Viernes, 14 de Mayo 2021
Docente: Martín Marcano
5 to Año “A y B”

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Preservación de la vida en el planeta, salud y vivir bien.

Tema Generador

Responsabilidad escolar y comunitaria para el ejercicio de la prevención del covid-19.

Referentes Teóricos-Prácticos

Matrices.
Operaciones con Matrices.

Desarrollo del Tema

Una matriz es una arreglo rectangular donde se ordenan los números reales mediante coordenadas reflejadas en los subíndices.
La dimensión de una matriz se representa como la multiplicación de la dimensión de la fila con la dimensión de la columna. Denominamos (m) para la dimensión de las filas y (n) para la dimensión de las columnas. Entonces, una matriz *mxn* tendrá *m* filas y *n* columnas.

Suma y resta.
La unión de dos o más matrices solo puede hacerse si dichas matrices tienen la misma dimensión.
Cada elemento de las matrices puede sumarse con los elementos que coincidan en posición en diferentes matrices.
En el caso de restar dos o más matrices se sigue el mismo procedimiento que usamos para sumar dos o más matrices.
En otras palabras, cuando sumamos o restamos matrices nos vamos a fijar en:

1. Las matrices compartan la misma dimensión.
2. Sumar o restar los elementos con la misma posición en matrices distintas.

$$\text{Sumar: } \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{pmatrix}$$

$$\text{Restar: } \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{pmatrix}$$

Como hemos dicho, primero comprovamos que sean matrices de igual dimensión. En este caso, son dos matrices 2×2. A continuación, sumamos los elementos que tienen las mismas coordenadas. Por ejemplo, (d) y (h) comparten la misma posición en matrices distintas. La posición, denotada como **P**, para (d) y (h) es P_{22} que significa segunda fila-segunda columna.

Ejemplo práctico:

$$\boldsymbol{A_{2X3}} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 4 & 7 & -2 \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{B_{2X3}} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -6 \\ -9 & 10 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 5 & 17 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & -6 & 11 \\ 13 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Cuando restamos matrices es como en álgebra común, multiplicamos por (-1) la matriz que tiene el signo de restar delante. En este caso es la matriz B.

<u>Producto escalar de un numero por una matriz.</u>

Tambien podemos multiplicar un numero "k" por una matriz, la idea es que el escalar multiplica a cada uno de los elementos de la matriz. Veamos los siguientes ejemplos:

1) $2A = 2\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -8 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot(-2) & 2\cdot 4 \\ 2\cdot(-8) & 2\cdot 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ -16 & 12 \end{pmatrix}$

1) $\frac{1}{2}A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -8 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\cdot(-2) & \frac{1}{2}\cdot 4 \\ \frac{1}{2}\cdot(-8) & \frac{1}{2}\cdot 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$

Veamos el siguiente ejemplo donde multilicamos las matrices por escalares y luego restamos las matrices:

$$3\cdot\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & -2\\ -1 & 2 & -1\end{pmatrix}-\frac{1}{3}\begin{pmatrix}3 & 10 & -6\\ 2 & -27 & -15\\ 9 & 2 & -3\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}3\cdot 1 & 3\cdot 0 & 3\cdot 1\\ 3\cdot 0 & 3\cdot 2 & 3\cdot(-2)\\ 3\cdot(-1) & 3\cdot 2 & 3\cdot(-1)\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3/3 & 10/3 & -6/3\\ 2/3 & -27/3 & -15/3\\ 9/3 & 2/3 & -3/3\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}3 & 0 & 3\\ 0 & 6 & -6\\ -3 & 6 & -3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 10/3 & -2\\ 2/3 & -9 & -5\\ 3 & 2/3 & -1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}3-1 & 0-10/3 & 3-(-2)\\ 0-2/3 & 6-(-9) & -6-(-5)\\ -3-3 & 6-2/3 & -3-(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -10/3 & 5\\ -2/3 & 15 & -1\\ -6 & 16/3 & -2\end{pmatrix}$$

<u>Multiplicación de Matrices</u>.
Generalmente, la multiplicación de matrices no cumple la propiedad conmutativa, es decir, importa el orden de los elementos durante la multiplicación.
Sean R y X dos matrices, entonces se cumple que:

RX ≠ XR

Para multiplicar dos matrices necesitamos que el número de columnas de la primera matriz sea igual al número de filas de la segunda matriz.

$$A_{m\times n}\,.\,B_{n\times p}=C_{m\times p}$$

Deben ser iguales para que
pueda realizarse el producto de matrices

Es evidente que si las matrices tienen el mismo orden se pueden multiplicar. En ese orden de ideas, cuando las matrices sean de orden diferente debemos verificar si cumple la condicion anterior para poder multiplicarlas.

