Dr. Ulrich Schöpp

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
SS 2016

Übungen zur Vorlesung
Formale Spezifikation und Verifikation

Blatt 7

Aufgabe 7-1 Eine mögliche Anwendung der Available Expressions ist, die wiederholte Auswertung von Ausdrücken bei der Programmausführung zu vermeiden. Der Wert verfügbarer Ausdrücke kann gespeichert werden und dann später ohne Neuauswertung des Ausdrucks benutzt werden. Möchte man keinen zusätzlichen Speicher verwenden, so kann man sich auf verfügbare Ausdrücke beschränken, deren Wert in einer bestimmten Programmvariable verfügbar ist: Ein Ausdruck a ist an einem Programmpunkt in Variable x verfügbar, falls die Variable x an diesem Programmpunkt den Wert des Ausdrucks a speichert.

Passen Sie die Gleichungen für die Available Expressions (d.h. für $AE_{entry}(l)$ und $AE_{exit}(l)$) so an, dass für jeden Programmpunkt die Menge aller Paare (x, a) berechnet wird, für die an diesem Programmpunkt der Ausdruck a in Variable x verfügbar ist.

Aufgabe 7-2 In dieser Aufgabe soll eine Analyse für die While-Sprache entwickelt werden. Eine Variable heiße *initialisiert*, wenn ihr bei der Programmausführung schon ein Wert zugewiesen wurde. Am Anfang der Programmausführung sei keine Variable initialisiert.

Wir möchten analysieren, welche Variablen bei Erreichen eines Programmpunkts mit Sicherheit schon initialisiert sind. Wir möchten also für jedes Label ℓ zwei Mengen $IV_{entry}(\ell)$ und $IV_{exit}(\ell)$ von Variablen bestimmen, welche die bei Erreichen des Eingangs bzw. des Ausgangs der Anweisung ℓ sicher initialisierten Variablen enthalten.

Stellen Sie analog zu den Analysen aus der Vorlesung für ein Datenflussgleichungen für die Mengen $IV_{entry}(\ell)$ und $IV_{exit}(\ell)$ auf. Die sicher initialisierten Variablen sollten sich durch Lösung der Gleichungen berechnen lassen. Muss man die kleinste oder die größte Lösung berechnen?

Hinweis: Das Gleichungssystem einer der Analysen aus der Vorlesung (siehe Folien 246, 251 und 258) lässt sich leicht anpassen.

Aufgabe 7-3 Gegeben sei ein vollständiger Verband $(L, \sqsubseteq)$.

Zeigen Sie, dass Menge $L \times L$ bezüglich folgender Ordnung ein vollständiger Verband ist.

$$(x, y) \sqsubseteq (x', y') \quad \Longleftrightarrow \quad x \sqsubseteq x' \text{ und } y \sqsubseteq y'$$

Aufgabe 7-4 Es sei $L = \mathcal{P}(\mathbb{N})$ der vollständige Verband der Teilmengen von $\mathbb{N}$.

a) Begründen Sie, dass die Funktion $F(X) = \mathbb{N} \setminus X$ keinen Fixpunkt besitzt.

   Warum widerspricht das nicht dem Satz von Knaster-Tarski?

b) Sei $F(X) = \{x + 1 \mid x \in X\}$. Bestimmen Sie den kleinsten und den größten Fixpunkt von F.

   Hinweis: Sie können von $\bot = \emptyset$ und $\top = \mathbb{N}$ ausgehend iterieren und so eine Vermutung gewinnen. Diese können Sie dann überprüfen.

c) Selbe Frage für $F(X) = \{x \mid x + 1 \in X\}$.

d) Selbe Frage für $F(X) = \{6\} \cup \{x \mid x + 1 \in X\}$.

Abgabe: Sie können Ihre Lösungen bis Mittwoch, den 15.6., um 16:00 Uhr über UniWorX abgeben.