Educación Media General

Lunes, 11 de abril 2022.
Docente: Yaritza Maita.
1er Año “A” y “B”

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Conocimiento del espacio geográfico e historia de Venezuela. Procesos económicos y sociales. Conformación de la población. Las familias y comunidades.

Tema Generador

Tradiciones y evolución históricas.

Referentes Teóricos-Prácticos

Número Racionales Q.

- ✓ Definición.
- ✓ Representación Gráfica.
- ✓ Orden.
- ✓ Clasificación.
- ✓ Fracción equivalente.
- ✓ Operaciones en Q.
- ✓ Ecuaciones en Q.

Desarrollo del Tema

Números racionales “Q”.

Un número racional es un número que representa el conjunto de todas las fracciones equivalentes a una dada. El conjunto de los números racionales se denomina con la letra Q.

Los números racionales positivos se denotan con la letra Q^+ y los racionales negativos con Q^- .

$$Q^- = \left\{ \ldots \frac{-5}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{-1}{3}, \frac{-1}{5} \ldots \right\}$$

$$Q^+ \left\{ \ldots \frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5} \ldots \right\}$$

Un número racional es positivo si los términos de las fracciones que los representan tienen signos iguales. Ejemplos: $\frac{-2}{-3}, \frac{-5}{-4}, \frac{+1}{+2}, \frac{+2}{+4}$; es negativo si los signos que lo representan son diferentes. Ejemplos: $\frac{+2}{-4}, \frac{-1}{+2}, \frac{-3}{+7}$

Es decir: $Q^- \subset Q$

$Q^+ \subset Q$

El conjunto de los números racionales está formado también por el conjunto de los números enteros. Esto indica que los números racionales es una extensión de los números enteros y estos a la ve son extensión de los números naturales.

De manera que:

$N \subset Z$ $\qquad\qquad$ $\subset$ Subconjunto

$Z \subset Q$

Es decir: $N \subset Z \subset Q$

Q* representa todos los números racionales distinto de cero.

$$Q^* = \left\{ \ldots\ldots \frac{-5}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{-1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{2} \ldots\ldots \right\}$$

Estos números racionales también lo podemos representar en la recta numérica.

Educación Media General

Representación gráfica en Q.

Ejemplo:

1) Representa las siguientes fracciones en la recta numérica.

a) $\frac{1}{2}$ Dividimos

10 | 2
0 0,5

Resultado decimal

b) $\frac{4}{5}$ Dividimos

40 | 5
0 0,8

Resultado decimal

c) $\frac{-1}{2}$ Dividimos

10 | 2
0 0,5

d) $\frac{-5}{2}$ Dividimos

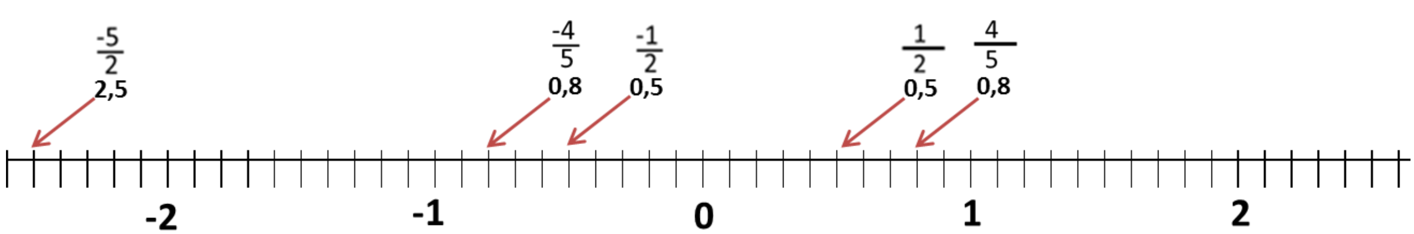
5 | 2
10 2,5
0

e) $\frac{-4}{5}$ Dividimos

40 | 5
0 0,8

Las fracciones negativas las ubicamos hacia la izquierda del cero, es decir, en los entero negativos.

