Educación Media General

Lunes, 17 de enero de 2022
Docente: Martín Marcano
4to Año "A" y "B"

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Conocimiento de nuestro entorno.

Tema Generador

El estudio de los ángulos como herramienta manual para la vida.

Referentes Teóricos-Prácticos

Los ángulos en nuestra cotidianidad.
Los ángulos y su clasificación.
Sistemas de medición de ángulos.
Equivalencias entre los sistemas de medición de ángulos.

Desarrollo del Tema

Los ángulos los utilizamos o vemos diariamente en nuestra vida cotidiana. Por ejemplo, en construcciones de casa, escaleras, en nuestros útiles escolares, en el parque, cuando observamos la hora en un reloj de agujas, entre otros. Debemos pensar que serán utilizados de una forma u otra; de manera que le den total perfección en la terminación de cada labor realizada desde lo más simple hasta lo más complejo teniendo en cuenta su buen funcionamiento.

Los ángulos son empleados en cada actividad que realizamos, aunque no nos demos cuenta, desde cosas tan simples como cambiar un bombillo en donde se debe conocer el ángulo perfecto como insertarlo debidamente hasta cosas más complicadas como la elaboración de unos planos en la construcción de un edificio. Cuando clavamos un clavo, cambiamos un bombillo o apretamos un tornillo debemos tener en cuenta la posición del ángulo de inclinación y de rotación, ya que si tratamos de hacer algunas de estas labores y no utilizamos un ángulo perpendicular (ángulo recto) a la superficie en la que se trabaja, el clavo se resbalara, el tornillo y el bombillo no se dejaran rotar sobre su propio eje y por consecuencia no se realizaran los trabajos indicados.

Ahora bien, en virtud de lo expuesto, es necesario dar a conocer una definición geométrica del ángulo para avanzar en su estudio.

DEFINICION DE ÁNGULO.

El ángulo es la porción del plano comprendida entre dos semirrectas con un origen común llamado vértice. En otros casos se hace referencia a la abertura que conforman dos lados que parten de ese punto común, o se centran en el giro que da el plano respecto de su origen.

Los ángulos se pueden medir mediante utensilios tales como el goniómetro, el cuadrante, el sextante, la ballestina, el transportador de ángulos o semicírculo graduado, graduador, etc.

MEDICIÓN DE ÁNGULOS EN EL SISTEMA SEXAGESIMAL.

El sistema sexagesimal es un sistema de unidades muy empleado cuyo fundamento es que cada unidad se divide en 60 unidades de una orden inferior, es decir, es un sistema de numeración en base 60. Se aplica en la actualidad fundamentalmente para la medida de ángulos y también en la medida del tiempo.

La unidad de medida de ángulos en el sistema sexagesimal es el grado (°), que es el resultado de dividir el ángulo llano en 180 partes iguales, o bien un ángulo recto en 90 partes, o un ángulo completo en 360 partes. A cada una de esas partes se les llama grado (°).

A su vez, cada grado se subdivide en otras unidades inferiores, en concreto, en sesenta partes iguales. De esta manera, cada grado se divide en 60 minutos (1° = 60´) y cada minuto, a su vez, en 60 segundos (1´ = 60´´).

La cantidad de grados podrá ascender hasta 360, que es considerado el giro completo. Por poner un ejemplo cotidiano que ejemplifique esto, podemos ver el reloj de agujas: constantemente las agujas están formando ángulos. A las 12 en punto, cuando las dos agujas apuntan exactamente para el mismo lado, el ángulo es de 0°. A las 3 pasa a ser de 90°, a las 6 de 180°, a las 9 de 270°, y en el giro de las 12 de nuevo serán los 360°, y volverá a empezar.

Por tanto, en general, un ángulo en el sistema sexagesimal vendrá expresado en grados, minutos y segundos, de la forma, por ejemplo: 38° 50´ 35´´ (38 grados, 50 minutos y 35 segundos). Si se omiten los minutos y segundos, por ejemplo, 45°, es porque se entiende que es 45° 0´ 0´´.

Cuando un ángulo se mide en grados, minutos y segundos, se dice que está expresado con medida compleja, mientras que si se expresa con una sola clase de unidades, se dice que es una medida incompleja o simple, por ejemplo:

32° → medida simple

11´´ → medida simple

52° 17´ 45´´ → medida compleja

4° 22´ → medida compleja

Para sumar ángulos expresados en medidas complejas, primero se colocan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos, y se suman.

Paso de una medida compleja a simple:

Para pasar de medidas complejas a simple hay que transformar cada una de las unidades que tenemos en la que queremos obtener y posteriormente sumarlas, por ejemplo: Pasar de la forma compleja

2° 25´ 30´´ a simple en segundos.

1) Se pasan los 2° a minutos: 2·60 = 120 minutos, y posteriormente a segundos: 120·60 = 7200 segundos.

