Martes 19 de Enero 2021
Docente: Martín Marcano
4to Año “A y B”

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Preservación de la vida en el planeta, salud y vivir bien.

Tema Generador

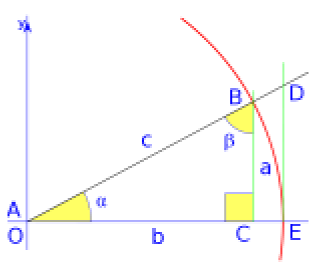
Tecnología de la información y comunicación en la cotidianidad.

Referentes Teóricos-Prácticos

Razones trigonométricas en un triangulo rectángulo.

Desarrollo del Tema

La trigonometría es una rama de la matemática, cuyo significado etimológico es “la medición de los triángulos”. Deriva de los términos griegos τριγωνο trigōno triángulo y μετρον metron medida.

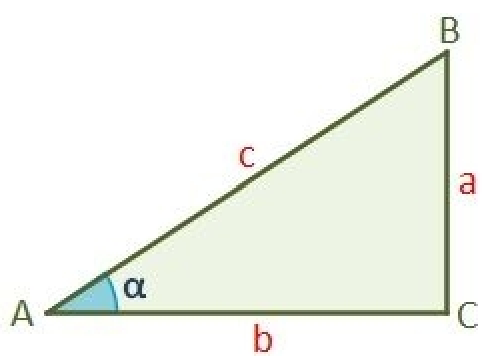


En términos generales, la trigonometría es el estudio de las razones y funciones trigonométricas: seno, coseno; tangente, cotangente; secante y cosecante. Interviene directa o indirectamente en las demás ramas de la matemática y se aplica en todos aquellos ámbitos donde se requieren medidas de precisión. La trigonometría se aplica a otras ramas de la geometría, como es el caso del estudio de las esferas en la geometría del espacio.

Posee numerosas aplicaciones: las técnicas de triangulación, por ejemplo, son usadas en astronomía para medir distancias a estrellas próximas, en la medición de distancias entre puntos geográficos, y en sistemas de navegación por satélites.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN UN TRIANGULO RECTÁNGULO.

Consideremos el siguiente triangulo rectángulo en C.



Las **razones trigonométricas** de un ángulo α son las razones obtenidas entre los tres lados de un triángulo rectángulo. Es decir, la comparación por su cociente de sus tres lados *a*, *b* y *c*.

Sea α uno de los ángulos agudos del triángulo rectángulo.

El **seno** del **ángulo α** se define como la **razón** entre el cateto opuesto (*a*) y la hipotenusa (*c*).

$$sen\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{c}$$

El **coseno** del **ángulo α** se define como la **razón** entre el cateto adyacente (*b*) y la hipotenusa (*c*).

$$\cos\alpha = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{b}{c}$$

La **tangente** del **ángulo α** se define como la **razón** entre el cateto opuesto (*a*) y el cateto adyacente (*b*).

$$tg\,\alpha = \frac{cateto\,opuesto}{cateto\,adyacente} = \frac{a}{b}$$

Luego tenemos las razones trigonométricas reciprocas.

La razón trigonométrica reciproca de la razón seno es la cosecante definida como:

$$csc\,\alpha = \frac{1}{sen\,\alpha} = \frac{c}{a}$$

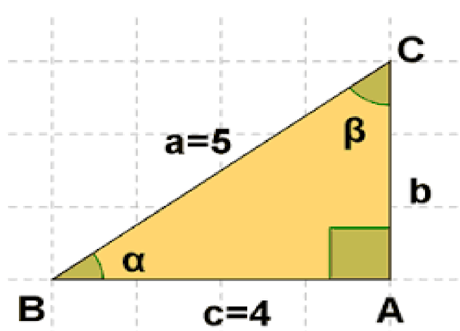
La razón trigonométrica reciproca de la razón coseno es la secante definida como:

$$sec\,\alpha = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{c}{b}$$

La razón trigonométrica reciproca de la razón tangente es la cotangente definida como:

$$ctg\,\alpha = \frac{1}{tg\,\alpha} = \frac{b}{a}$$

Consideremos el siguiente triangulo rectángulo:



Vamos a determinar las razones trigonométricas con respecto al ángulo α, para ello primero calculamos el lado que falta aplicando el teorema de Pitágoras:

$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 5^2 = b^2 + 4^2 \rightarrow b^2 = 5^2 - 4^2 \rightarrow b = \sqrt{5^2 - 4^2} \rightarrow b = \sqrt{25 - 16} \rightarrow b = \sqrt{9} = 3$

Luego:

