半導体理工学

授業予定

1. ガイダンス
2. 半導体の歴史
3. 半導体の作製方法(1)
4. 半導体の作製方法(2)
5. 半導体の種類(1)
6. 半導体プロセスの復習(ビデオ視聴)
7. 半導体の種類(2)，バンド理論(1)
8. バンド理論(2)，キャリア密度(1)
9. キャリア密度(2)
10. 半導体の電気伝導
11. pn接合の理論(1)（pn接合）
12. pn接合の理論(2)（電流-電圧特性）
13. pn接合の理論(3)（空乏層容量，降伏）
14. 試験とまとめ

※変更の可能性有

半導体の電気伝導

2.3 半導体の電気伝導

2.3.1 移動度、ドリフト電流および抵抗率(p.25)

■電流とは?

荷電粒子の流れである➡
- ・ドリフト電流: 電場による加速
- ・拡散電流: キャリア濃度の分布による

＋「再結合電流」

■ドリフト電流

電界Eを印加

電子は$-qE$の力を受けて加速。
ただし、散乱体(格子、粒界、不純物等)と衝突する。

平均移動距離=平均自由行程 l
平均移動時間=平均緩和時間 τ_n

一定速度v_nに落ち着く。

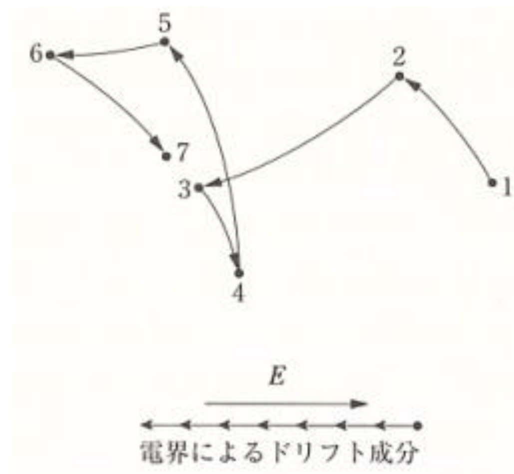


図 2.18 電界による電子の移動のモデル図

2.3　半導体の電気伝導（つづき）

■ドリフト電流（つづき）

平均緩和時間τ_nに電子がもらう力積➡$-qE\tau_n$

‖

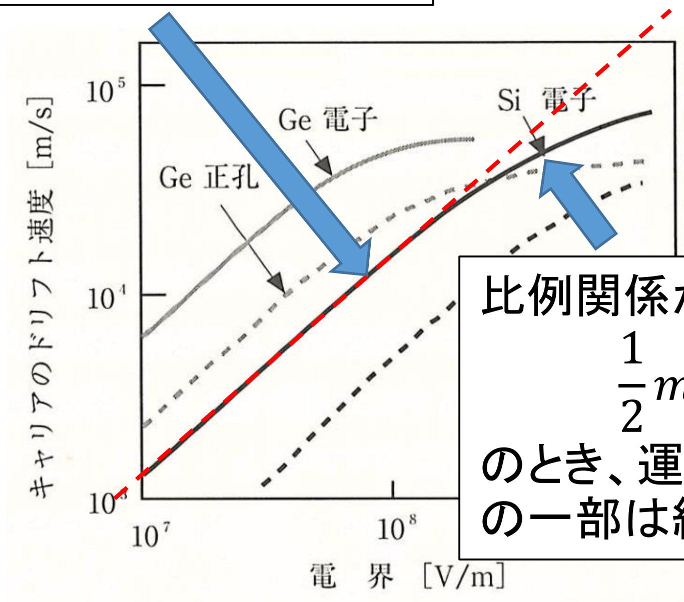
運動量➡$m_n^* v_n$

$$v_n = -\left(\boxed{\frac{q\,\tau_n}{m_n^*}}\right)E = -\mu_n E$$

$\equiv$

μ_n : 移動度

ある電界までは比例



比例関係からそれてくる。

$$\frac{1}{2}mv^2 > kT$$

のとき、運動エネルギーの一部は結晶格子に移る。

図 2.19　ドリフト速度と電界の関係

キャリア同士の散乱で移動距離が短くなる。

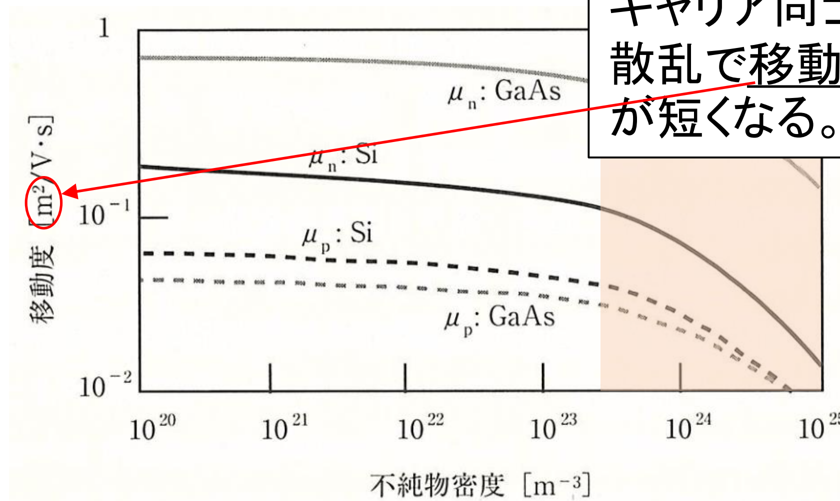


図 2.20　移動度と不純物密度との関係

2.3　半導体の電気伝導（つづき）

■ドリフト電流（つづき）

$$\mu_n = \frac{q\tau_n}{m_n^*} \quad (2.25)$$

⇒ 移動度∝平均緩和時間

電子がぶつかる散乱体は複数ある。
- 格子
- 不純物
- 結晶粒界

等々。
散乱体ごとに緩和時間は異なる。

緩和時間の逆数＝単位時間当たりの衝突回数

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{ph}} + \frac{1}{\tau_i} \quad (2.26)$$

