

Übungen zur Vorlesung Formale Spezifikation und Verifikation

Blatt 1

Aufgabe 1-1 Sei φ die Formel $\neg A \Rightarrow B \Rightarrow A \vee B \Leftrightarrow (B \wedge \neg A \vee B)$.

- a) Fügen Sie in φ alle Klammern ein, die dank der Präzedenzregeln für die Junktoren weggelassen werden konnten.
- b) Zeichnen Sie einen Syntaxbaum für φ .
- c) Sei η eine Variablenbelegung mit $\eta(A) = \text{true}$ und $\eta(B) = \text{false}$. Geben Sie alle Teilformeln ψ von φ an, für die $\llbracket \psi \rrbracket \eta = \text{true}$ gilt.

Aufgabe 1-2 Entscheiden Sie für jede der folgenden Formeln, ob sie allgemeingültig, erfüllbar oder unerfüllbar ist.

- a) $(A \wedge B \Rightarrow C) \Leftrightarrow \neg(A \wedge B) \vee \neg C$
- b) $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (B \Rightarrow A)$

Zeigen Sie, dass $A \Rightarrow B$ genau dann allgemeingültig ist, wenn $A \wedge \neg B$ unerfüllbar ist.

Aufgabe 1-3 In der Vorlesung wurden die Formeln der Aussagenlogik durch die Grammatik

$$\mathcal{F} ::= \mathcal{A} \mid \neg \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \vee \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \wedge \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \Rightarrow \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \Leftrightarrow \mathcal{F} \mid \top \mid \perp$$

definiert.

Zeigen Sie: Jede aussagenlogische Formel ist äquivalent zu einer Formel, die

- a) von der Grammatik $\mathcal{F} ::= \mathcal{A} \mid \neg \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \vee \mathcal{F}$ erzeugt wird.
- b) von der Grammatik $\mathcal{F} ::= \mathcal{A} \mid \perp \mid \mathcal{F} \Rightarrow \mathcal{F}$ erzeugt wird.

Aufgabe 1-4 Sei φ die aussagenlogische Formel

$$A \Leftrightarrow \neg(B \Leftrightarrow \neg C) .$$

Führen Sie für diese Formel das Tseitin-Verfahren aus und berechnen Sie so eine zu φ erfüllbarkeitsäquivalente Formel ψ .

Geben Sie eine Belegung an, die φ wahr macht und ψ falsifiziert.