Lunes, 25 de octubre 2021
Docente: Martín Marcano
5to Año “A y B”

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Proceso social del trabajo.

Tema Generador

Todos a producir por nuestra Venezuela soberana.

Referentes Teóricos-Prácticos

Expresiones Algebraicas.
Polinomios.
Operaciones con Polinomios.

Desarrollo del Tema

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Una expresión algebraica es un conjunto de números y de letras separados por los signos de las operaciones aritméticas.

Ejemplos:

a) $3x - 5x^2 + y - 4$
b) $\frac{rx^2}{2} + 2x^2$

c) $\frac{2a-b}{4}$

VALOR NUMERICO DE UNA EXPRESION ALGEBRAICA

El valor numérico de una expresión algebraica es el número que resulta de sustituir la letra por un número y hacer los cálculos

Por ejemplo, si tenemos la expresión algebraica 2x+6

- Si a x se le da el valor 1 (x=1), la expresión 2x+6 vale 8

Si x=1 → 2 •(1) + 6 = 2 + 6 = 8

- Si a x se le da el valor 1/2 (x=1/2), la expresión 2x+6 vale 7

Si x=1/2 → 2 • (1/2) + 6 = 1 + 6 = 8

- Si a x se le da el valor -2 (x=-2), la expresión 2x+6 vale 2

Si x=-2 → 2 • (-2) + 6 = -4 + 6 = 2

POLINOMIOS

Un polinomio P(x) es una expresión algebraica estructurada de la siguiente forma:

$$P(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \cdots + a_jx^j + \cdots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$$

Donde cada a_j, $j = 1,2, \dots, n$, es un numero real denominado el coeficiente del termino x^j. La mayor potencia de x que aparezca en el polinomio se denomina **grado** del polinomio. Los exponentes de x deben ser números naturales.

También es importante conocer que el coeficiente principal de un polinomio es el coeficiente de la mayor potencia de x del polinomio. El término del polinomio que no contiene x se denomina **término independiente.**

ORDEN EN UN POLINOMIO

Los términos de un polinomio se suelen escribir ordenados según el grado de sus monomios. El orden puede ser creciente o decreciente.

Por ejemplo:

El polinomio $P(x)=5x^2+2-3x$

Lo podemos ordenar de forma creciente:

$P(x)=2-3x+5x^2$

o bien lo podemos ordenar de forma decreciente:

$P(x)=5x^2-3x+2$

VALOR NUMERICO DE UN POLINOMIO

El valor numérico de un polinomio es el número que resulta de hacer los cálculos en el polinomio cuando las letras tienen un valor determinado: sustituimos la letra por el valor de la letra y hacemos los cálculos.

Por ejemplo:

El valor numérico de $P(x)=2x^3-5x^2+3$ cuando $x = 2$ es:

$P(2)=2.\ 2^3-5\cdot 2^2+3 = 2\cdot 8-5\cdot 4+3 = 16-20+3 = -1$

OPERACIONES CON POLINOMIOS

Suma de polinomios: La suma de polinomios es otro polinomio y el grado de la suma es igual o menor que el mayor de los grados de los polinomios sumandos.

Para sumar los polinomios tenemos que seguir los siguientes pasos:

1. Ordenamos los polinomios (si no están ordenados ya)
2. Ponemos los polinomios uno debajo del otro de manera que los términos semejantes queden en la misma columna.
3. Sumamos los términos semejantes.

Ejemplo:

Consideremos los polinomios $P(x) = \frac{2}{3}x^2 - 5x + \frac{1}{2} - \frac{5}{4}x^3$ y $Q(x) = -x^4 + 2x - \frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - 5$

Ordenamos los polinomios:

$$P(x) = \qquad -\frac{5}{4}x^3 + \frac{2}{3}x^2 - 5x + \frac{1}{2}.$$

$$Q(x) = -x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + 2x - 5.$$

$$P(x) + Q(x) = -x^4 - \frac{7}{4}x^3 + \frac{11}{3}x^2 - 3x - \frac{9}{2}.$$

Resta de Polinomios: Para restar dos polinomios se suma al minuendo el opuesto del sustraendo.

$$P(x) - Q(x) = P(x) + [-Q(x)]$$

Considerando nuevamente los polinomios P(x) y Q(x), para ejecutar la diferencia P(x) – Q(x), tenemos:

$$P(x) = \qquad -\frac{5}{4}x^3 + \frac{2}{3}x^2 - 5x + \frac{1}{2}.$$

$$-Q(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 - 2x + 5.$$

$$P(x) + [-Q(x)] = x^4 - \frac{3}{4}x^3 - \frac{7}{3}x^2 - 7x + \frac{11}{2}.$$

Multiplicación de polinomios: Para multiplicar dos polinomios se multiplica cada término de uno de ellos por el otro polinomio y se suman los polinomios resultantes.