Ejemplos prácticos:

Sean las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}2&0&1\\3&0&0\\5&1&1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&2&1\\1&1&0\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}1&-3&6\\5&0&-2\end{pmatrix};D=\begin{pmatrix}1&-3\\9&2\\3&0\end{pmatrix};E=\begin{pmatrix}-1&\frac{2}{3}\\3&-3\end{pmatrix};$$

$$F=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&3\\4&-2\end{pmatrix}$$

Calcular:

a) E.F

b) C.D

c) A.B

Solucion (a):

$$E.F=\begin{pmatrix}-1&\frac{2}{3}\\3&-3\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&3\\4&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(-1).\frac{1}{2}+\frac{2}{3}.4&(-1).3+\frac{2}{3}.(-2)\\3.\frac{1}{2}+(-3).4&3.3+(-3).(-2)\end{pmatrix}$$

Luego: $E.F=\begin{pmatrix}\left(\frac{-1}{2}\right)+\frac{8}{3}&(-3)+\left(\frac{-4}{3}\right)\\\frac{3}{2}+(-12)&9+6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{13}{6}&\frac{-13}{3}\\\frac{-21}{2}&15\end{pmatrix}$

Es importante resaltar que se debe multiplicar la fila 1 de la primera matriz por la columna 1 de la segunda para hallar a_{11}, luego multiplicamos la fila 1 de la primera matriz por la columna 2 de la segunda matriz para hallar $a_{12.}$ Bajo un proceso analogo partiendo de la fila 2 de la primera matriz hallamos a_{21} y $a_{22.}$

Solucion(b):

$$C.D=\begin{pmatrix}1&-3&6\\5&0&-2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}1&-3\\9&2\\3&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1.1+(-3).9+6.3&1.(-3)+(-3).2+6.0\\5.1+0.9+(-2).3&5.(-3)+0.2+(-2).0\end{pmatrix}$$

Finalmente: $C.D=\begin{pmatrix}-8&-9\\-1&-15\end{pmatrix}$

Notese que las matrices no tienen el mismo orden, pero la multiplicacion es posible ya que el numero de columnas de la primera matriz(primer factor) es igual al numero de filas de la segunda matriz(segundo factor).

Solucion (c):

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2\cdot 1 + 0\cdot 1 + 1\cdot 1 & 2\cdot 0 + 0\cdot 2 + 1\cdot 1 & 2\cdot 1 + 0\cdot 1 + 1\cdot 0 \\ 3\cdot 1 + 0\cdot 1 + 0\cdot 1 & 3\cdot 0 + 0\cdot 2 + 0\cdot 1 & 3\cdot 1 + 0\cdot 1 + 0\cdot 0 \\ 5\cdot 1 + 1\cdot 1 + 1\cdot 1 & 5\cdot 0 + 1\cdot 2 + 1\cdot 1 & 5\cdot 1 + 1\cdot 1 + 1\cdot 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 7 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Actividades de Evaluación

Pongamos en práctica lo aprendido.

*) Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{4} & 1 \\ 3 & -3 & 0 \\ 5 & 1 & \frac{1}{5} \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & \frac{5}{2} \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-2}{5} & 1 \\ 5 & 2 & -2 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$E=\begin{pmatrix}-1 & \frac{2}{3} \\ 4 & 3\end{pmatrix};F=\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & 1 \\ 1 & -3\end{pmatrix}$$

Hallar si es posible, de no ser posible, justicar:

a) 2A – 3B
b) C.D
c) D.C
d) F+C
e) D.F
f) F.D
g) A.D + $\frac{3}{2}$ D

Aspectos a Evaluar.

i) Responsabilidad en la realización del trabajo requerido. (4pts)
ii) Resolución de los ejercicios planteados mediante procesos explicados en la guía y en la programación de Tv.(16pts)

Orientaciones Generales

Puedes **COMPLEMENTAR** la información de la guía utilizando:
Canal oficial de cada familia una escuela o por el canal en Youtube.
Matemática de 5TO año (Colección Bicentenario)
Matemática de 5TO año (Santillana, cualquier edición)

www.wikipedia.org.