Educación Media General

Lunes, 23 de Octubre de 2023
Docente: Martín Marcano
3er Año " A y B"

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Proceso social del trabajo.

Tema Generador

Todos a producir por nuestra Venezuela soberana.

Referentes Teóricos-Prácticos

El conjunto de los números reales(R).
Radicación en (R).

Desarrollo del Tema

Racionales-Irracionales-Reales.

A todo numero racional $\frac{a}{b}$ le corresponde una expresión decimal limitada o ilimitada y periódica, la cual se obtiene efectuando la división del numerador entre el denominador. Por ejemplo, la expresión decimal de $\frac{3}{4}$ es 0.75, que es limitada; mientras que la expresión decimal de $\frac{2}{3}$ es 0.666666....es ilimitada y periódica.

Existen además, expresiones decimales ilimitadas que no son periódicas, como por ejemplo las expresiones $\pi=3.1415\ldots\ldots$y $\sqrt{3}=1.7320\ldots.$ A estas expresiones decimales ilimitadas que no son periódicas se les llama números Irracionales. El conjunto de todos los números irracionales se denota con la letra I.

A la unión del conjunto I de los números irracionales con el conjunto Q de los números racionales se le llama **conjunto de los números reales**, y se denota con la letra R. En símbolos tenemos que: $R = Q \cup I$.

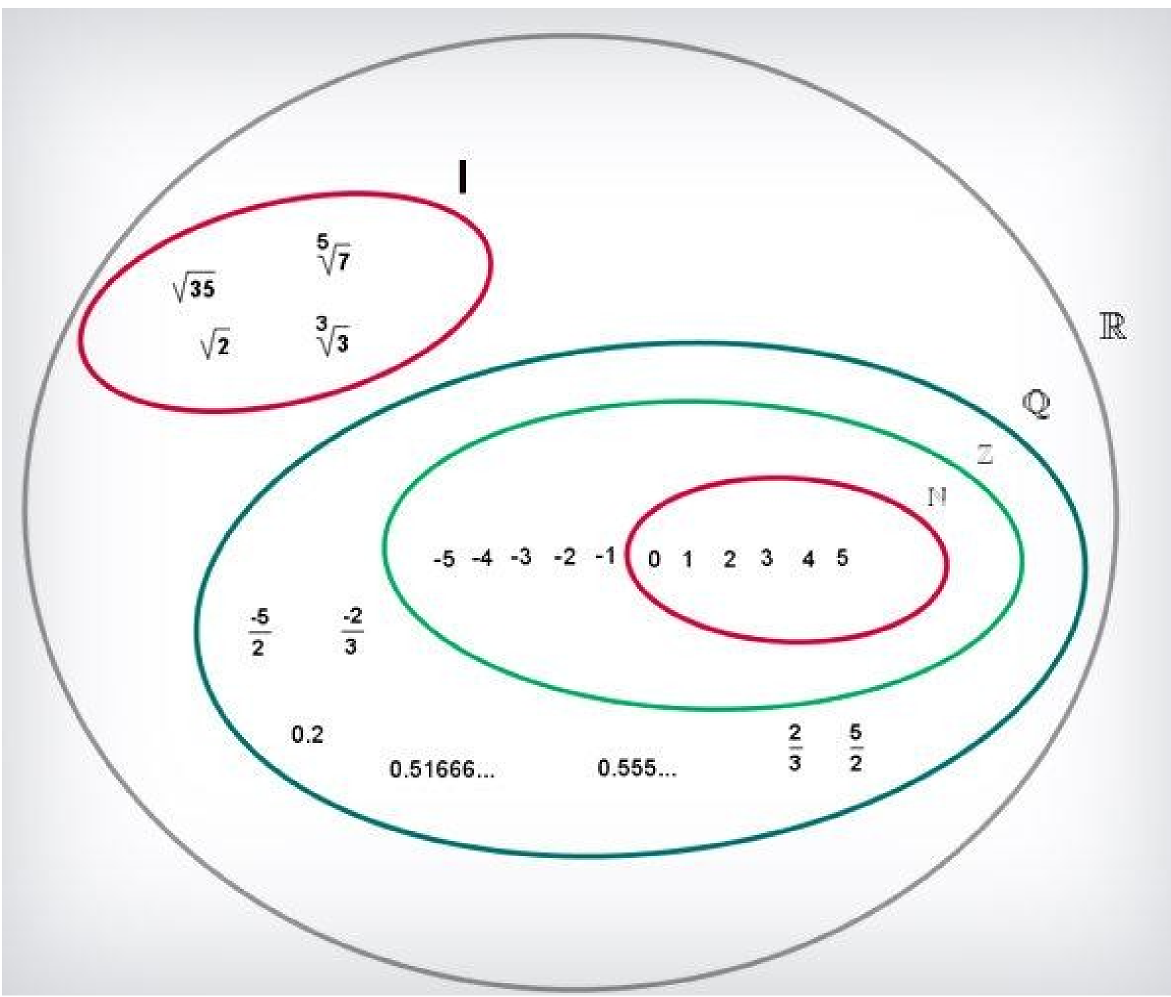
Haciendo un estructuración de todos los conjuntos numéricos estudiados hasta ahora podemos decir que todo numero natural (N) es un numero entero (Z), todo numero entero es numero racional(Q) y todo numero racional es un numero real(R). Por lo tanto se puede escribir:

