Educación Media General

Lunes, 08 de enero de 2024
Docente: Martín Marcano
3er Año "A y B"

**Área de formación: Matemática**

## Tema Indispensable

Proceso social del trabajo.

## Tema Generador

Todos a producir por nuestra Venezuela soberana.

## Referentes Teóricos-Prácticos

Introducción y extracción de factores de un radical.
Radicales Semejantes.
Racionalización de denominadores.

## Desarrollo del Tema

**Introducción y extracción de factores de un radical.**

Para introducir un factor dentro de un radical se eleva el factor a la potencia que indica el índice y se escribe dentro. Si algún factor del radicando tiene por exponente un número mayor que el índice, se puede extraer fuera del radical dividiendo el exponente del radicando entre el índice.
Veamos los siguientes ejemplos de introducción de factores:

1) $2\sqrt[7]{2} = \sqrt[7]{2^7.2} = \sqrt[7]{2^8}$
2) $x^3\sqrt[5]{x^2} = \sqrt[5]{(x^3)^5.x^2} = \sqrt[5]{x^{15}.x^2} = \sqrt[5]{x^{17}}$
3) $2w^3\sqrt{2w} = \sqrt{2^2.(w^3)^2.2w} = \sqrt{2^2.w^6.2w} = \sqrt{2^3.w^7}$

Note que el proceso se puede realizar de forma más directa multiplicando el exponente del factor que esta fuera del radical por el índice de la raíz, así por ejemplo:

$$3a^3\sqrt[4]{3a^3} = \sqrt[4]{3^4.a^{12}.3a^3} = \sqrt[4]{3^5.a^{15}}$$

Veamos ahora ejemplos de extracción de factores de un radical:

$$\sqrt[8]{x^{10}} = \sqrt[8]{x^8.x^2} = \sqrt[8]{x^8}.\sqrt[8]{x^2} = x^{8/8}.\sqrt[8]{x^2} = x\sqrt[8]{x^2} = x\sqrt[4]{x}$$

Es importante señalar que la idea esencial en este proceso es buscar el número más cercano al exponente de la cantidad subradical que sea divisible entre el índice del radical. Por otra parte debe verificar si el radical que queda en la expresión se puede simplificar, en el caso anterior "la raíz octava de la variable x elevada a la 2" se simplifico como "raíz cuarta de x". Veamos otro ejemplo:

$$\sqrt[3]{(a+b)^5.w^7} = \sqrt[3]{(a+b)^3.(a+b)^2.w^6.w} = (a+b)w^2\sqrt[3]{(a+b)^2.w}$$

En este ejercicio se trabajó de manera más directa, simplemente se realizó la separación adecuada en la cual se obtienen los factores que se van a extraer del radical, luego al dividir los exponentes de dichos factores entre el índice de la raíz se obtiene el resultado final (en este caso el radical que queda no es simplificable).

**Radicales Semejantes**

Dos radicales son semejantes si al expresarlos en su forma más simple posible tienen la misma cantidad subradical y los índices son iguales. Los siguientes son ejemplos de radicales semejantes:

1) $5\sqrt{7}$ y $4\sqrt{7}$
2) $3\sqrt[5]{w}$ y $-2\sqrt[5]{w}$
3) $\sqrt[4]{2k}$, $\sqrt[4]{2k}$ y $-\frac{3}{2}\sqrt[4]{2k}$

Hay radicales que a primera vista no parecen ser semejantes, pero al simplificar las cantidades subradicales nos damos cuenta que si son semejantes. Veamos los siguientes casos:

1) $\sqrt{2}$ y $\sqrt{8}$, note que los índices son iguales, luego el 8 lo podemos escribir como dos elevado a la tres y así tenemos: $\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2^2.2} = 2\sqrt{2}$. Luego $\sqrt{2}$ y $\sqrt{8}$ son semejantes. Es importante señalar que se hace necesario que realice un buen proceso de extracción de factores del radical para comprobar si dos o más radicales son semejantes.
2) $\sqrt[3]{64x^4y}$ y $\sqrt[3]{xy}$, para este caso se observa que el primer radical es simplificable y el segundo no se puede simplificar. Luego: $\sqrt[3]{64x^4y} = \sqrt[3]{2^6.x^3.xy} = 2^2x\sqrt[3]{xy} = 4x\sqrt[3]{xy}$. Por lo tanto $\sqrt[3]{64x^4y}$ y $\sqrt[3]{xy}$ son semejantes.

