Área de Formación: Matemática.

Docente: Jorge Ostos.

Año: 1er año A y B.

Contenido: Números Racionales

Teléfono: 04124598692

Correo: j.ostos95@gmail.com

Tema Indispensable

Preservación de la vida en el planeta, salud y bien.

Tema Generador

Responsabilidad escolar y comunitaria para el ejercicio de la prevención del covid

Referentes Teóricos-Prácticos

Fracciones

Desarrollo del Tema

Los números racionales es un conjunto numérico que se representa mediante el símbolo "Q", abarca una gran cantidad de números dentro de sus elementos. Si recorremos un poco la historia, podemos encontrar que muchos fueron los matemáticos y personajes que aportaron durante décadas y décadas para su creación, primero surgieron los números naturales para la organización y conteo de muchas cosas en la época, con el paso del tiempo descubrieron que aparte de los números positivos, también existían los números negativos, es cuando surgen los números enteros, estos eran usados para calcular la temperatura bajo cero, por decir un ejemplo. Con el paso de los años debido a la insuficiencia de los números naturales y enteros a la hora de medir y resolver ejercicios más exactos, es cuando surgen los números racionales, los cuales abarcan los números naturales y enteros, agregándoles los números que tienen decimales. Estos son los que les permitía medir con exactitud.

Observa la siguiente situación:

Tres amigos cavernícolas salen en búsqueda de frutas para recolectar. Pasan todo el día buscando y solo encuentran cuatro sandías. Si reparten todo lo que encontraron en porciones iguales, ¿cuánto corresponde a cada uno de ellos?

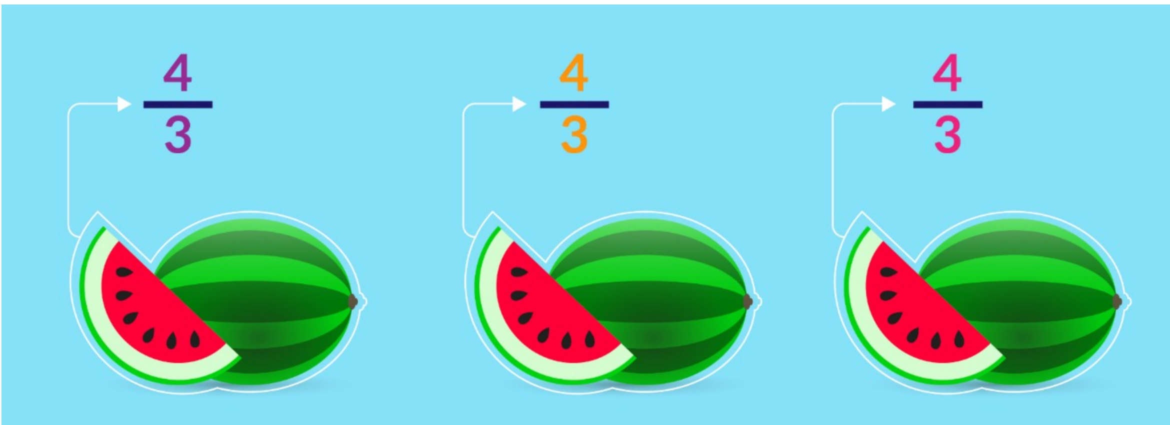
¿Cómo se distribuyen 4 unidades en tres partes iguales?

Les debe pertenecer más de una sandía pues ellos son tres y lograron recolectar más que ese número. Les correspondería dos si hubieran encontrado seis, pero no encontraron sino cuatro. Así, el número que representa la cantidad de sandía que les corresponde se encuentra entre 1 y 2.

¿Conoces algún natural o entero que represente cuánto corresponde a cada uno? Fíjate que queremos representar el resultado de dividir una cantidad entera en cierto número de partes iguales, en este caso dividir cuatro entre tres.

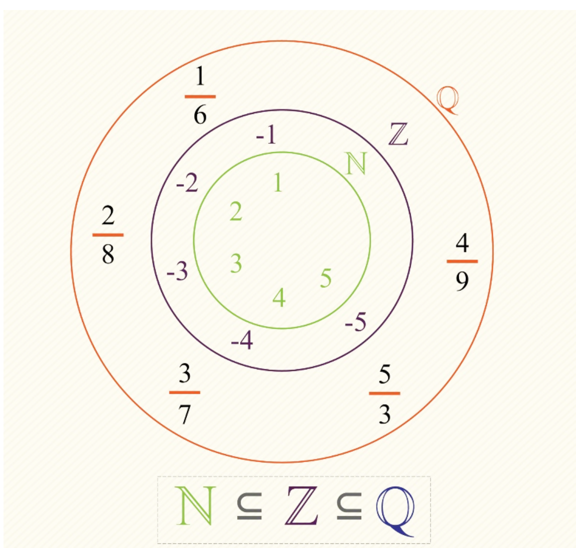
Como se quieren dividir cuatro sandias en tres partes iguales, representamos cada parte con la expresión $\frac{4}{3}$, que podemos leer simplemente como "cuatro sobre tres". En este caso, 4 es el numerador y 3 es el denominador.

