



Educación Media General



Ministerio
del Poder Popular
para la **Educación**
Inclusión y Calidad



Lunes, 25 de octubre de 2021

Docente: Martín Marcano

4to Año "A y B"

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Proceso social del trabajo.

Tema Generador

Con alegría retornamos de forma segura a nuestros liceos.

Referentes Teóricos-Prácticos

Ecuación Cuadrática, usando la fórmula de la resolvente.

Aplicaciones de la Ecuación Cuadrática.

Desarrollo del Tema

Las ecuaciones de segundo grado o ecuaciones cuadráticas son aquellas en las que la incógnita aparece elevada al cuadrado. De la forma general:

$$ax^2+bx+c=0 \text{ donde } a \neq 0$$

Para resolver las ecuaciones de segundo grado completas se utiliza la siguiente fórmula:



Educación Media General



Ministerio
del Poder Popular
para la **Educación**
Inclusión y Calidad



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Soluciones de una ecuación de segundo grado

Si queremos saber las posibles soluciones de la ecuación sin llegar a resolverla, nos podemos fijar en el valor del radicando

$D = b^2 - 4ac$ (discriminante)

- Cuando $D > 0$, es decir, si $b^2 - 4ac$ es positivo, hay dos soluciones reales y distintas.
- Si $D = 0$, es decir, si $b^2 - 4ac$ es cero, tiene una solución.
- Si $D < 0$, es decir, si $b^2 - 4ac$ es negativo, no tiene solución.

EJEMPLO 1.



Educación Media General



Ministerio
del Poder Popular
para la **Educación**
Inclusión y Calidad



$$5x^2 - 15x - 50 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} =$$

$$= \frac{15 \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-50)}}{2 \cdot 5} =$$

$$= \frac{15 \pm \sqrt{225 + 1000}}{2 \cdot 5} =$$

$$= \frac{15 \pm \sqrt{1225}}{2 \cdot 5} =$$

$$= \frac{15 \pm 35}{2 \cdot 5} =$$

$$= \frac{3 \cdot 5 \pm 7 \cdot 5}{2 \cdot 5} =$$

$$= \frac{3 \pm 7}{2} = \begin{cases} \frac{3+7}{2} = 5 \\ \frac{3-7}{2} = -2 \end{cases}$$

EJEMPLO 2.

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \\ &= \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{-3 + 1}{2} = -1 \\ \frac{-3 - 1}{2} = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

- Ecuaciones de segundo grado incompletas**

Hay que recordar que las ecuaciones de segundo grado $ax^2+bx+c=0$ no siempre nos aparecen de forma completa. **Cuando $b=0$ o $c=0$ la ecuación se llama incompleta.**

Ejemplos:

$$3x^2 - 27 = 0 \text{ Si } b=0$$

$$2x^2 - 4x = 0 \text{ Si } c=0$$

¿Cómo se resuelven las ecuaciones incompletas?

- Si $c=0$:**

$$ax^2 + bx = 0$$

La resolvemos extrayendo factor común x . De manera que nos quedaría:

$$x \cdot (ax + b) = 0.$$

Teniendo en cuenta, que si el producto de dos o más factores es cero al menos uno de ellos es cero, las soluciones son $x=0$ y $x=-b/a$.

- Si $b=0$

$$ax^2+c=0$$

Resolvemos la ecuación despejando la x .

- $ax^2=-c$

$$x=\pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

- A continuación, se presentan varios ejemplos resueltos para que te sean más útiles:

$3x^2-27=0$ $x=27/3=9$ $x=\pm\sqrt{9}=\pm3$	$2x^2-4x=0$ $x \cdot (2x-4)=0$ $x=0$ $x=2$	$x^2=16$ $x=\pm\sqrt{16}=\pm4$	$9x^2=4$ $x=\pm\sqrt{4/9}=\pm2/3$
---------------------------------------------------	--------------------------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------------

APLICACIONES DE LA ECUACION DE SEGUNDO GRADO.

Observa cómo se resuelven las siguientes situaciones o problemas.

- 1) Los organizadores de un recital encargaron la construcción de un escenario rectangular, que tendrá una franja de 2 metros de ancho en todo su contorno. Toda el área, incluida la franja, estará cercada por una valla de seguridad. Los artistas solicitaron que el escenario tenga una superficie de $240 m^2$, y los encargados de seguridad requieren que el largo del área cercada sea el doble de su ancho. ¿Qué longitud debe tener la valla de seguridad?