$N \subset Z \subset Q \subset R$

$\subset$: se lee subconjunto de.

Es importante señalar que el conjunto I no tiene elementos comunes con el conjunto Q. Por lo tanto la intersección entre ambos conjuntos es vacía y se representa de la siguiente manera: $Q \cap I = \varnothing$.
Pero el conjunto I es subconjunto de R; en símbolos: $I \subset R$.

En el siguiente gráfico se ilustra lo explicado hasta ahora:



Radicación en R

La radicación es la operación inversa de la potenciación. Esto significa que si a un número "p" se le extrae la raíz enésima y luego el resultado se eleva a la potencia de exponente "n", el resultado es igual a "p".

La raíz enésima de "p" se define de la siguiente manera: $\sqrt[n]{p}=p^{\frac{1}{n}}$, es decir, la raíz enésima de un numero se puede escribir como una potencia de exponente racional. Ejemplos:

a) $\sqrt[5]{3}=3^{1/5}$ b) $\sqrt{7}=7^{1/2}$ c) $\sqrt[3]{x}=x^{1/3}$

Luego, extendiendo la definición anterior se cumple que: $\sqrt[n]{p^m}=p^{\frac{m}{n}}$, ejemplos:

a) $\sqrt[4]{7^3}=7^{3/4}$ b) $\sqrt{a^6}=a^{6/2}=a^3$ c) $\sqrt[12]{5^3}=5^{3/12}=5^{1/4}$
b)

Note que podemos aplicar la definición en sentido contrario:

a) $h^{1/2}=\sqrt{h}$ b) $5^{3/7}=\sqrt[7]{5^3}$ c) $(a+b)^{1/4}=\sqrt[4]{a+b}$ d) $(5-z)^{3/2}=\sqrt{(5-z)^3}$

Para simplificar radicales a veces es conveniente escribirlos en forma de potencia con exponente fraccionario y aplicar las propiedades de la potenciación. Por ejemplo, fíjate como se puede simplificar las siguientes expresiones:

a) $\sqrt[6]{27x^{18}}$; en este ejercicio se escribe el 27 como una potencia de base 3 y luego se escribe el radical como una potencia con exponente fraccionario, así tenemos:
b) $\sqrt[6]{3^3x^{18}}=3^{3/6}.x^{18/6}=3^{1/2}.x^3=\sqrt{3}x^3$, note que los exponentes se simplifican y si quedan nuevamente como fracción se aplica la definición de raíz enésima en sentido contrario.

c) $\dfrac{\sqrt{x^7}\,x^{1/2}}{x^2}=x^{7/2}.x^{1/2}.x^{-2}=x^{\frac{7}{2}+\frac{1}{2}-2}=x^2$, en este ejercicio después de aplicar la definición de raíz enésima, se aplicaron las propiedades de división de potencias de igual base y multiplicación de potencias de igual base.

d) $\sqrt[3]{2}.\sqrt{8}.\sqrt[6]{16}=\sqrt[3]{2}.\sqrt{2^3}.\sqrt[6]{2^4}=2^{1/3}.2^{3/2}.2^{4/6}=2^{\frac{1}{3}+\frac{3}{2}+\frac{4}{6}}=2^{\frac{2+9+4}{6}}=2^{15/6}=2^{5/2}=\sqrt{2^5}$, en este ejercicio, primero se escriben las cantidades subradicales como potencias de base 2, luego se expresan las raíces como potencias con exponente fraccionario, y por último se aplican las propiedades de la potenciación.