（※散乱体として、格子(phonon)と不純物(impurity)を考えた場合）

⇓ (2.25)

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{ph}} + \frac{1}{\mu_i} \quad (2.27)$$

移動度も各散乱体に対する移動度の逆数の和の逆数となる！

高温で支配的：
格子振動が激しくなるため。
※金属の電気抵抗を思い出す。

低温で支配的：
格子の影響が小さくなり、
相対的に不純物散乱が顕著になる。

2.3 半導体の電気伝導(つづき)

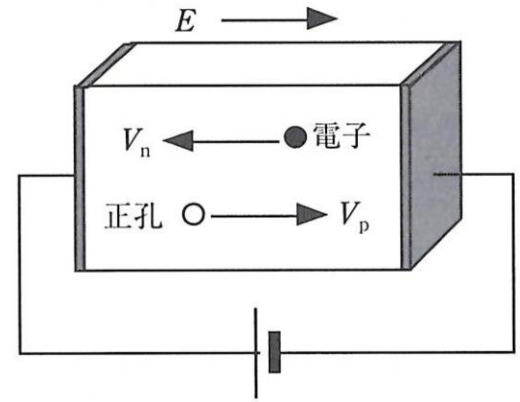


図 2. 21　真性半導体中の電子と正孔の運動

■ドリフト電流(つづき)

ドリフト速度や移動度が分かったので電流を求めてみよう!

真性半導体を考える。

- 電子とホールは電界で逆向きに加速される。
- 電流(密度)の定義を思い出す。

$$\begin{cases} J_n = -qnv_n & \text{:電子の電流密度} \\ J_p = +qpv_p & \text{:ホールの電流密度} \end{cases} \qquad (2.28)$$

移動度を用いて書き換えると

$$\begin{cases} J_n = +qn\mu_n E \\ J_p = +qp\mu_p E \end{cases} \qquad (2.29)$$

和が全電流密度

$$\boxed{J = J_n + J_p = q(n\mu_n + p\mu_p)E = \sigma E} \qquad (2.30)$$

断面積Sをかければ電流Iが得られる。

$\equiv$

<u>σ:導電率　(抵抗率の逆数$1/\rho$)</u>

2.3　半導体の電気伝導（つづき）

■ドリフト電流（つづき）

不純物半導体を考える。
・室温付近のキャリア密度を考える
・n形は電子、p形はホールが伝導を支配する。

$$
\left.
\begin{aligned}
&\text{・n形}\quad \sigma_{\mathrm{n}} = qn\mu_{\mathrm{n}}, \quad \rho_{\mathrm{n}} = \frac{1}{qn\mu_{\mathrm{n}}} \\
&\text{・p形}\quad \sigma_{\mathrm{p}} = qp\mu_{\mathrm{p}}, \quad \rho_{\mathrm{p}} = \frac{1}{qp\mu_{\mathrm{p}}}
\end{aligned}
\right\}
\tag{2.33}
$$

