

統計物理学（課題 20201104）

✂切：11月18日（厳守）

1 マックスウェルの速度分布

1.1 ガウス積分

次式を証明しなさい.

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\lambda x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\lambda}} \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\lambda x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\lambda^{\frac{3}{2}}}$$

1.2 未定定数の決定

以下のマックスウェルの速度分布について, 未定定数を決定する.

$$f(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z = A \exp \left\{ -\beta \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \right\} dv_x dv_y dv_z$$

・以下の確率の規格化条件から A を決定しなさい.

$$\iiint f(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z = 1$$

・以下の全エネルギー一定の条件から β を E および N を用いて記述しなさい.

$$\iiint \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) f(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z = \frac{E}{N}$$

1.3 β の決定

分子の速度と温度との関係から逆温度 β が以下のように記述されることを証明しなさい.

$$\beta = \frac{1}{k_B T}$$