Para multiplicar dos polinomios, seguiremos estos pasos:

1. Colocamos los polinomios uno debajo del otro.

2. Multiplicamos cada término del polinomio situado más abajo por cada uno de los términos del otro polinomio, colocando los términos de igual grado en la misma columna.

Ejemplo:

Sean los polinomios $P(x) = \frac{5}{2}x^3 + 2x^2 - 5x + 2$ y $Q(x) = x^2 - 2x + \frac{2}{3}$

Determinar el producto de P(x).Q(x)

$$P(x) = \frac{5}{2}x^3 + 2x^2 - 5x + 2.$$

$$Q(x) = x^2 - 2x + \frac{2}{3}.$$

$$\frac{5}{2}x^5 + 2x^4 - 5x^3 + 2x^2.$$

$$-5x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 4x.$$

$$\frac{5}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 - \frac{10}{3}x + \frac{4}{3}.$$

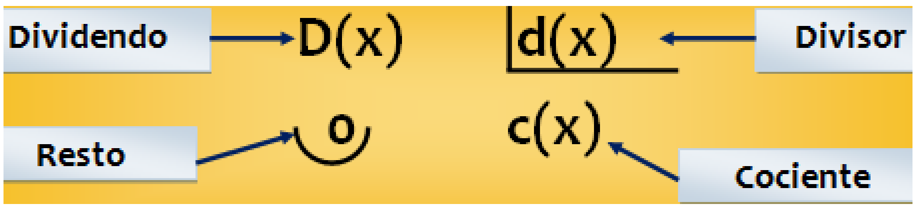
$$P(x).Q(x) = \frac{5}{2}x^5 - 3x^4 - \frac{22}{3}x^3 + \frac{40}{3}x^2 - \frac{22}{3}x + \frac{4}{3}.$$

Es importante señalar que para llevar a cabo el proceso de multiplicar dos polinomios es necesario tener un buen manejo de las propiedades de la Potenciación.

División de Polinomios:

División Exacta de Polinomios.

Consideremos estos dos polinomios, uno como dividendo D(x), y otro como divisor d(x):

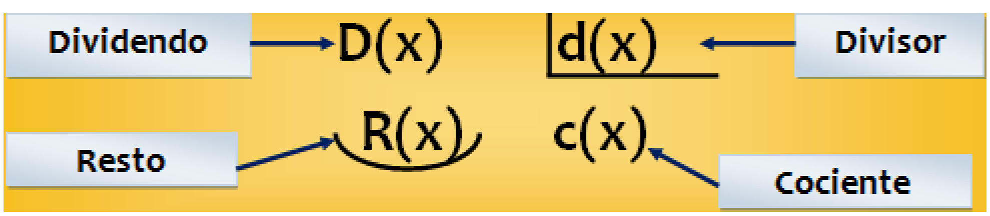


En una división exacta de polinomios, el resto es igual a cero. En este caso dividir el polinomio D(x) entre el polinomio d(x) es hallar otro polinomio cociente c(x) tal que multiplicado por el divisor dé el dividendo:

$$D(x) = d(x) \cdot c(x)$$

División Entera de Polinomios.

Consideremos ahora estos dos polinomios, uno como dividendo D(x), y otro como divisor d(x):



En una división entera de polinomios, el resto es distinto de cero.

En las divisiones enteras (o inexactas), el dividendo D(x) no es múltiplo del divisor d(x), y siempre se va a cumplir <u>**la propiedad fundamental de la división**</u>:

$$D(x) = d(x) \cdot c(x) + R(x)$$

El grado del polinomio resto R(x) es siempre menor que el grado del polinomio divisor d(x).

Consideremos el siguiente ejemplo:

Sean los polinomios $P(x) = x^4 - 11x^2 + 30x - 2x^3 - 20$ y $Q(x) = x^2 + 3x - 2$. Determinar $P(x) \div Q(x)$.

Ordenando los polinomios y ejecutando la división tenemos:

$$
\begin{array}{l|l}
x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 30x - 20 & x^2 + 3x - 2 \\ \cline{2-2}
\underline{-x^4 - 3x^3 + 2x^2} & x^2 - 5x + 6 \\
\quad -5x^3 - 9x^2 + 30x & \\
\quad \underline{5x^3 + 15x^2 - 10x} & \\
\qquad\quad 6x^2 + 20x - 20 & \\
\qquad\quad \underline{-6x^2 - 18x + 12} & \\
\qquad\qquad\quad 2x - 8 &
\end{array}
$$

$C(x) = x^2 - 5x + 6$________ Cociente.