Una forma de solucionar el problema de los tres amigos es dar a cada uno una sandía y dividir la restante en tres, dando a cada uno la fracción que le corresponde.



Tenemos ahora los símbolos necesarios para representar no solo unidades enteras, sino que además podremos representar fracciones o partes de unidad.

Llamaremos **conjunto de números racionales**, al conjunto de todas las posibles expresiones del tipo $\frac{a}{b}$ donde a y b son números enteros y b es diferente de cero. Representaremos este conjunto por medio del símbolo Q.



En esta imagen podemos ver los conjuntos numéricos que conocemos hasta ahora, los números naturales están contenidos dentro del conjunto de los enteros y estos a su vez están contenidos dentro del conjunto de los números racionales

Suma y resta de números racionales

La suma (resta) de números racionales se realiza en función de sus denominadores: si tienen el mismo o diferente denominador.

Con el mismo denominador:

Se suman o se restan los numeradores y se mantiene el denominador.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

Ejemplos:

$$\frac{5}{7} + \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{5}{7} - \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$$

Con diferente denominador:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a\,.\,d + c\,.\,d}{b\,.\,d}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \,.\, d - c \,.\, d}{b \,.\, d}$$

Ejemplo:

$$\frac{5}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5 \,.\, 6 + 4 \,.\, 1}{4 \,.\, 6} = \frac{34}{24}$$

Propiedades de la suma de números racionales

Para cualesquiera $a, b \in \mathbb{Q}$ se satisfacen las siguientes propiedades:

1. **Interna.** La suma de números racionales es de nuevo un número racional

$$a + b \in \mathbb{Q}$$

Este símbolo matemático "Є" significa pertenece, a y b dos números racionales cualquiera.

2. **Asociativa.** Sumar los dos primeros números y al resultado añadir un tercer número, es igual a que al primer número se le añada el resultado de la suma del segundo con el tercer número

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{8} \;=\; \frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right)$$

$$\frac{2+1}{4}+\frac{3}{8} \;=\; \frac{1}{2}+\frac{2+3}{8}$$

$$\frac{3}{4}+\frac{3}{8} \;=\; \frac{1}{2}+\frac{5}{8}$$

$$\frac{6+3}{8} \;=\; \frac{4+5}{8}$$

$$\frac{9}{8} \;=\; \frac{9}{8}$$

Ambos resultados son iguales, no importa como asociemos las cantidades.

3. **Conmutativa.** Si se intercambian los sumandos, el resultado es el mismo

$$a+b=b+a$$

Ejemplo:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4} \;=\; \frac{1}{4}+\frac{1}{2}$$

$$\frac{2+1}{4} \;=\; \frac{1+2}{4}$$

$$\frac{3}{4} \;=\; \frac{3}{4}$$

4. **Elemento neutro.** Existe un elemento $0 \in \mathbb{Q}$ tal que al sumarlo con un número el resultado sigue siendo el mismo número.

$$a+0=a$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{4} + 0 = \frac{3}{4}$$

5. **Elemento opuesto.** Todo número racional posee un opuesto, tal que al sumar ambos el resultado es el elemento neutro

$$a + (-a) = 0$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3-3}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

El opuesto del opuesto de un número es igual al mismo número:

$$-(-a) = a$$

Multiplicación de números racionales:

El resultado de multiplicar dos números racionales es de nuevo un racional cuyo numerador se obtiene de la multiplicación de los numeradores y el denominador de la multiplicación de los denominadores

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Ejemplo:

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{24}$$

Propiedades de la multiplicación de números racionales

Para cualesquiera $a, b \in \mathbb{Q}$ se satisfacen las siguientes propiedades

1. **Interna.** La multiplicación de dos racionales es un racional

$$a \cdot b \in \mathbb{Q}$$

2. **Asociativa.** Multiplicar los dos primeros números y al resultado multiplicarlo por un tercer número, es igual a que al primer número se le multiplique el resultado de la multiplicación del segundo con el tercer número

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}\right)$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{20}$$

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{40}$$

3. **Conmutativa.** El resultado de una multiplicación se preserva al intercambiar los multiplicandos