2) Se pasan los 25 minutos a segundos: 25·60 = 1500 segundos.

3) Se suman todos los segundos: 7200´´ + 1500´´ + 30´´ = 8730 ´´

Por lo tanto, 2° 25´ 30´´ = 8730 ´´

Paso de una medida simple a compleja:

Para pasar una medida expresada en unidades simples a complejas, habrá que dividir cuando el caso sea de pasar a unidades de orden superior, o multiplicar para pasar a unidades de orden inferior, por ejemplo:

Pasar 52,453° a forma compleja.

1) Se separa la medida: 52,453° = 52° + 0,453°

2) Se pasan los 0,453° a minutos: 0,453.60 = 27,18' = 27'+ 0,18'

3) Se pasan los 0,18' a segundos = 0,18 .60 = 10,8"

Por lo tanto 52,453° = 52° 27' 10,8"

Pasar 124,53' a forma compleja.

1) Separamos la medida así: 120' + 4' + 0,53'

2) Se pasan los 120' a grados: 120/60 = 2°

3) Se pasan los 0,53' a segundos: 0,53.60 = 31,8"

Por lo tanto 124,53' = 2° 4' 31,8"

NOMBRES QUE RECIBEN LOS ANGULOS SEGÚN SU MEDIDA.

Son muchísimas las clases de ángulos que se pueden dar en el plano, se indican a continuación algunos ejemplos:

Ángulo nulo: es el que mide 0°.

Ángulo agudo: es el que cuya medida es menor a 90°.

Ángulo recto: es aquel que mide 90°.

Ángulo obtuso: es el que cuya medida es mayor a 90° pero menor a 180°.

Ángulo llano: es aquel que mide 180°.

Ángulo cóncavo: es aquel que es mayor a 180°.

Ángulo completo: es aquel que mide 360°.

RELACIONES IMPORTANTES QUE SE PUEDEN DAR ENTRE DOS ÁNGULOS.

Ángulos complementarios: si las medidas de dos ángulos suman 90° se dice que son complementarios.

Ángulos suplementarios: si las medidas de dos ángulos suman 180° se dice que son suplementarios.

SISTEMA CÍCLICO DE MEDICIÓN DE ÁNGULOS Y EQUIVALENCIA CON EL SISTEMA SEXAGESIMAL.

La unidad de medida utilizada en el sistema cíclico es el radián. Un radián es la unidad de medida de un ángulo con vértice en el centro de una circunferencia y cuyos lados delimitan un arco de circunferencia que tiene la misma longitud que el radio.

La relación del radián con la otra unidad de medida para ángulos más ampliamente utilizada, los grados sexagesimales o simplemente grados (°), es la siguiente:
1 vuelta completa de la circunferencia = 360° = $2 \cdot \pi$ radianes
Para entender la anterior igualdad, se parte de saber que la medida en radianes de un ángulo (θ) medido en una circunferencia es igual a la longitud del arco que abarca dividida entre el radio de dicha circunferencia, es decir:

θ(radianes) = longitud de arco / radio

Por tanto, cuando se trata del ángulo correspondiente a una circunferencia completa, cuya longitud total es $2 \cdot \pi \cdot r$ (siendo r el radio de la circunferencia) le corresponden en radianes un ángulo de:

θ (circunferencia completa) = $2 \cdot \pi \cdot r / r = 2 \cdot \pi$ radianes

En el sistema sexagesimal, el ángulo que abarca la circunferencia completa mide 360°, por lo que se puede establecer la ya vista relación entre grados y radianes:

1 vuelta completa = 360° = $2 \cdot \pi$ radianes

Otras equivalencias útiles entre grados y radianes son las siguientes:

0° = 0 rad

90° = (π/2) rad

180° = π rad

Pasar de Radianes a Grados Sexagesimales o Viceversa.

Para pasar de radianes a grados sexagesimales hay que recordar la relación para un ángulo que describe una circunferencia completa expresado en grados y radianes, como: $360° = 2 \cdot \pi$ rad, por lo tanto, la expresión general que permite relacionar las medidas de un ángulo expresadas en grados y radianes es la siguiente:

$G/360° = R/2 \cdot \pi$

"G" es la medida del ángulo expresada en grados y "R" es la medida en radianes (rad)

Despejando " G ", tenemos: $G = (R/2 \cdot \pi).360°$ (A)

Si lo que se desea es calcular los radianes a partir de los grados sexagesimales, se despeja "R" de la expresión anterior, quedando: $R = (G/360°).\ 2 \cdot \pi$ (B)

EJEMPLO 1: Pasar 1 radián a grados sexagesimales

Sustituyendo el valor de 1 radián en la fórmula (A): $G = (1/2 \cdot \pi).360° = 57{,}29578°$ por lo tanto, 1 rad = 57,29578°. También se puede expresar la medida de ángulo obtenida en forma compleja (grados minutos y segundos) de la siguiente forma:

Grados: $57{,}29578° = 57° + 0{,}29578°$

Minutos: $0{,}29578° \rightarrow 0{,}29578 \cdot 60 = 17{,}7468' \rightarrow 17{,}7468' = 17' + 0{,}7468'$

Segundos: $0{,}7468 \cdot 60 = 44{,}81''$

Por lo tanto, 1 rad = 57,29578° = 57º 17´ 44,81´´ (57 grados 17 minutos 44,81 segundos)

EJEMPLO 2: Pasar $0{,}75\ \pi$ a grados sexagesimales

Sustituyendo el valor de $0{,}75\ \pi$ en la fórmula (A): $G = (0{,}75\ \pi/ 2\ \pi).\ 360° = 135°$

EJEMPLO 3: Pasar 45° a rad

Sustituyendo el valor de 45° en la fórmula (B): $R = (45°/360°).\ 2.\pi = (\pi/4)$ rad

EJEMPLO 4: Pasar un ángulo de 60° 18´ 50´´ a rad

En este caso se parte de un ángulo expresado en grados minutos y segundos y se quiere pasar a radianes. En primer lugar, habrá que pasar el ángulo expresado en grados minutos y segundos (forma compleja) a simple (sólo en grados). Para pasar 60° 18´ 50´´ a forma simple en grados (°) se opera de la siguiente forma:

1) Los grados se dejan en grados: 60° → 60°
2) Los minutos se pasan a grados: 18´ → 18´/60 = 0,3°
3) Los segundos se pasan a minutos, y éstos a grados: 50´´ → 50/60 = 0,8333´ → 0,8333/60 = 0,0139°
4) Se suman todos los grados obtenidos: 60° + 0,3° + 0,0139° = 60,3139°

Por lo tanto, 60° 18´ 50´´ = 60,3139°

Ahora se opera como en el ejemplo anterior, para pasar de grados sexagesimales a radianes:

Sustituyendo el valor de 60,3139° en la fórmula (B): R = (60,3139°/360°). 2.π = 1,0527 rad.

Como ven, el estudio de los ángulos es un tema sencillo en el cual los ejercicios se resuelven aplicando aritmética básica. En tal sentido, uno de los objetivos que nos proponemos con este tema es que recuerdes operaciones sencillas que incluso se estudian desde el nivel primario y logres observar y comprender en que parte de tu entorno están presentes los ángulos.

Actividades de Evaluación

Pongamos en práctica lo aprendido.

1) Pasar de forma simple a forma compleja los siguientes ángulos.
   (a) 54,75° (b) 1600´´ (c) 193,5´ (d) 458´
2) Pasar de forma compleja a forma simple según se indique.
   (a) 75° 15´ 40´´ a min (b) 138° 55´ 53´´ a seg (c) 38° 50´ 48´´ a grados
3) Pasar los siguientes ángulos del sistema cíclico al sistema sexagesimal (en grados minutos y segundos)
   (a) $\frac{5}{4}\pi$ rad (b) 1,5 π rad (c) 2,05 rad (d) 1,4 rad
4) Pasar los siguientes ángulos del sistema sexagesimal al sistema cíclico.
   (a) 124,75° (b) 150° 45´ 36´´ (c) 1471,8´ (d) 162000´´
5) **Para resolver en familia.**
   Con el uso de un transportador o cualquier otro instrumento (rudimentario o tecnológico) que sirva para medir ángulos, tome las medidas en grados de 6 ángulos que observe en su entorno y luego transforme estas medidas al sistema cíclico.
   (**Nota:** indique de que parte de su entorno tomó cada una de las 6 medidas.)

6) A continuación, se dan tres imágenes, observe e indique por lo menos dos ángulos en cada imagen y clasifíquelos según su medida. (**Nota:** puede dibujar nuevamente la imagen o editarla para indicar los ángulos que usted observa)

Educación Media General

Aspectos a Evaluar.

i) Responsabilidad y puntualidad en la realización del trabajo requerido. (3pts)
Nota: la fecha tope para entregar esta actividad es **04/02/2022**, cualquier entrega después de la fecha implica perder los 3 puntos indicados)

ii) Presentación y trabajo legible(2pts)

iii) Resolución de los ejercicios planteados mediante procesos explicados en la guía. (12pts)

iv) Creatividad en la aplicación de lo aprendido (referente, ejercicio 5 y 6). (3pts)

Orientaciones Generales

Puedes complementar la información de la guía utilizando:
Matemática de 4to año (Santillana cualquier edición)
Matemática de 4to año (colección Bicentenario)
www.wikipedia.org.
Nota: En esta fase, las entregas de las guías se realizarán vía online al correo **marcanom05@gmail.com** y también se estarán recibiendo en las instalaciones de la escuela y del ESEM en fechas que con antelación se les notificará.