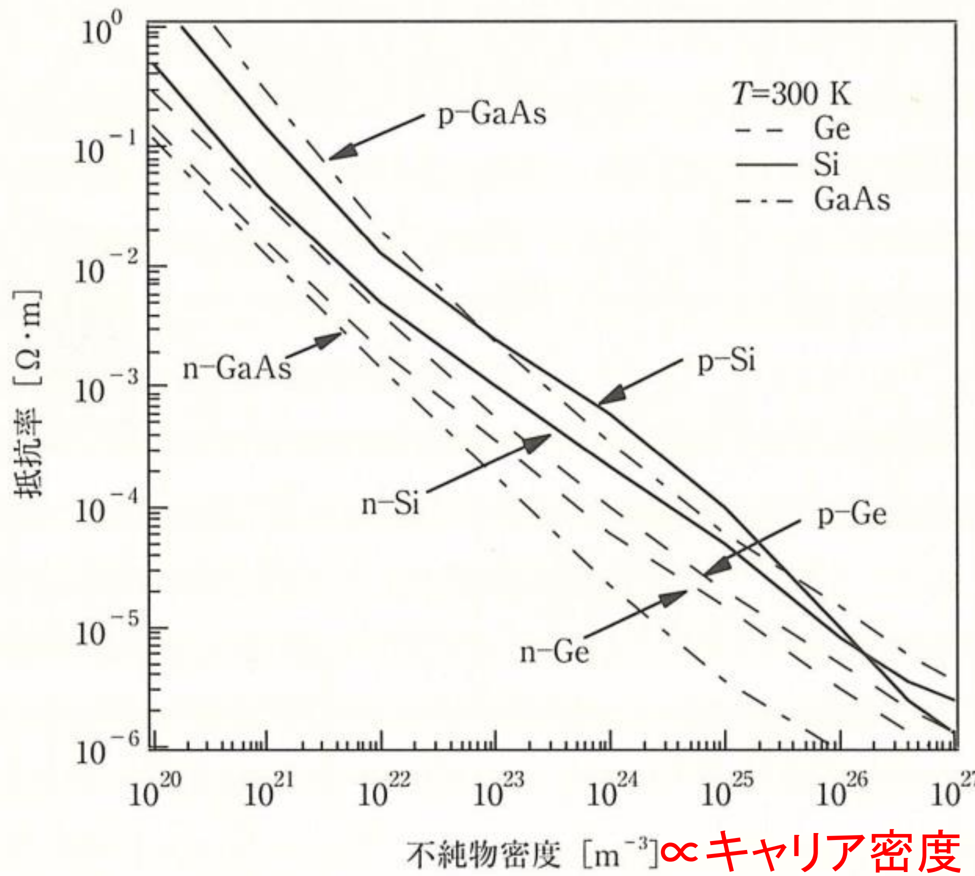


図 2. 22　抵抗率の不純物密度依存性

抵抗率はキャリア密度と移動度に反比例するはず
・・・しかし、途中で折れ曲がっている。

不純物密度∝キャリア密度だから
キャリアが増えると「電気が良く流れる＝抵抗率が下がる」が、同時に
・キャリア同士の散乱
・不純物による散乱
も増える（抵抗率を上げる効果）ため、構造は複雑になる。

