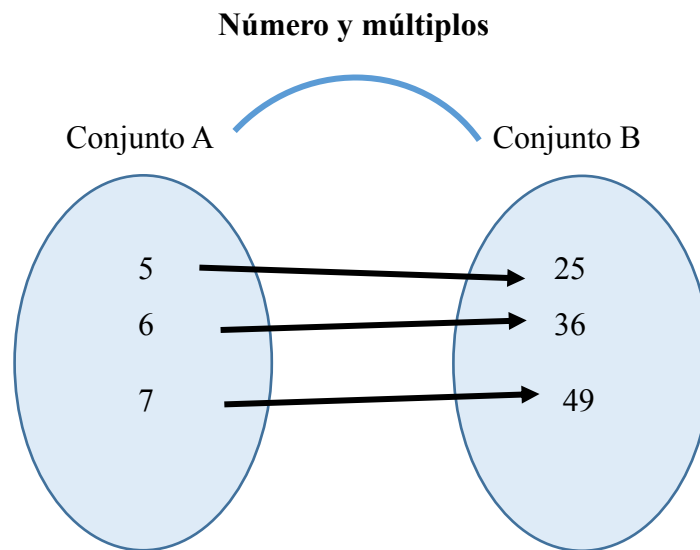
Sea  $f: A \rightarrow B = \{(5, 25), (6, 36), (7, 49)\}$  construyamos su diagrama.

1. Identificamos los conjuntos y los elementos de cada conjunto.



*Señalamos los conjuntos y los elementos de cada uno, en azul los elementos del conjunto de partida (conjunto A) y en rojo los elementos del conjunto de llegada (Conjunto B)*

2. Una vez identificados los conjuntos y los elementos debemos hacer su diagrama

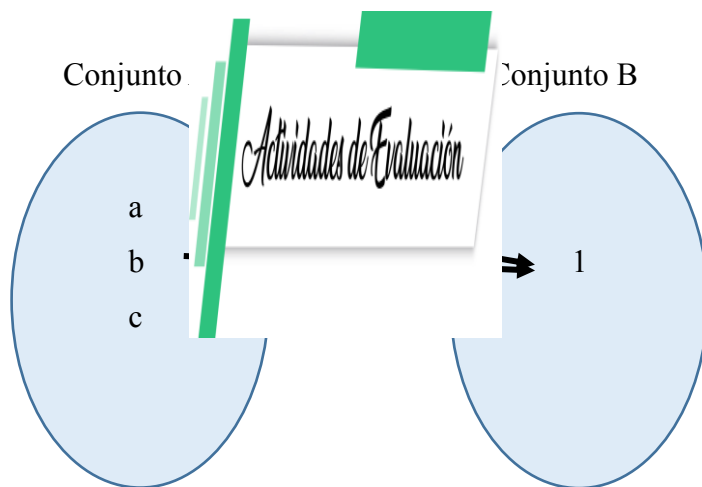
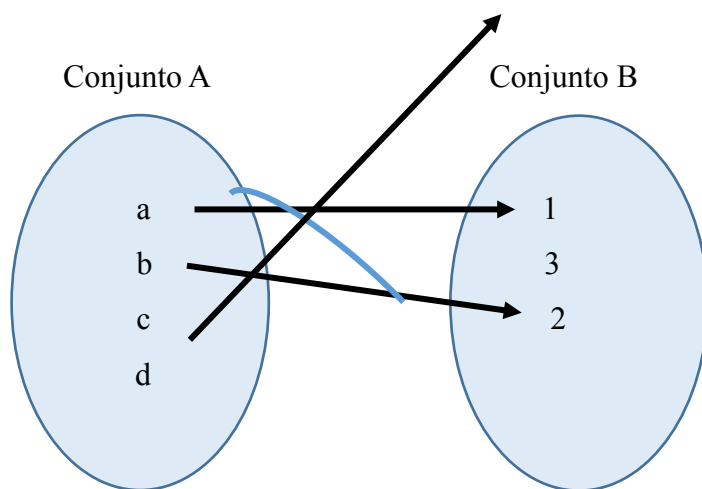