$sen\,\alpha = \frac{3}{5}$, $\cos\alpha = \frac{4}{5}$, $tg\,\alpha = \frac{3}{4}$, $csc\,\alpha = \frac{5}{3}$, $sec\,\alpha = \frac{5}{4}$ y $ctg\,\alpha = \frac{4}{3}$

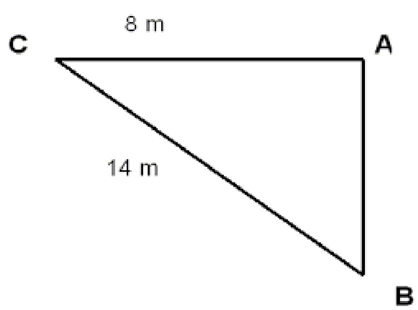
Es importante destacar que no solo se pueden hallar las razones trigonométricas con respecto al ángulo α, sino que también se pueden determinar con respecto al ángulo β, así tenemos:

$sen\,\beta=\frac{4}{5}$, $\cos\beta=\frac{3}{5}$, $tg\,\beta=\frac{4}{3}$, $csc\,\beta=\frac{5}{4}$, $sec\,\beta=\frac{5}{3}$ y $ctg\,\beta=\frac{3}{4}$

De lo cual se concluye que:

$sen\,\alpha=\cos\beta$ y $\cos\alpha=sen\,\beta$.

Veamos otro ejemplo; consideremos el triangulo ABC con ángulo recto en A, α ubicado en el vértice C y β ubicado en el vértice B.



Por el teorema de Pitágoras: $14^2=(AB)^2+8^2 \rightarrow (AB)^2=14^2-8^2 \rightarrow AB=\sqrt{14^2-8^2}$

$\rightarrow AB=\sqrt{196-64} \rightarrow AB=\sqrt{132}=\sqrt{2^2.33}=2\sqrt{33}$

(Recuerde que si la cantidad subradical es un número compuesto, el radical debe simplificarse)

Como el ángulo α está ubicado en el vértice C, tenemos que:

$sen\,\alpha=\frac{2\sqrt{33}}{14}=\frac{\sqrt{33}}{7}$,

$\cos\alpha=\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$,

$$tg\,\alpha=\frac{2\sqrt{33}}{8}=\frac{\sqrt{33}}{4},$$

$$csc\,\alpha=\frac{14}{2\sqrt{33}}=\frac{7}{\sqrt{33}}\cdot\frac{\sqrt{33}}{\sqrt{33}}=\frac{7\sqrt{33}}{33},$$

$$sec\,\alpha=\frac{14}{8}=\frac{7}{4},$$

$$ctg\,\alpha=\frac{8}{2\sqrt{33}}=\frac{4}{\sqrt{33}}\cdot\frac{\sqrt{33}}{\sqrt{33}}=\frac{4\sqrt{33}}{33},$$

Es importante destacar que los resultados de las razones trigonométricas deben simplificarse y racionalizarse si el caso lo amerita.

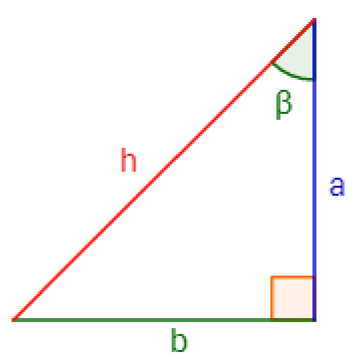
Se deja como ejercicio determinar las 6 razones trigonométricas con respecto al ángulo β.

Actividades de Evaluación

Pongamos en práctica lo aprendido.

1) Con la ayuda de tu familia en casa y con materiales de provecho, define lo siguiente:
   a) Triangulo Rectángulo.
   b) Catetos de un Triángulo Rectángulo.
   c) Hipotenusa de un Triángulo Rectángulo.

2) Considere el triangulo de la siguiente figura con $a=10$ y $b=8$. Determine y simplifique las 6 razones trigonométricas con respecto al ángulo β.



3) Dibuje un triángulo rectángulo ABC, con ángulo recto en A. Si la hipotenusa es igual a $4\sqrt{3}$ y el cateto adyacente al ángulo α es igual a 4, determine y simplifique las 6 razones trigonométricas con respecto al ángulo α .

Aspectos a Evaluar.

i) Responsabilidad en la realización del trabajo requerido. (4pts)
ii) Resolución de los ejercicios planteados mediante procesos explicados en la guía y en la programación de TV(16pts)

Orientaciones Generales

Puedes **COMPLEMENTAR** la información de la guía utilizando:
Canal oficial de cada familia una escuela o por el canal en Youtube (buscar en Youtube programa de fecha 13/01/21).
Matemática de 4to año (Colección Bicentenario)
Matemática de 4to año (Santillana, cualquier edición)

www.wikipedia.org.