$R(x) = 2x - 8$____________ Resto o Residuo.

Nótese que para hallar cada término del cociente se divide el primer término del polinomio dividendo entre el primer término del polinomio divisor y luego este resultado se multiplica por todos los términos del polinomio divisor; finalmente a cada producto obtenido se le cambia el signo y se coloca debajo del polinomio dividendo y se ejecuta una suma usual de polinomios en esa parte del proceso.

Veamos cómo se obtuvo la primera línea que está debajo del polinomio dividendo:

$\frac{x^4}{x^2} = x^2$____Primer término del polinomio dividendo entre el primer término del polinomio divisor.

Luego: $x^2(x^2 + 3x - 2) = x^4 + 3x^3 - 2x^2$

Finalmente colocando el resultado anterior con signo cambiado debajo del polinomio dividendo tenemos:

$-x^4 - 3x^3 + 2x^2$.

Al ejecutar la suma del resultado anterior con el polinomio dividendo se vuelve a realizar el proceso hasta obtener de manera completa el cociente y residuo de la división.

Veamos otro ejemplo, sean $H(x) = 3 - 2x + 5x^3 + 3x^4$ y $N(x) = x^2 + 2 - 3x$. Determinar $H(x) \div N(x)$.

Ordenando los polinomios y ejecutando la división tenemos:

$$
\begin{array}{l|l}
3x^4+5x^3 \qquad -2x+3 & x^2-3x+2 \\ \cline{2-2}
-3x^4+9x^3-6x^2 & 3x^2+14x+36 \\ \cline{1-1}
\quad 14x^3-6x^2-2x+3 & \\
\quad -14x^3+42x^2-28x & \\ \cline{1-1}
\qquad 36\cancel{x}^2-30x+3 & \\
\qquad -3\cancel{6x}^2+108x-72 & \\ \cline{1-1}
\qquad\qquad 78x-69 &
\end{array}
$$

R(x)= 78x – 69_____________ Resto o residuo.

C(x)= $3x^2 + 14x + 36$_____Cociente.

Es importante destacar que en la operación anterior en el polinomio dividendo se hace un espacio entre $5x^3$ y $-2x$ ya que el polinomio H(x) carece del termino cuadrático, otra opción que se puede realizar es rellenar con " $0x^2$ " ese espacio.

Actividades de Evaluación

<u>Pongamos en práctica lo aprendido.</u>

1) Hallar el valor numérico del polinomio según el valor de "x" indicado.

a) $x = -2; P(x) = -2 + 3x - x^2 + 5x^3 - \frac{2x^4}{3}$

b) $x = \frac{3}{2}; H(x) = \frac{2x^3}{5} - 5x^2 - \frac{3x}{2} + \frac{1}{5}$

2) Con la ayuda de tu familia en casa resuelve las siguientes operaciones con polinomios.

c) $P(x) = -2x^2 + 2x - 3 + 4x^3$ y $Q(x) = -x + \frac{2}{3}x^2 - 5 + 2x^3$.
Determinar $P(x) + Q(x)$.

d) $H(x) = -\frac{3}{2}x^3 + \frac{1}{4} + 3x + 4x^2$ y $T(x) = -x + \frac{2}{3}x^2 - 6 + 2x^3$.
Determinar $H(x) - T(x)$.

e) $P(x) = 3x^4 - 2x - \frac{3}{2} + 4x^3 - \frac{2}{5}x^2$ y $Q(x) = \frac{2}{3}x^2 - x + 2$.
Determinar $P(x).Q(x)$.

f) $D(x) = -3x^2 + 2x - 3 + 4x^3 - 4x^4$ y $d(x) = 2x - 2$.
Determinar $D(x) \div d(x)$.

Aspectos a Evaluar.

i) Responsabilidad en la realización del trabajo requerido. (4pts)
ii) Resolución de los ejercicios planteados mediante procesos explicados en la guía y en la programación de Tv. (16pts)

Fecha de entrega: 19/11/2021

Orientaciones Generales

Puedes **COMPLEMENTAR** la información de la guía utilizando:
Canal oficial de cada familia una escuela.
Matemática de 5to año (Colección Bicentenario)
Matemática de 5to año (Santillana, cualquier edición)