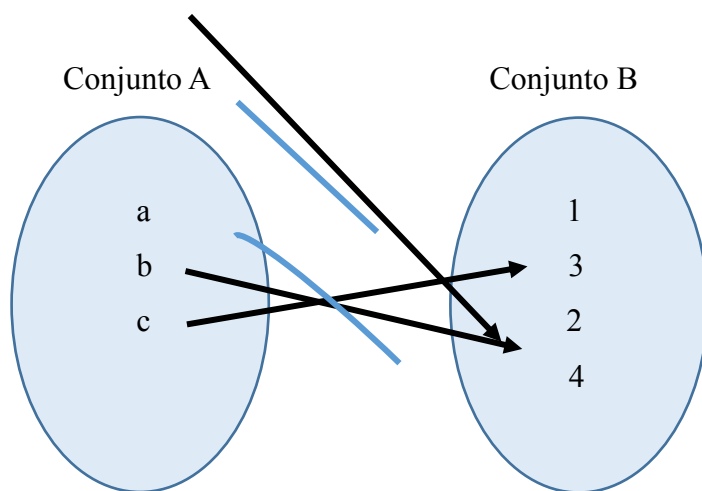
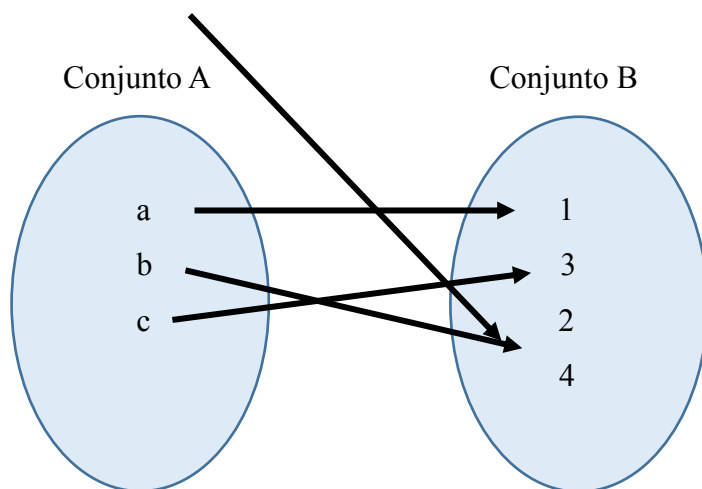
3. Por ultimo solo nos queda definir dominio y rango.

$$\text{Dom } f = \{5, 6, 7\}$$

$$\text{Rg } f = \{25, 36, 49\}$$

1. Indica ¿cuál de las siguientes cumple con las condiciones de ser función? (1pt cada respuesta)





2. De la pregunta anterior, realiza los pares ordenados, dominio y el rango de los diagramas que cumplen con la condición de ser función. (4pts)

3. Realiza el diagrama de las siguientes funciones, luego indica dominio y rango (3 pts)

3.1.  $f: A \rightarrow B = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4)\}$

3.2.  $f: A \rightarrow B = \{(h, 1), (i, 1), (j, 1), (k, 1), (m, 1)\}$

3.3.  $f: A \rightarrow B = \{(a, 1), (b, 2), (b, 3), (c, 4)\}$



*Educación Media General*



Ministerio  
del Poder Popular  
para la **Educación**  
Inclusión y Calidad



4. Realiza cuatro diagramas distintos cualesquiera que cumplan con la condición de ser funciones, además debes hacer sus pares ordenados, el dominio y el rango. (9pts)



Cualquier duda que tengas puedes comunicarte conmigo dentro de un horario de 8:00am a 11:00am y de 2:00pm a 5:00pm con gusto responderé cualquier duda que tengas.

**Correo:** [j.ostos95@gmail.com](mailto:j.ostos95@gmail.com)

**Teléfono:** 04124598692