Educación Media General

Domingo 04 de Julio 2021
Docente: Martín Marcano
3er Año “A”

Área de formación: Matemática

Tema Indispensable

Preservación de la vida en el planeta, salud y vivir bien.

Tema Generador

Tecnología de la información y comunicación en la cotidianidad.

Referentes Teóricos-Prácticos

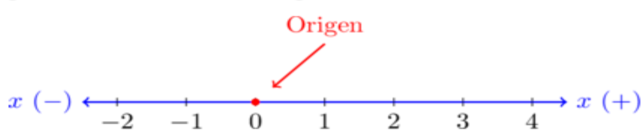
Distancia entre dos puntos.
Punto medio de un segmento.
Inecuaciones.

Desarrollo del Tema

Recta dirigida

Sobre una línea recta eleginos un punto al cual llamaremos origen. A partir de este punto se definen las direcciones una como positiva y la otra como negativa. Nosotros utilizaremos una unidad de medida en cada recta dirigida.

Por ejemplo, la siguiente es una recta dirigida:

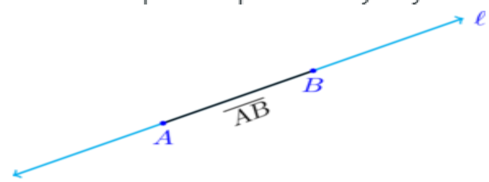


En una recta dirigida definimos una unidad de medida y un origen, donde colocamos el cero. También definimos en qué dirección se consideran los números positivos. Una vez definida esta dirección, la otra dirección se considera que contiene los números negativos.

Segmento

Es una parte de una recta limitada por dos de sus puntos.

El siguiente segmento está limitado por los puntos A y B y se denota por $\overline{AB}$.



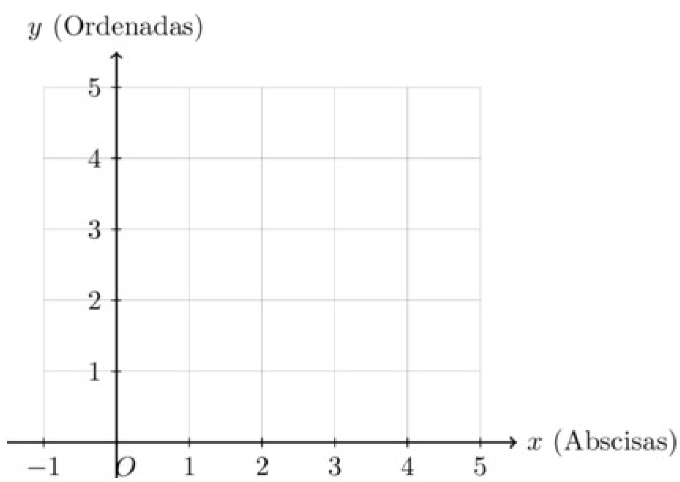
Pero no tenemos por qué conformarnos con usar solamente una recta dirigida. Algunas veces es muy conveniente considerar dos rectas dirigidas. Por ejemplo, en algunas ciudades, las calles están enumeradas. De manera que una dirección puede ser, Calle 34 Entre 21 y 23. Esto ayuda a localizar de una manera más rápida una ubicación.

Ejes coordenados

Un sistema de ejes coordenados se representa por medio de dos rectas dirigidas, mutuamente perpendiculares. Las dos rectas dirigidas se intersectan en sus respectivos orígenes. Cada una de las rectas que forman el sistema de ejes coordenados se conoce como eje.

Es común dibujar los sistemas de ejes coordenados con un eje horizontal (abscisas) y el otro vertical (ordenadas) con la unidad de medida común a ambos.

El siguiente es un sistema de ejes coordenados:



Educación Media General

De esta manera, cuando elegimos un punto del plano así formado, podemos asignar un único par de valores, que corresponden a la distancia del origen a la coordenada que le corresponde en cada uno de los ejes. Así, fácilmente podemos ubicar el punto $A(3,2)$ en el sistema de ejes coordenados. Primero recorremos a partir del origen 3 unidades y después, verticalmente avanzamos 2 unidades.