Propiedades de la radicación en R

Raíz de un producto: $\sqrt[n]{a.b}=(a.b)^{1/n}=a^{1/n}.b^{1/n}=\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$, la raíz enésima del producto **a.b** es igual al producto de la raíz enésima de **a** por la raíz enésima de **b.**
Ejemplos:
a) $\sqrt{16.81}=\sqrt{16}.\sqrt{81}=\sqrt{2^4}.\sqrt{3^4}=2^{4/2}.3^{4/2}=2^2.3^2=4.9=36$
b) $\sqrt[3]{27.x^6.y^{15}}=\sqrt[3]{27}.\sqrt[3]{x^6}.\sqrt[3]{y^{15}}=\sqrt[3]{3^3}.\sqrt[3]{x^6}.\sqrt[3]{y^{15}}=3^{3/3}.x^{6/3}.y^{15/3}=3x^2y^5$

Raíz de un cociente: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=¿$, la raíz enésima del cociente (a/b) es igual al cociente de la raíz de **a** entre la raíz enésima de **b**.

Ejemplo:
$$\sqrt[5]{\frac{a^{10}}{32b^5}}=\frac{\sqrt[5]{a^{10}}}{\sqrt[5]{2^5.b^5}}=\frac{a^{10/5}}{2^{5/5}.b^{5/5}}=\frac{a^2}{2b}.$$

Potencia de una raíz: $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$, para efectuar la potencia de una raíz, se eleva la cantidad subradical a dicha potencia y se conserva el mismo índice de la raíz.
Ejemplo:
$$\left(\sqrt[4]{2a^3b^2}\right)^6=\sqrt[4]{(2a¿¿3b^2)^6}=\sqrt[4]{2^6.a^{18}.b^{12}}=\sqrt[4]{2^6}.\sqrt[4]{a^{18}}.\sqrt[4]{b^{12}}¿$$
$$¿2^{6/4}.a^{18/4}.b^{12/4}=2^{3/2}.a^{9/2}.b^3=b^3.\sqrt{2^3}.\sqrt{a^9}=b^3\sqrt{8a^9}$$

Raíz de una raíz: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[m.n]{a}$, para calcular la raíz de una raíz se multiplican los índices de las raíces y se conserva la cantidad subradical.
Ejemplo:

$$\sqrt[3]{\sqrt[5]{\sqrt{a^{10}}}}=\sqrt[3.5.2]{a^{10}}=\sqrt[30]{a^{10}}=a^{10/30}=a^{1/3}=\sqrt[3]{a}.$$

Educación Media General

Actividades de Evaluación

<u>Pongamos en práctica lo aprendido.</u>

1) Expresa en forma de potencia las siguientes raíces.
   a) $\sqrt{y^n}$ b) $\sqrt[4]{m^6}$ c) $\sqrt[4]{x-2}$ d) $\sqrt[5]{x^2+3}$

2) Escribe en forma de raíces las siguientes potencias.
   a) $x^{2/3}$ b) $(5h)^{1/3}$ c) $(x^2-2y^3)^{3/5}$ d) $(5^3-h)^{1/2}$

3) Simplifica los radicales en forma de potencia con exponente racional.
   a) $\sqrt{5}.\sqrt[4]{125}.\sqrt[5]{5}$ b) $\sqrt{xy^3}.\sqrt[3]{xy^2}.xy$

4) Aplica la o las propiedades correspondientes, resuelve y simplifica el resultado hasta donde sea posible.
   a) $\sqrt{16x^2y}$ b) $\sqrt[3]{32a^{12}b^{10}}$ c) $\sqrt[4]{625x^{-4}y^{10}}$ d) $\left(\sqrt[3]{8a^4x^3}\right)^6$ e) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{81}}}$

   f) $\left(\sqrt[4]{\sqrt{64m^2n}}\right)^{10}$ g) $\sqrt[3]{\dfrac{8x^4}{81y^6}}$ h) $\sqrt[4]{\dfrac{x^9y^7}{xy^3}}$

Orientaciones Generales

La resolución de los ejercicios planteados tendrá un valor de 5 puntos y la presentación de la evaluación presencial correspondiente tendrá un valor de 15 puntos.

Puedes complementar la información de la guía utilizando:
Matemática de 3er año (Colección Bicentenario)
Matemática de 3er año (Santillana, cualquier edición)

www.wikipedia.org.