



Ministerio
del Poder Popular
para la **Educación**
Inclusión y Calidad



Educación Media General

Noviembre de 2021

Docente: Martín Marcano

4to Año "A y B"

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Proceso social del trabajo.

Tema Generador

Todos a producir por nuestra Venezuela soberana.

Referentes Teóricos-Prácticos

Definición de logaritmo.

Propiedades de los logaritmos.



Ministerio
del Poder Popular
para la Educación
Inclusión y Calidad



Educación Media General

Desarrollo del Tema

Definición

El logaritmo en base a de un número N es el exponente al que hay que elevar la base para que dé dicho número.

$$\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$$

a = base N = número

x = solución \Leftrightarrow Si y sólo si

Ejemplos

a) $\log_3 81 = x$

$$\log_3 81 = x \Leftrightarrow 3^x = 81 \rightarrow 3^x = 3^4 \rightarrow x = 4$$

b) $\log_2 128 = x$

$$\log_2 128 = x \Leftrightarrow 2^x = 128 \rightarrow 2^x = 2^7 \rightarrow x = 7$$

c) $\log_3 \sqrt{243} = x$

$$\log_3 \sqrt{243} = x \Leftrightarrow 3^x = (243)^{\frac{1}{2}}$$

$$3^x = (3^5)^{\frac{1}{2}} \rightarrow 3^x = 3^{\frac{5}{2}} \rightarrow x = \frac{5}{2}$$

Consecuencias inmediatas de la definición

- El logaritmo de 1 es cero (en cualquier base)

$$\log_a 1 = 0 \rightarrow \log_2 1 = 0 \quad \log_3 5 = 0$$

- El logaritmo de la base es 1.

$$\log_a a = 1 \rightarrow \log_3 3 = 1 ; \log_5 5 = 1$$

- Sólo tienen logaritmos los números positivos.

$$\log_2 (-4) = \cancel{x} ; \log_2 0 = \cancel{x}$$



Ministerio
del Poder Popular
para la Educación
Inclusión y Calidad



Educación Media General

Propiedades de los Logaritmos:

Producto

El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores.

$$\log_a N + \log_a M = \log_a N \cdot M$$

$$\log_a 2 + \log_a 7 = \log_a (2 \cdot 7) = \log_a 14$$

Cociente

El logaritmo de un cociente es igual a la diferencia de los logaritmos del dividendo y del divisor.

$$\log_a N - \log_a M = \log_a (N/M)$$

$$\log_a 75 - \log_a 25 = \log_a (75 / 25) = \log_a 3$$

Potencia

La potencia de un logaritmo es igual al producto del exponente por el logaritmo de la base.

$$\log_a N^m = m \cdot \log_a N \quad \rightarrow \quad \log_a 2^5 = 5 \cdot \log_a 2$$

Uso de la calculadora

– Logaritmos decimales

Son los logaritmos en base 10, se designan como \log_{10} o simplemente **log sin escribir la base**.

La tecla **log** sirve para calcular el logaritmo decimal de cualquier número.

$$\log 2 = 0.30102999$$

Cuando **conocemos el valor del logaritmo** y queremos saber a que número corresponde.

$$\log x = 3 \quad \rightarrow \quad x = \text{SHIFT} \log 3 \rightarrow x = 1000$$



Ministerio
del Poder Popular
para la Educación
Inclusión y Calidad



Educación Media General

Los Logaritmos Neperianos y Cambio de base de un logaritmo.

Su base es el número e, y se designan mediante ln.

Tecla ln

Cambio de base

Cuando no tenemos base 10 o el número e para calcular el logaritmo con la calculadora debemos aplicar una fórmula para pasar a base 10.

$$\log_a N = \frac{\log N}{\log a}$$

$$\log_2 11 = \frac{\log 11}{\log 2} \rightarrow \log 11 : \log 2 = 3,45943162$$

Ejercicios Resueltos.

1. Calcula x aplicando la definición de logaritmo.

$$\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$$

Recuerda como se resuelven las **ecuaciones exponenciales**:

- Mismas bases, podemos igualar los exponentes.

$$\boxed{a^b = a^c \rightarrow b = c} \quad \text{Ejemplos a, b y c}$$

- Mismos exponentes podemos igualar las bases.

$$\boxed{a^b = c^b \rightarrow a = c} \quad \text{Ejemplo d.}$$

a) $\log_2 64 = x$

$$\log_2 64 = x \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \rightarrow 2^x = 2^6 \rightarrow x = 6$$

b) $\log_2 \sqrt{8} = x$

$$\log_2 \sqrt{8} = x \Leftrightarrow 2^x = 8^{1/2} \rightarrow 2^x = 2^{3/2} \rightarrow x = 3/2$$

c) $\log_{1/2} 4 = x$

$$\log_{1/2} 4 = x \Leftrightarrow (1/2)^x = 4 \rightarrow 2^{-x} = 2^2 \rightarrow x = -2$$