Coordenada de un punto

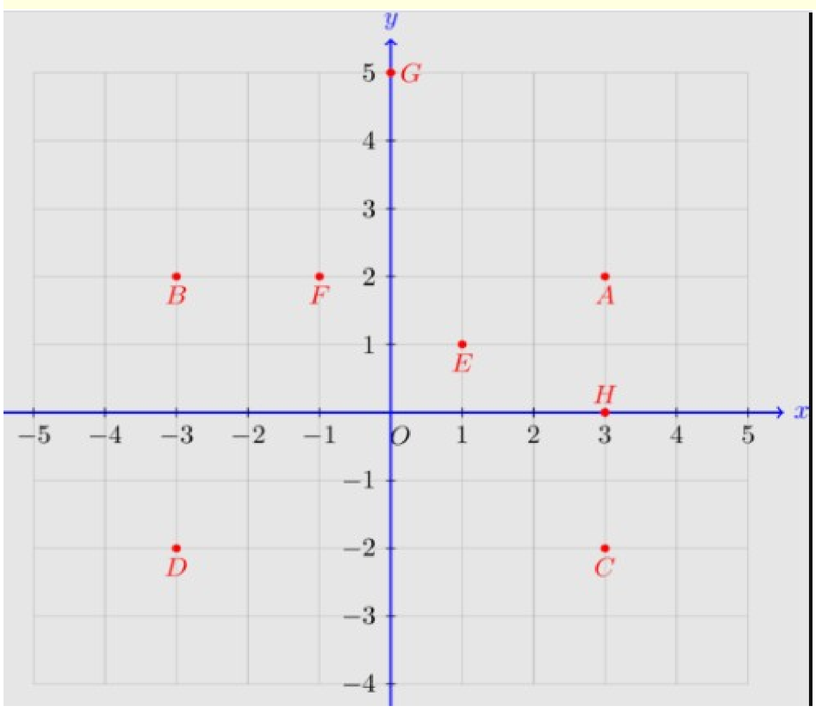
Cuando un punto del plano se define a través de las distancias de sus respectivos ejes al origen, se dice que cada uno de los valores son sus coordenadas.

En el punto $A(3,2)$ el número 3 es la coordenada de las abscisas, o también del eje horizontal, que comúnmente llamaremos eje x y el número 2 es la coordenada de las ordenadas, o del eje vertival, que llamaremos eje y.

Ejemplo 1

Ubica los siguientes puntos en el sistema de ejes coordenados dado: $A(3,2)$, $B(-3,2)$, $C(3,-2)$, $D(-3,-2)$, $E(1,1)$, $F(-1,2)$, $G(0,5)$ *y* $H(3,0)$.

Recuerda, siempre debemos primero ubicar la primera coordenada sobre el eje horizontal.



Distancia entre dos puntos

Sean $P(x_p, y_p)$ y $Q(x_q, y_q)$ dos puntos del plano. La distancia entre ellos, medido en la unidad de medida del sistema de coordenadas es igual a:

$$D = \sqrt{(x_q - x_p)^2 + (y_q - y_p)^2}$$

A partir de la fórmula anterior, podemos deducir lo siguiente:

Condiciones que satisface la distancia entre dos puntos

1. *La distancia entre dos puntos del plano cartesiano siempre es un número no negativo.*
2. *La distancia de un punto a sí mismo siempre es igual a cero.*
3. *La distancia de P a Q es igual a la distancia del punto Q al punto P.*

Ejemplo 2

Encuentra la distancia entre los puntos $P(2,3)$ y $Q(6,6)$.

