Educación Media General

Miércoles 18 de Enero 2021
Docente: Martín Marcano
3er Año “A”

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Preservación de la vida en el planeta, salud y vivir bien.

Tema Generador

Tecnología de la información y comunicación en la cotidianidad.

Referentes Teóricos-Prácticos

Teoremas de Euclides.

Desarrollo del Tema

Euclides fue uno de los más destacados matemáticos de la edad antigua, nació en Alejandría, Egipto, alrededor del año 325 a. C. y muere aprox. el año 265 a. C., se sabe poco de su vida, pero, se dice que enseñó matemática la mayor parte de su vida en Alejandría, donde fundó su escuela. La mayoría de los autores que hablan sobre sus aportes, dicen que era un hombre justo y dispuesto a que las matemáticas avanzaran en cualquier circunstancia.

Su formación estuvo asociada a la academia de platón, este punto de referencia es esencial para entender la naturaleza y los límites de su obra matemática. La obra más conocida y relevante de Euclides se conoce como “Los Elementos”, que contiene 13 libros o capítulos (aunque se añadieron 2 libros más escritos por autores posteriores). Los primeros 6 son sobre geometría plana, los 3 siguientes sobre teoría de números, el décimo sobre inconmensurables, y los tres últimos sobre geometría de sólidos. Por ejemplo, en el libro I, incluye teoremas sobre congruencia, rectas paralelas, el teorema de Pitágoras, construcciones elementales, figuras equivalentes y paralelogramos. Es aquí donde plantea 5 postulados (que se aplican sólo a la geometría) y 5 nociones comunes (que se aplican a todas las ciencias), estas últimas llamadas por Proculus axiomas. En esta obra Euclides recopila, ordena y argumenta los conocimientos geométricos – matemáticos de su época, que ya eran muchos.

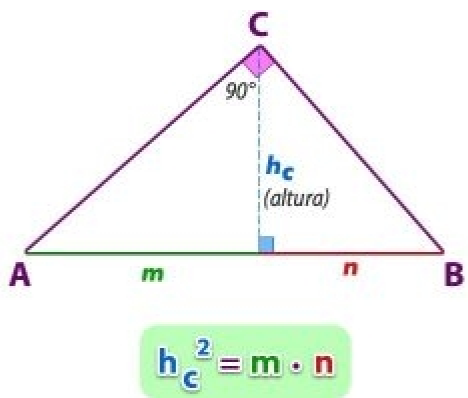
Media Geométrica o Media Proporcional.

Se dice que el segmento x es media geométrica de los segmentos **a** y **b** si $x^2 = a.b$. Por ejemplo, la media geométrica de 7 y 8 es $x=\sqrt{7.8}=\sqrt{56}=\sqrt{2^2.14}=2\sqrt{14}$. A esa cantidad también se le llama media proporcional. Nótese que si x es la media geométrica de **a** y **b**, entonces $x=\sqrt{a.b}$.

Teorema de Euclides referido a la altura.

“ L a altura correspondiente a la hipotenusa de un triangulo rectángulo es la media geométrica de los segmentos que ella determina sobre la hipotenusa”.

El teorema se visualiza en la siguiente figura (1):



Ejemplo:

En un triangulo rectángulo las proyecciones ortogonales de los catetos sobre la hipotenusa miden 4cm y 9 cm. ¿Cuánto mide la altura del triangulo con base en la hipotenusa?

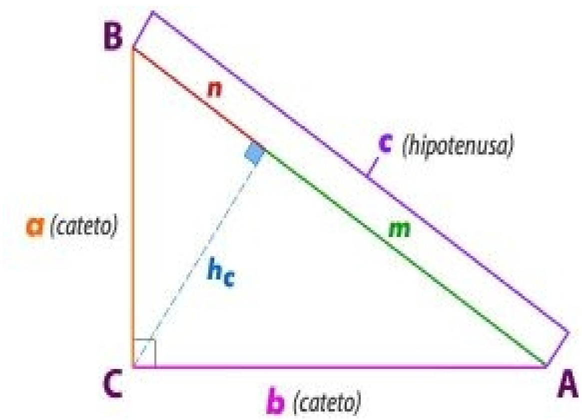
Solución: sea h la altura buscada. Al aplicar el teorema de Euclides se tiene que:

$h^2=(4).(9)=36$_____________ $h=\sqrt{36}=6\,cm$

Teorema de Euclides Referido al Cateto.