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{40}$$

4. **Elemento neutro.** Existe un elemento $1 \in \mathbb{Q}$ tal que al multiplicarlo con un número, el resultado sigue siendo el mismo número

$$a \cdot 1 = a$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{8} \cdot 1 = \frac{3}{8}$$

5. **Elemento inverso.** Todo número racional diferente de cero posee un opuesto, tal que al multiplicar ambos el resultado es el elemento neutro de la multiplicación

$$a \cdot a^{-1} = 1$$

Ejemplo:

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{3}{8} = 1$$

6. **Distributiva**

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{4} &= \frac{1}{8} + \frac{3}{4} \\ \frac{7}{8} &= \frac{7}{8} \end{aligned}$$

División de números racionales

El resultado de dividir dos números racionales es de nuevo un racional cuyo numerador se obtiene multiplicando los extremos y el denominador de multiplicar los medios

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ejemplo:

$$\frac{5}{7} \div \frac{1}{6} = \frac{5 \cdot 6}{7 \cdot 1} = \frac{30}{7}$$

Leyenda de símbolos utilizados:

÷ División

= Igualdad

+ Signo de suma

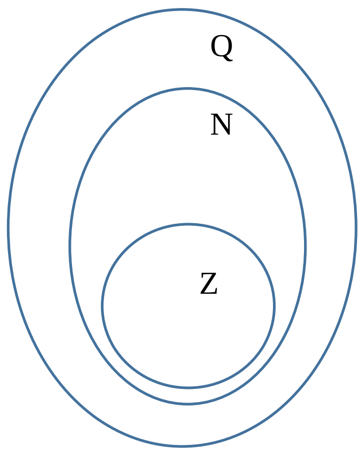
- Signo de resta

. Signo de multiplicación

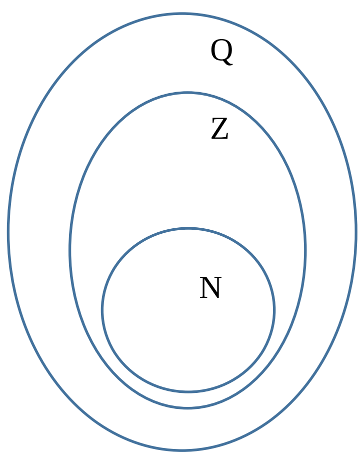
Actividades de Evaluación

1. Determina cual de los siguientes diagramas está bien expresado

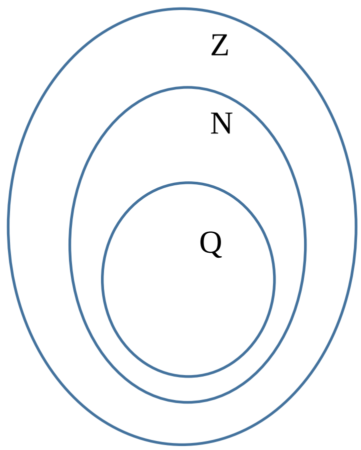
   1.1.



   1.2.



1.3.



2. Verdadero o Falso:
   2.1. ¿Todo número entero es un número natural?
   2.2. ¿Los números racionales incluyen a los números naturales?
   2.3. ¿Los números naturales están contenidos dentro de los números enteros?
   2.4. ¿Los números enteros contienen a los números naturales?

3. Marca con una “x” los conjuntos a los que pertenece cada número dados en el siguiente cuadro:

	Natural	Entero	Racional
-64			
5/4			
25			
-3			
-1			
4			
-6/8			
-3		x	x

En el ejemplo mostrado se indicó los conjuntos a los que pertenece el -3, como bien sabemos no puede ser natural porque es un numero negativo.

4. Ordena los siguientes números de mayor a menor:

A= {30, 10/100 , 0, -12, -36/6, 20}

B= {-5, 10/2, -36, 0, 7, 4/6, -2}

C= {-7/8, 2, -9, 1, 7, 0, -4}

5. Resuelve las siguientes operaciones:

5.1. $\frac{6}{7}-\frac{4}{7}=$

5.2. $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$

5.3. $\frac{7}{8}-\frac{5}{12}$

5.4. $\frac{7}{10}-\frac{3}{4}=$

5.5. $\frac{5}{6}+\frac{3}{20}=$

5.6. $\frac{1}{5}-\frac{2}{3}$

5.7. $\frac{1}{10}\div\frac{2}{16}$

5.8. $\frac{10}{3}\cdot\frac{-4}{9}$

5.9. $1 \cdot \frac{3}{5}$

5.10. $\frac{1}{2} \div \frac{2}{3}$

5.11. $\frac{7}{4} - \left(\frac{5}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}\right)$