Solución: se sabe que el escenario es rectangular y que tendrá una franja de 2m en todo su contorno; también, que el largo del área cercada es el doble del ancho. Entonces si el ancho es x , el largo es $2x$. En ese orden de ideas, como la franja mide 2m, el ancho del escenario mide $x - 4$ y el largo del escenario mide $2x - 4$. Ya que el área solicitada por los artistas es de $240 m^2$ y recordando que el área de un rectángulo es el producto del ancho por el largo, tenemos que:

$$(x - 4)(2x - 4) = 240$$



Educación Media General



Ministerio
del Poder Popular
para la Educación
Inclusión y Calidad



Luego: $2x^2 - 8x - 4x + 16 = 240$, sumando términos semejantes e igualando a cero, tenemos: $2x^2 - 12x - 224 = 0$

Luego: $x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot (2) \cdot (-224)}}{2 \cdot (2)}$

Luego: $x = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 1792}}{4}$

Luego: $x = \frac{12 \pm 44}{4}$

Por lo tanto: $x_1 = \frac{12+44}{4} = 14$ y $x_2 = \frac{12-44}{4} = -8$

Como x es la medida del ancho del área cercada, x no puede ser negativo, por lo cual $x = 14$. Luego la longitud de la valla de seguridad debe ser $2x + x + 2x + x = 6x = 6 \cdot (14) = 84$ metros.

- 2) Andrea compro cierta cantidad de chocolates por 12 100 Bs. Si hubiera comprado 21 chocolates más por el mismo precio, cada uno hubiera costado 21 Bs menos. ¿Cuántos chocolates compro Andrea y a qué precio?

Solución: si x representa el número de chocolates, entonces Andrea hubiera comprado $x + 21$ chocolates; y el precio en cada caso sería $\frac{12100}{x}$ y $\frac{12100}{x+21}$. Ahora bien, de acuerdo con las condiciones del problema se puede escribir que:

$$\frac{12100}{x} - 21 = \frac{12100}{x+21} \rightarrow \frac{12100-21x}{x} = \frac{12100}{x+21} \rightarrow (12100 - 21x)(x + 21) = 12100x$$

$$\rightarrow 12100x + 254100 - 21x^2 - 441x = 12100x$$

$$\rightarrow 12100x - 12100x + 254100 - 21x^2 - 441x = 0$$

$$\rightarrow -21x^2 - 441x + 254100 = 0$$

Podemos simplificar la ecuación cuadrática dividiendo entre 21 con lo cual obtenemos que: $-x^2 - 21x + 12100 = 0$ (se deja como ejercicio resolver la ecuación)

Las soluciones obtenidas son $x_1 = 100$ y $x_2 = -121$. Ya que x representa el número de chocolates, x no puede ser negativo. Luego la solución adecuada es $x = 100$; por lo tanto, Andrea compró 100 chocolates y cada uno de ellos costó $\frac{12100}{100} = 121$ Bs



Educación Media General



Ministerio
del Poder Popular
para la **Educación**
Inclusión y Calidad



Actividades de Evaluación

Pongamos en práctica lo aprendido.

1) Resuelve detalladamente las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a) $3x^2 + x - 2 = 0$

b) $\frac{4x}{3x+5} + \frac{3x-1}{2+1} = 1$

c) $3(x - 2) = 2(x^2 - 9) + x^2 - 5(x + 2)$

2) Resuelve los siguientes problemas:

- a) El costo de una excursión para un grupo de personas es de 495 Bs. Si desistieran de ir 3 personas, cada una de las restantes tendría que pagar 15 Bs más. ¿Cuántas personas van de excursión y cuanto paga cada una?
- b) Un jardín rectangular de 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que su área es $540m^2$

Aspectos a Evaluar.

- i) Responsabilidad en la realización del trabajo requerido. (4pts)
- ii) Resolución de los ejercicios planteados mediante procesos explicados en la guía. (16pts)

Fecha de entrega: 19/11/2021



Educación Media General



Ministerio
del Poder Popular
para la **Educación**
Inclusión y Calidad



Orientaciones Generales

Puedes **COMPLEMENTAR** la información de la guía utilizando:

Canal oficial de cada familia una escuela.

Matemática de 4to año (Colección Bicentenario)

Matemática de 3er año (Santillana, cualquier edición)

www.wikipedia.org.