"Un cateto en un triangulo rectángulo es la media geométrica de la hipotenusa y de la proyección ortogonal del cateto sobre la hipotenusa".

El teorema se visualiza en la siguiente figura(2):



Para este efecto el teorema de Euclides nos permite establecer las siguientes relaciones sencillas:

$$b^2 = c \cdot m \qquad a^2 = c \cdot n$$

$$m = \frac{b^2}{c} \qquad n = \frac{a^2}{c}$$

Considerando el triangulo anterior, consideremos que $m = 4\text{cm}$ y $n = 9\text{cm}$.¿Cuánto miden los elementos restantes?

Solución:

Calculamos la altura h.

$$h^2 = m.n \to h^2 = (4).(9) = 36 \to h = \sqrt{36} = 6\text{cm}$$

Calculamos el valor de la hipotenusa c.

$$c = m + n = 4 + 9 = 13\text{cm}$$

Determinamos el valor de a.

$a^2 = n.c = (9).(13) = 117 \rightarrow a = \sqrt{117} = \sqrt{3^2.13} = 3\sqrt{13}$ cm

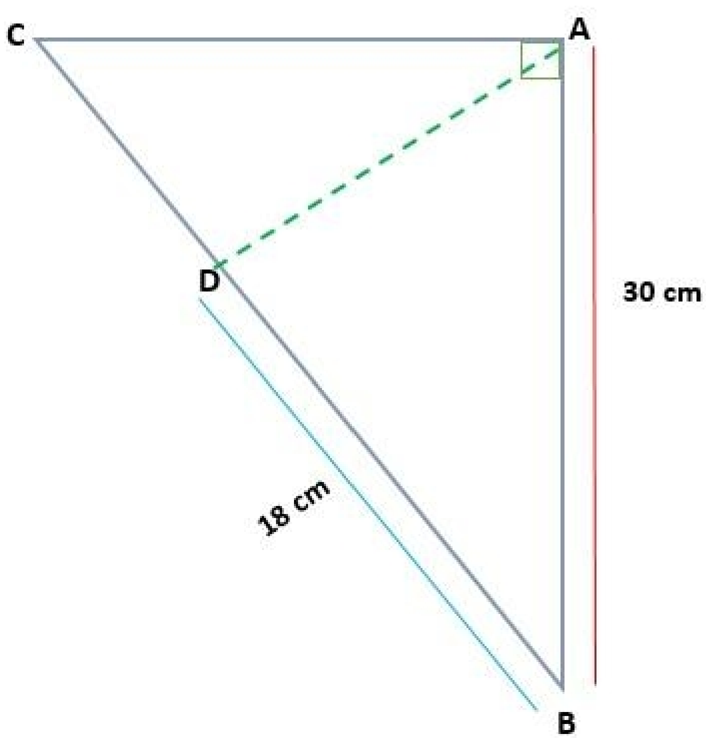
Determinamos el valor de b.

$b^2 = m.c = (4).(13) = 52 \rightarrow b = \sqrt{52} = \sqrt{2^2.13} = 2\sqrt{13}$ cm

Es importante destacar que se deben entender los teoremas de Euclides según su enunciado y no memorizando letras.

Observa como se resuelve el siguiente ejercicio.

Dado el triangulo ABC, rectángulo en A, determinar la medida de AC y AD, si AB=30cm y BD=18cm.



Solución

En este caso se tienen las medidas de uno de los catetos proyectados (BD) y de uno de los catetos del triángulo original (AB). De esa forma se puede aplicar el teorema de los catetos para hallar el valor del cateto BC.