RECTA NUMÉRICA



Ubicamos primero los números naturales luego dividimos la fracción y su resultado decimal lo ubicamos en la recta numérica.

También podemos establecer una relación de orden en el conjunto Q.

Orden en Q.

Tomando en cuenta los siguientes signos:

< "menor que"

> "mayor que"

= "Igual que"

También podemos establecer una relación de orden en el conjunto Q.

Dado dos números racionales $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, se cumple que:

a) $\frac{a}{b}$ es menor que $\frac{c}{d}$, es decir $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ si se cumple que a.d < b.c

Ejemplo:

$\frac{1}{2} < \frac{4}{3}$, ya que 1.3 < 4.2

3 < 8

b) $\frac{a}{b}$ es mayor que $\frac{c}{d}$, es decir $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, si se cumple a.d > b.c

Ejemplo:

$\frac{5}{2} > \frac{1}{3}$, ya que 5.3 > 2.1

15 2

c) $\frac{a}{b}$ es igual a $\frac{c}{d}$, es decir $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, si se cumple a.d = b.c

Ejemplo:

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$, ya que 2.3 = 2.3

6 = 6

Clasificación

- **Fracción Unidad:** Es donde el numerador es igual al denominador, es decir, a/b es una fracción unidad si a=b.
  Ejemplos:
  $$\frac{5}{5}, \frac{6}{6}, \frac{15}{15}, \frac{20}{20}$$

- **Fracción Impropia:** Una fracción a/b es impropia si |a| > |b|, es decir, el numerador mayor que el denominador, su resultado es mayor que 1.

  Ejemplos:

$$\frac{8}{7},\ \frac{16}{5},\ \frac{23}{2}$$

- **Fracción Propia:** Una fracción a/b es propia si |a| < |b|, es decir, el numerador menor que el denominador, su resultado es menor que 1.

  Ejemplos:

$$\frac{1}{2},\ \frac{5}{7},\ \frac{8}{9},\ \frac{11}{13}$$

- **Fracción Nula:** Una fracción es nula si su numerador es igual a cero.

  Ejemplos:

$$\frac{0}{5},\ \frac{0}{7},\ \frac{0}{15},\ \frac{0}{21}$$

- **Fracción Entera:** Una fracción a/b es entera si se cumple que a ÷ b, es decir, el numerador debe ser múltiplo del denominador.

  Ejemplo.

$$\frac{10}{5},\ \frac{20}{4},\ \frac{28}{7}$$

- **Fracción Decimal: U**na fracción es decimal si el denominador es la unidad seguida de cero.

  Ejemplos:

$$\frac{5}{10},\ \frac{2}{100},\ \frac{3}{1000}$$

<u>Operaciones en Q.</u>

Recordando

Partes de una Fracción

Numerador

$$\frac{a}{b}$$

Denominador

❖ Adición y sustracción de fracciones con igual denominador

Para sumar o restar dos o más fracciones con igual denominador, sumamos o restamos los numeradores y dejamos el mismo denominador.

Ejemplo:

a) $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} + \frac{3}{5}$

$$\frac{2-1}{5} = \frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

❖ Adición y sustracción de fracciones con distinto denominador.

Para sumar o restar dos o más fraccione con diferentes denominadores, primero se convierten las fracciones dadas en fracciones equivalentes con igual denominador usando el m.c.m y luego se suman o restan las fracciones obtenidas.