Podemos aplicar directamente la fórmula y sustituir las coordenadas de los puntos:

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{(x_q - x_p)^2 + (y_q - y_p)^2} \\ &= \sqrt{(6-2)^2 + (6-3)^2} \\ &= \sqrt{(4)^2 + (3)^2} \\ &= \sqrt{16 + 9} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

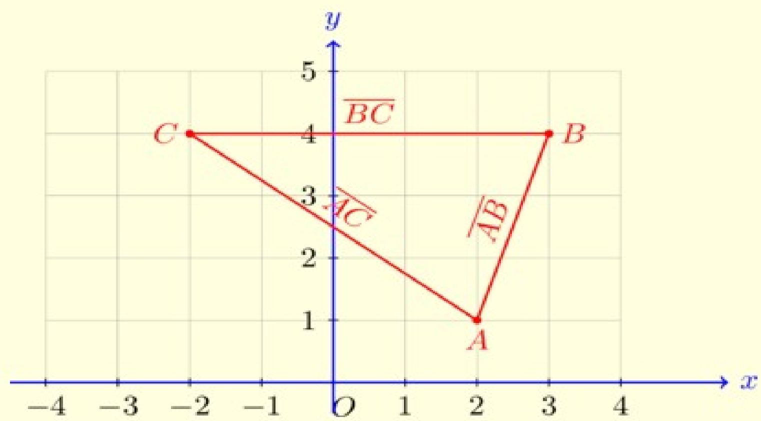
Entonces, si el sistema de coordenadas tiene por unidad de medida el centímetro, la distancia entre los puntos $P(2,3)$ y $Q(6,6)$ será de 5 cm. Se te queda como ejercicio verificar la tercera condición que satisface la distancia entre los puntos P y Q.

En este curso vamos a utilizar las definiciones de la geometría plana para poder resolver muchos problemas y probar propiedades de las figuras geométricas, pero ahora vamos a utlizar el álgebra para poder demostrar o identificar propiedades de los objetos geométricos con los que nos encontraremos.

Ejemplo 3

Verifica si el triángulo con vértices en los puntos $A(2,1)$, $B(3,4)$ y $C(-2,4)$ es isósceles.

Para saber si es isósceles o no, debemos asegurarnos que dos de sus lados midan lo mismo. Así que tenemos que encontrar la longitud de cada uno de sus lados.
Realizamos un dibujo para representar la situación:



Al parecer, los lados que tienen la misma longitud son $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$. Ahora encontramos la longitud del lado $\overline{AC}$:

$$\begin{aligned} D_{\overline{AC}} &= \sqrt{(x_c - x_a)^2 + (y_c - y_a)^2} \\ &= \sqrt{(-2-2)^2 + (4-1)^2} \\ &= \sqrt{(-4)^2 + (3)^2} = \sqrt{16+9} \\ &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

Por otra parte, la longitud del lado BC es:

$$\begin{aligned} D_{\overline{BC}} &= \sqrt{(x_c - x_b)^2 + (y_c - y_b)^2} \\ &= \sqrt{(-2-3)^2 + (4-4)^2} \\ &= \sqrt{(-5)^2 + (0)^2} = \sqrt{25+0} \\ &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

Entonces, el triángulo sí es un triángulo isósceles.

Se te queda como ejercicio verificar que la longitud del lado $\overline{AB}$ es $|\overline{AB}| = \sqrt{10}$.

Punto medio

Las coordenadas del punto medio $M(\bar{x}, \bar{y})$ del segmento $\overline{PQ}$ con $P(x_p, y_p)$ y $Q(x_q, y_q)$ se calcula con las siguientes fórmulas:

$$\bar{x} = \frac{x_q + x_p}{2} \qquad \bar{y} = \frac{y_q + y_p}{2}$$

Una forma sencilla de memorizar esta fórmula es la siguiente:

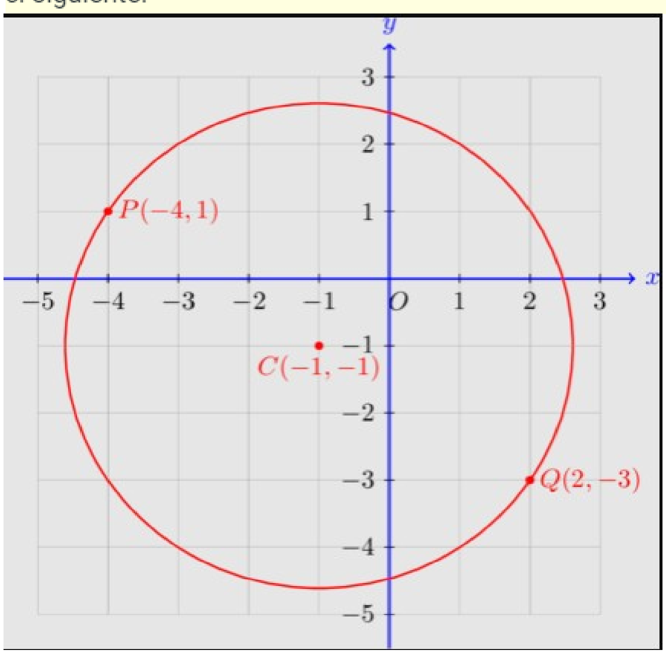
La coordenada del punto medio se calcula con el promedio

> *Los extremos del diámetro de un círculo son los puntos $P(-4, 1)$ y $Q(2, -3)$. Encuentra las coordenadas de su centro $C(h, k)$.*

Sabemos que el centro del círculo siempre es el punto medio del diámetro. Así que en este caso debemos encontrar el punto medio del segmento $\overline{PQ}$. Sustituimos los valores de las coordenadas de los puntos en las fórmulas:

$$\begin{aligned} h &= \frac{-4+2}{2} \\ &= \frac{-2}{3} \\ &= -1 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} k &= \frac{1-3}{2} \\ &= \frac{-2}{2} \\ &= -1 \end{aligned}$$

Entonces, el centro del círculo es el punto $C(-1, -1)$. Geométricamente, el resultado es el siguiente:



INECUACIONES.

Para resolver las desigualdades es importante conocer lo que significa que algo es ¿ *menor que* y > *mayor que*; en estos casos el valor a estudiar no está incluido.

≤ *Menor o igual que* y ≥ *mayor o igual que*; en estos casos el valor a estudiar está incluido.

Valores incluidos

≥ mayor o igual que
≤ menor o igual que

$\xrightarrow{\text{Notación}}$

simbólica [ ]
gráficamente •

Valores no incluidos

> mayor que
< menor que

$\xrightarrow{\text{Notación}}$

simbólica ( )
gráficamente ∘

Inecuaciones de primer grado

Las desigualdades de primer grado se resuelven igual que las ecuaciones de primer grado, la solución va a cambiar dependiendo de la notación que tenga la desigualdad.

Veamos como se resuelven las siguientes inecuaciones:

$$\frac{x}{2}+\frac{x+1}{7}<x-2$$

Reducimos a comun denominador para quitar los denominadores.

$$\frac{x}{2} + \frac{x+1}{7} < x-2 \quad \rightarrow \quad \frac{7\cdot x + 2\cdot(x+1)}{14} < \frac{14\cdot(x-2)}{14}$$

Resolvemos la inecuación que nos queda

$$7x + 2x + 2 < 14x - 28$$

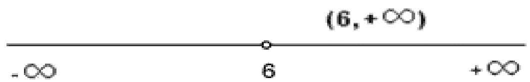
$$7x + 2x - 14x < -28 - 2$$

$$-5x < -30$$

Cuando al final nos quedan las x negativas, debemos cambiar todo de signo incluido el signo de la inecuación.

$$-5x < -30 \rightarrow 5x > 30 \rightarrow x > 6 \quad \text{Solución } (6, \infty)$$

Gráficamente, tenemos:



Veamos un segundo ejemplo:

$$2x + 3 + 2(x + 1) < -3(1 - x)$$

Solución

Agrupamos los monomios según su parte literal (los que tienen x y los que no) como hacemos en las ecuaciones de primer grado, pero sin multiplicar ni dividir toda la inecuación por un número negativo:

$$\begin{aligned} 2x + 3 + 2x + 2 &< -3 + 3x \\ 4x + 5 &< -3 + 3x \\ 4x - 3x &< -3 - 5 \\ x &< -8 \end{aligned}$$

Por tanto, la solución es un intervalo:

$$x \in (-\infty, -8)$$

Veamos un tercer ejemplo:

$$5x - 3(3x - (3 - 2x)) \geq 2(3x - 4(5 - x))$$

Solución

Agrupamos los monomios según su parte literal como si se tratara de una ecuación:

$$\begin{aligned} 5x - 3(3x - 3 + 2x) &\geq 2(3x - 20 + 4x) \\ 5x - 3(5x - 3) &\geq 2(7x - 20) \\ 5x - 15x + 9 &\geq 14x - 40 \\ -10x + 9 &\geq 14x - 40 \\ -24x &\geq -49 \end{aligned}$$

Ahora, para aislar la incógnita tenemos que dividir la inecuación por su coeficiente, que es -24. Como este número es negativo, cambiamos el signo de desigualdad al dividir:

$$x \leq \frac{-49}{-24} = \frac{49}{24}$$

Por tanto, la solución es un intervalo:

$$x \in \left(-\infty, \frac{49}{24}\right]$$

Educación Media General

Actividades de Evaluación

Pongamos en práctica lo aprendido.

1) **Resuelve las siguientes inecuaciones. Grafica en la recta real la solución encontrada. (1pto c/u)**

a) $3x-7\leq 5x-1$

b) $2-x>3/2$

c) $7\geq 8x-5$

d) $1-5x<-8x$

e) $\frac{2(x+2)}{3}<2x$

f) $\frac{x-4}{6}+1\leq\frac{x+4}{2}$

g) $\frac{x-1}{3}>x+1$

h) $-4x+9<(x+1).2$

i) $-3x+\frac{1}{2}\geq\frac{x}{2}-1$

j) $\frac{2x}{3}+\frac{x}{4}-3<\frac{5x}{2}+2$

2) **Grafique un conjunto de puntos en el plano cartesiano de manera tal que al unirlos se forme una figura(la figura puede ser un animal, objeto, etc) (2pts)**

3) **Demuestre que los puntos A(3,3) B(-3,-3) C($-3\sqrt{3},3\sqrt{3}$)son vértices de un triángulo equilátero. Grafica el triángulo. (2pts)**

4) **Sean los puntos A($\frac{3}{2},-5$), B(-5,-$\frac{5}{3}$) y C(9,-1) (1 pts)**

   a) **Hallar:**
   b) **Punto medio de $\overline{AB}$**
   c) **Punto medio de $\overline{AC}$**
   d) **Punto medio de $\overline{BC}$**

5) **Realizar una sopa de letras relacionada con el contenido que contengan mínimo 10 palabras. (1pts)**

6) **Realizar un video explicando detalladamente la solución de cualquiera de los ejercicios planteados.(nota: utilice un tono de voz adecuado, el video debe durar entre 3 y 4 minutos). (2pts).**

Aspectos a Evaluar.

i) **Responsabilidad en la realización del trabajo requerido. (2pts)**
ii) **Resolución de los ejercicios planteados mediante procesos explicados en la guía (18pts)**

Orientaciones Generales

Puedes **COMPLEMENTAR** la información de la guía utilizando:
Canal oficial de cada familia una escuela o por el canal en Youtube(buscar en Youtube programa de fecha 13/01/21).
Matemática de 3er año (Colección Bicentenario)
Matemática de 3er año (Santillana, cualquier edición)

www.wikipedia.org.