$(AB)^2$= BD * BC

$(30)^2$ = 18 * BC

900 = 18 * BC

BC = 900 ÷ 18

BC = 50 cm

El valor del cateto CD puede ser hallado sabiendo que BC = 50:

CD = BC – BD

CD = 50 – 18 = 32 cm

Ahora sí es posible determinar el valor del cateto AC, aplicando nuevamente el teorema de los catetos:

$(AC)^2$= CD * BD

$(AC)^2$= 32 * 50

$(AC)^2$ = 1600

AC = $\sqrt{1600}$= 40 cm

Educación Media General

Para determinar el valor de la altura (AD) se aplica el teorema referido a la altura, ya que los valores de los catetos proyectados CD y BD son conocidos:

$(AD)^2 = 32 * 18$

$(AD)^2 = 576$

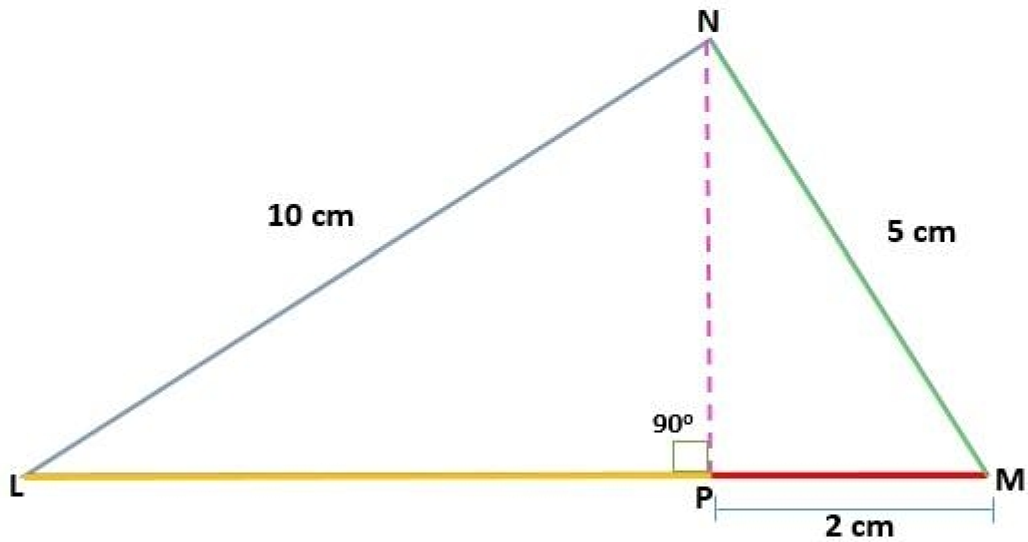
AD = $\sqrt{576}$

AD = 24 cm

Actividades de Evaluación

<u>Pongamos en práctica lo aprendido.</u>

1) Con la ayuda de tu familia en casa y con materiales de provecho, define lo siguiente:
   a) Triangulo Rectángulo.
   b) Catetos de un Triángulo Rectángulo.
   c) Hipotenusa de un Triángulo Rectángulo.
2) Resolver los siguientes ejercicios aplicando el teorema de EUCLIDES.
   a) Considere el triangulo de la figura (2) explicado en la guía y para valores de $n=12cm$ y $h=6cm$, encuentre los elementos restantes(a, b, c y m).
   b) Dibuje un triángulo rectángulo ABC, con ángulo recto en A y Determine el valor de la altura (h), sabiendo las medidas de los segmentos son: AC=10cm, BA = 5cm y CB =$5\sqrt{5}$cm.
   c) Determinar el valor de los segmentos NP y LP de un triángulo MNL, rectángulo en N, sabiendo las medidas de los segmentos:



Aspectos a Evaluar.

i) Responsabilidad en la realización del trabajo requerido. (4pts)
ii) Resolución de los ejercicios planteados mediante procesos explicados en la guía y en la programación de TV.(16pts)

Orientaciones Generales

Puedes **COMPLEMENTAR** la información de la guía utilizando:
Canal oficial de cada familia una escuela o por el canal en Youtube (buscar en Youtube programa de fecha 13/01/21).
Matemática de 3er año (Colección Bicentenario)
Matemática de 3er año (Santillana, cualquier edición)

www.wikipedia.org.