Ejemplo:

1) Realiza las siguientes operaciones de fracciones.

a) $\frac{4}{3} - \frac{1}{4} + \frac{5}{9}$

Pasos:

1) Se calcula el m.c.m de:

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$3 = 3$ $\quad 4 = 2^2$ $\quad 9=3^2$

m.c.m (3, 4 y 9)= $= 3^2 . 2^2$

$= 9 . 4$

$= 36$

Será el Denominador

Quedando así.

$$\frac{?}{36} - \frac{?}{36} + \frac{?}{36}$$

Luego calculamos los numeradores

2) Se divide el m.c.m entre cada denominador anterior y su resultado se multiplica por cada numerador de la fracción original, luego este representará el valor del numerador.

$$36 \div 3 = 12 \text{ x } 4 = 48$$

$$36 \div 4 = 9 \text{ x } 1 = 9$$

$$36 \div 9 = 4 \text{ x } 5 = 20$$

Resultados de los numeradores

Entonces sustituimos los numeradores

$$\frac{48}{36} - \frac{9}{36} + \frac{20}{36}$$

3) Luego aplicamos la operación de fracción con igual denominador.

$$\frac{48 - 9 + 20}{36} = \frac{39 + 20}{36} = \frac{59}{36}$$

b) $$\frac{12}{4} + \frac{3}{5}$$

Se calcula el m.c.m de:

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$4 = 2^2$ $\quad 5 = 5$

$$\text{m.c.m (4 y 5)} = 2^2 . 5$$
$$= 4 . 5$$
$$= 20$$

Será el Denominador

Quedando así.

$$\frac{?}{20} + \frac{?}{20}$$

Luego calculamos los numeradores

$20 \div 4 = 5 \times 12 = 60$

$20 \div 5 = 4 \times 3 = 12$

Resultados de los numeradores

Entonces sustituimos los numeradores

$$\frac{60}{20} + \frac{12}{20} = \frac{60 + 12}{20} = \frac{72}{20}$$

- **Propiedades de la adición.**

1) **Conmutativa:** El orden de los sumando no altera la suma.

Ejemplo:

a) $$\frac{12}{2} + \frac{1}{2} = \frac{13}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{12}{2} = \frac{13}{2}$$

2) **Asociativa**: Al agrupar dos o más sumando de diferentes formas, se obtiene la misma suma.

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{3}\right) + \frac{5}{3} = \frac{2}{3} + \left(\frac{4}{3} + \frac{5}{3}\right)$$

$$\frac{6}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2}{3} + \frac{9}{3}$$

$$\frac{11}{3} = \frac{11}{3}$$

3) **Elemento neutro**: Cualquier número sumado con cero da como resultado el mismo número.

Ejemplo: $$\frac{50}{3} + 0 = \frac{50}{3}$$

Educación Media General

❖ Multiplicación de fracciones

Para multiplicar dos o más fracciones tiene como numerador el producto de los numeradores y como denominador el producto de los denominadores.

Ejemplo:

Resolver las siguientes operaciones.

a) $\dfrac{1}{4} \text{ x } \dfrac{5}{3} = \dfrac{1 \text{ x } 5}{4 \text{ x } 3} = \dfrac{5}{12}$

- **Propiedades de la multiplicación.**

1) Conmutativa: El orden de los factores no altera el producto.

Ejemplo: $\dfrac{2}{4} \text{ x } \dfrac{3}{5} = \dfrac{3}{5} \text{ x } \dfrac{2}{4}$

$$\frac{6}{20} = \frac{6}{20}$$

2) Asociativa: Al agrupar dos o más factores de diferentes formas, se obtiene el mismo producto.

Ejemplo: $\left(\dfrac{4}{3} \text{ x } \dfrac{5}{2}\right) \text{ x } \dfrac{6}{7} = \dfrac{4}{3} \text{ x } \left(\dfrac{5}{2} \text{ x } \dfrac{6}{7}\right)$

$$\frac{20}{6} \text{ x } \frac{6}{7} = \frac{4}{3} \text{ x } \frac{30}{14}$$

$$\frac{120}{42} = \frac{120}{42}$$

3) Elemento neutro: Todo los números multiplicados por uno, da como resultado el mismo número.