Educación Media General

d) $\log_x 125 = 3$

$$\log_x 125 = 3 \Leftrightarrow x^3 = 125 \rightarrow x^3 = 5^3 \rightarrow x = 5$$

e) $\log_3 x = 3$

$$\log_3 x = 3 \Leftrightarrow 3^3 = x \rightarrow x = 27$$

2. Calcula utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_2 64 + \log_2 (1/4) - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$

b) $\log_2 \left(\frac{1}{32}\right) + \log_3 \left(\frac{1}{27}\right) - \log_2 1$

a) $\log_2 64 + \log_2 (1/4) - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$

1º Resolvemos cada término aplicando la definición.

$$\log_2 64 = x \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \rightarrow 2^x = 2^6 \rightarrow x = 6$$

$$\log_2 (1/4) = x \Leftrightarrow 2^x = 2^{-2} \rightarrow 2^x = 2^{-2} \rightarrow x = -2$$

$$\log_3 9 = x \Leftrightarrow 3^x = 3^2 \rightarrow x = 2$$

$$\log_2 \sqrt{2} = x \Leftrightarrow 2^x = 2^{1/2} \rightarrow x = 1/2$$

2º Sustituimos los valores obtenidos y operamos.

$$\log_2 64 + \log_2 (1/4) - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2} =$$

$$6 + (-2) - (2) - (1/2) = 3/2$$

b) $\log_2 \left(\frac{1}{32}\right) + \log_3 \left(\frac{1}{27}\right) - \log_2 1$

$$\log_2 \left(\frac{1}{32}\right) = x \Leftrightarrow 2^x = 2^{-5} \rightarrow x = -5$$

$$\log_3 \left(\frac{1}{27}\right) = x \Leftrightarrow 3^x = 3^{-3} \rightarrow x = -3$$

$$\log_2 1 = x \Leftrightarrow 2^x = 1 \rightarrow x = 0$$

$$\log_2 \left(\frac{1}{32}\right) + \log_3 \left(\frac{1}{27}\right) - \log_2 1 = -5 + (-3) = -8$$

Educación Media General

3. Calcula: a) $\log_3 5 + \log_3 6$ b) $\log_2 30 - \log_2 15$ c) $\log_4 x^5$

a) $\log_3 5 + \log_3 6 = \log_3 (5 \cdot 6) = \log_3 30$

b) $\log_2 30 - \log_2 15 = \log_2 \left(\frac{30}{15} \right) = \log_2 2 = 1$

c) $\log_4 x^5 = 5 \log_4 x$

4. Toma logaritmos en las siguientes expresiones:

a) $A = \frac{x y z}{t}$ b) $B = x \sqrt{y} \cdot \sqrt{z}$ c) $C = \frac{4 \pi r^3}{3}$

a) $A = \frac{x y z}{t} \rightarrow \log A = \log \left(\frac{x y z}{t} \right)$

$$\log A = \log (x y z) - \log t$$

$$\log A = \log x + \log y + \log z - \log t$$

b) $B = x \cdot \sqrt{y} \cdot \sqrt{z} \rightarrow \log B = \log (x \cdot \sqrt{y} \cdot \sqrt{z})$

$$\log B = \log x + \log \sqrt{y} + \log \sqrt{z}$$

$$\log B = \log x + \log y^{1/2} + \log z^{1/2}$$

$$\log B = \log x + 1/2 \log y + 1/2 \log z$$

c) $C = \frac{4 \pi r^3}{3} \rightarrow \log C = \log \left(\frac{4 \pi r^3}{3} \right)$

$$\log C = \log (4 \pi r^3) - \log 3$$

$$\log C = \log 4 + \log \pi + \log r^3 - \log 3$$

$$\log C = \log 4 + \log \pi + 3 \log r - \log 3$$



Ministerio
del Poder Popular
para la **Educación**
Inclusión y Calidad



Educación Media General

Actividades de Evaluación

Pongamos en práctica lo aprendido.

- 1) Calcula el valor de x aplicando la definición de logaritmo.

a) $\log_2 128 = x$ b) $\log_4 1 = x$ c) $\log_5 0,2 = x$

d) $\ln e^3 = x$ e) $\log_2 \frac{1}{8} = x$ f) $\log_x \frac{1}{16} = -4$

- 2) Desarrolla la siguiente expresión aplicando las propiedades de los logaritmos y luego calcula su valor:

$$\log_2 \left(\frac{2^3 \cdot 3^3}{\sqrt{5}} \right).$$

- 3) Calcula aplicando la definición de logaritmo:

$$\log_2 \left(\frac{1}{2} \right) - \log_5 (625) + \log (100) - \log_3 \left(\frac{1}{27} \right).$$

Aspectos a Evaluar.

- i) Responsabilidad en la realización del trabajo requerido. (4pts)
- ii) Resolución de los ejercicios planteados mediante procesos explicados en la guía (16pts)

Orientaciones Generales

Puedes **COMPLEMENTAR** la información de la guía utilizando:

Canal oficial de cada familia una escuela o por el canal en Youtube.

Matemática de 4to año (Colección Bicentenario)

Matemática de 4to año (Santillana, cualquier edición)

www.wikipedia.org.

Enviar la guía resuelta al correo: marcanom05@gmail.com