**Racionalización de un Denominador**

La racionalización de un denominador es un procedimiento mediante el cual se pueden eliminar radicales del denominador en una fracción.

Empecemos con $\frac{3}{\sqrt{2}}$, con la finalidad de eliminar la raíz del denominador, se multiplica el numerador y el denominador por $\sqrt{2}$, así tenemos: $\frac{3}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ es importante señalar que al multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número, la fracción no se altera, lo que se obtiene es un resultado equivalente a la expresión inicial. Veamos un segundo ejemplo: $\frac{2}{3\sqrt{10}}=\frac{2}{3\sqrt{10}}.\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}=\frac{2\sqrt{10}}{3(\sqrt{10})^2}=\frac{2\sqrt{10}}{3.(10)}=\frac{2\sqrt{10}}{30}=\frac{\sqrt{10}}{15}$ note que para este caso a pesar que el denominador es $3\sqrt{10}$ , se multiplica tanto numerador como denominador por $\sqrt{10}$ y luego el resultado se simplifica ya que lo amerita.

Veamos el siguiente ejemplo: $\frac{x^2y^3}{\sqrt{2x^5y^7}}$, a simple vista esta expresión parece un poco complicada para aplicar el proceso anterior, en este caso lo que hacemos es simplificar la expresión antes de racionalizarla, así tenemos:
$\frac{x^2y^3}{\sqrt{2x^5y^7}}=\frac{x^2y^3}{\sqrt{2x^4xy^6y}}=\frac{x^2y^3}{x^2y^3\sqrt{2xy}}=\frac{1}{\sqrt{2xy}}$, note que la expresión está simplificada, ahora realizamos el procedimiento de la racionalización multiplicando el numerador y el denominador de la fracción por $\sqrt{2xy}$ , Luego: $\frac{1}{\sqrt{2xy}}.\frac{\sqrt{2xy}}{\sqrt{2xy}}=\frac{\sqrt{2xy}}{(\sqrt{2xy})^2}=\frac{\sqrt{2xy}}{2xy}$

**Pongamos en práctica lo aprendido.**

1) Introduce los factores dentro del radical.
   a) $w\sqrt{w}$ b) $2\sqrt[3]{2}$ c) $a^2b\sqrt[5]{ab}$ d) $(x-y)^2k\sqrt{(x-y)k}$

2) Extrae los factores con mayor exponente posible en cada radical. Simplifica el resultado hasta donde sea posible.
   a) $\sqrt{16x^4y^{12}}$ b) $\sqrt[4]{32a^7b^{16}}$ c) $\sqrt{(a+b)w^6}$

3) Determina si los radicales dados en cada caso son semejantes entre sí.
   a) $3\sqrt[3]{16}$ y $-5\sqrt[3]{2}$ b) $\sqrt{150x}$ y $2\sqrt{54x}$ c) $\sqrt[3]{81}$ y $\sqrt[3]{54}$

4) Racionaliza el denominador de las siguientes fracciones y simplifica el resultado hasta donde sea posible.
   a) $\frac{5}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{2x}{\sqrt{6x}}$ c) $\frac{4ab}{\sqrt{2a^2b^3}}$ d) $\frac{6xy}{\sqrt{8x^3y}}$

## Orientaciones Generales

1) Esta guía fue diseñada con la intención de que se tome el tiempo en casa para leerla y realizar algunos apuntes en su cuaderno que le sean necesarios para la clase presencial que se realizará luego, en ese orden de ideas puedes **COMPLEMENTAR** la información utilizando cualquier libro de Matemática para 3er año.
2) Por el grupo de whatsapp se estará indicando el link de un video explicativo de este tema.
3) El docente realizará las clases presenciales de forma normal, en tal sentido, la guía y el video explicativo son herramientas que ayudarán a tener un mejor desarrollo y avance en las clases presenciales.
4) La resolución de los ejercicios planteados en “Pongamos en práctica lo aprendido” se revisará el día que se tenga previsto para la evaluación presencial referida al tema.