Ejemplo: $\dfrac{5}{2} \text{ x } 1 = \dfrac{5}{2}$

4) Factor cero: Todo número multiplicado por cero da como resultado cero.

Ejemplo: $\frac{2}{3} \times 0 = 0$

5) Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición.

Se aplica cuando uno de los factores es una suma, consiste en multiplicar cada uno de ellos por el factor, luego se suman estos productos.

Ejemplo:

$$\frac{2}{3} \times \left(\frac{7}{2} + \frac{5}{2}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{7}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{5}{2}$$

$$\frac{14}{6} + \frac{10}{6}$$

$$\frac{24}{6}$$

❖ <u>División de fracciones</u>

Para dividir una fracción entre otra, se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda fracción.

Ejemplo:

Realiza las siguientes operaciones

a) $$\frac{6}{17} \div \frac{5}{3} = \frac{6}{17} \times \frac{3}{5} = \frac{6 \times 3}{17 \times 5} = \frac{18}{85}$$

Inversa

b) $$\frac{7}{3} \div \frac{8}{9} = \frac{7}{3} \times \frac{9}{8} = \frac{7 \times 9}{3 \times 8} = \frac{63}{24}$$

Inversa

Ecuaciones en Q

Las ecuaciones en los números racionales se desarrolla igual que las ecuaciones con los con los números naturales y enteros

.Ejemplo:

a)

$$\frac{3}{4} + X = \frac{5}{2}$$

$$\cancel{\frac{3}{4}} - \cancel{\frac{3}{4}} + X = \frac{5}{2} - \frac{3}{4}$$

La variable esta en el primer miembro. Es decir que demos eliminar el termino ¾. Para esto se coloca en ambos lados de la igualdad el termino ¾ con signo contrario -3/4

Resolvemos m.c.m.

$$X = \frac{5}{2} - \frac{3}{4}$$

$$\begin{array}{c|c} 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$2=2$ $\qquad$ $4=2^2$

m.c.m (2 y 4) = $2^2 = 4$

$$X = \frac{10}{4} - \frac{3}{4} = \frac{10-3}{2} = \frac{7}{4}$$

$$X = \frac{7}{4}$$

b)

Debemos eliminar el termino -7/2 para eso debemos colocarlo en ambos lados de la igualdad con signo contrario es decir +7/2

$$\frac{7}{2} + X = \frac{1}{2}$$

$$-\cancel{\frac{7}{2}} + \cancel{\frac{7}{2}} + X = \frac{1}{2} + \frac{7}{2}$$

Resolvemos

$$X = \frac{1}{2} + \frac{7}{2}$$

$$X = \frac{8}{4}$$

Dividiendo porque da un número entero

$$X = 2$$

c)

$$5\left(X + \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

Aplicamos propiedad distributiva

$$5X + \frac{5}{3} = \frac{2}{3}$$

$$5X + \cancel{\frac{5}{3}} - \cancel{\frac{5}{3}} = \frac{2}{3} - \frac{5}{3}$$

$$5X = \frac{-3}{-3}$$

$$5X = -1$$

$$\frac{5X}{5} = \frac{-1}{5}$$

$$X = \frac{-1}{5}$$

d)

Se debe despejar la X. Invertimos 2/3 a 3/2 , sabemos que el 3 esta dividendo pasa a multiplicar y el 2 que esta multiplicando pasa a dividir.

$$\frac{2X}{3} = 26$$

$$X = 26 \cdot \frac{2}{3}$$

Aplicamos multiplicación de fracciones

$$X = \frac{26 \cdot 2}{3}$$

$$X = \frac{72}{2}$$

$$X = 36$$

<u>Instrumento de evaluación:</u>

- Evaluación escrita presencial 20 pts.

NOTA:

Fecha a evaluar del

Si tienen alguna inquietud o duda pueden comunicarse con mi persona: 04120913435 (Llamadas y mensajes de textos).