キャリアを増やせばイイというものではない！

2.3 半導体の電気伝導（つづき）

2.3.2 ホール効果（p.30）

※キャリア密度、移動度を調べる手段

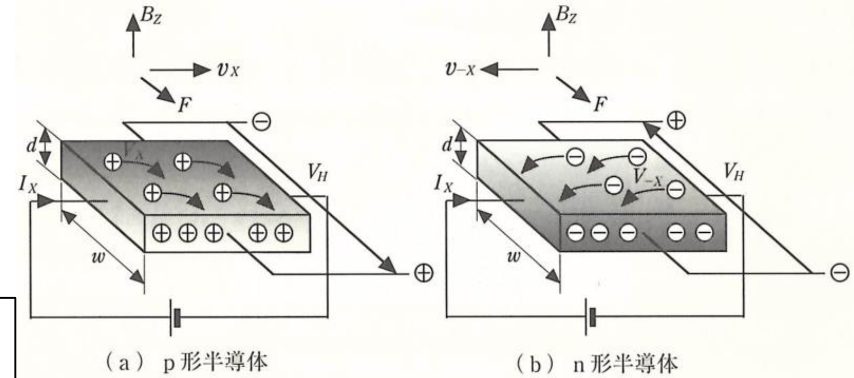


図 2.23 ホール効果

図のように、半導体に電流を流し、それと直交する磁界を印加する。

このとき、キャリアはローレンツ力によって密度に偏りが生じる（図2.23（a）p形の配置では手前にホールが偏る）。

「キャリア密度に濃淡がある」➡「電界が生じる」ということ。このホール電界（ホール電圧V_H）を知ることでキャリア密度や移動度が分かる。

キャリアに働く力のつり合いを考える。

- ・ローレンツ力：$F = qv_X B_Z$
- ・ホール電界（V_H/w）による力：$q\left(\dfrac{V_H}{w}\right)$

$$\therefore \quad V_H = v_X B_Z w$$

キャリア速度は電流密度から分かる！

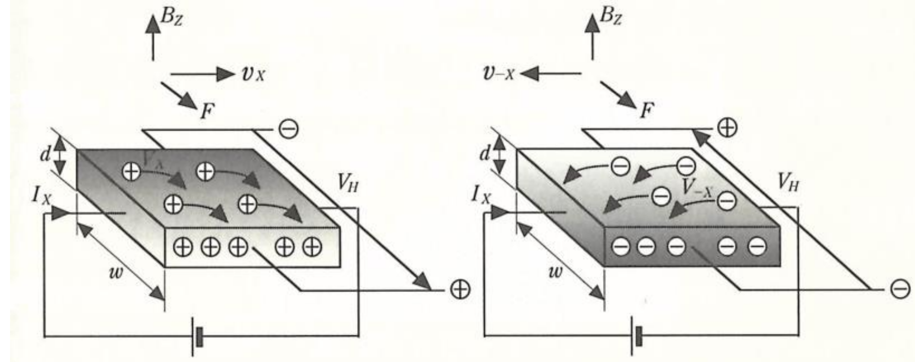
$$I_p = qpv_X = I_X/(d\cdot w)$$

$$V_H = v_X B_Z w = \boxed{\frac{1}{qp}} \cdot \frac{I_X B_Z}{d} = R_H \frac{I_X B_Z}{d}$$

$$\boxed{\frac{1}{qp}} \equiv$$ <u>ホール係数</u> R_H

2.3　半導体の電気伝導（つづき）

2.3.2　ホール効果（p.30）



（a） p 形半導体　　（b） n 形半導体

図 2. 23　ホール効果

$$V_H = v_X B_Z w = \boxed{\frac{1}{qp}} \cdot \frac{I_X B_Z}{d} = R_H \frac{I_X B_Z}{d}$$

このように、ホール効果の測定により、
・キャリアの種類：ホール電圧の符号
・キャリア密度（pもしくはn）：ホール係数（上式でp以外は既知の値）
を知ることが出来る。

さらに、移動度とホール係数には

$$\mu_n = R_H \sigma_n \qquad (2.38)$$

の関係がある。

外部磁界ゼロのもとで
導電率σの測定を併せて行えば、
移動度を知ることが出来る。

ホール効果は、
物理・材料理工学実験IIのテーマI
で確認します！

2.3　半導体の電気伝導

2.3.3　拡散電流（p.32）

キャリア濃度の分布による

キャリア密度（濃度）に勾配がある。
（水に赤インクを垂らしたときを想像）

時間とともに濃度は均一になる。

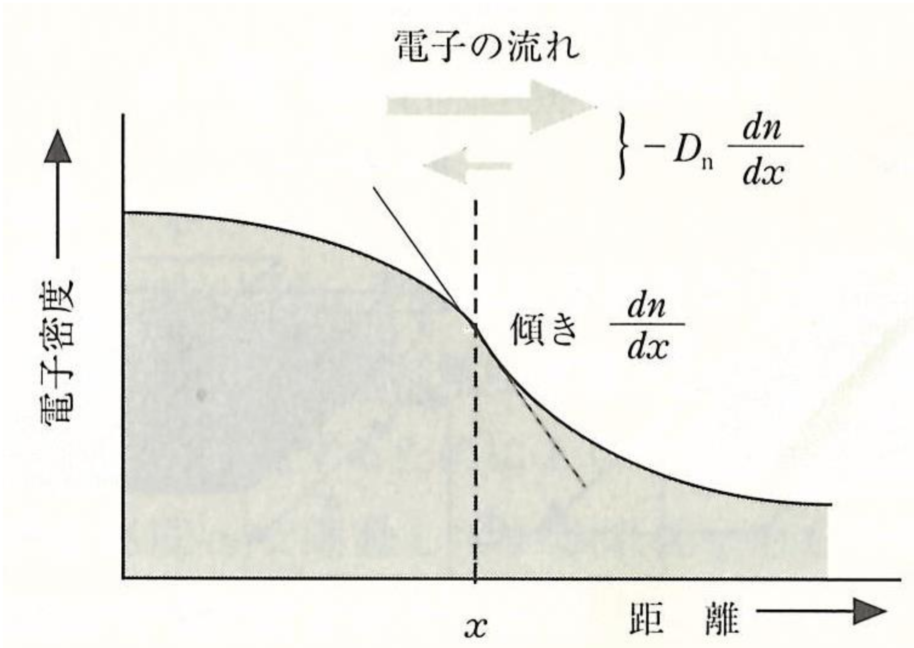
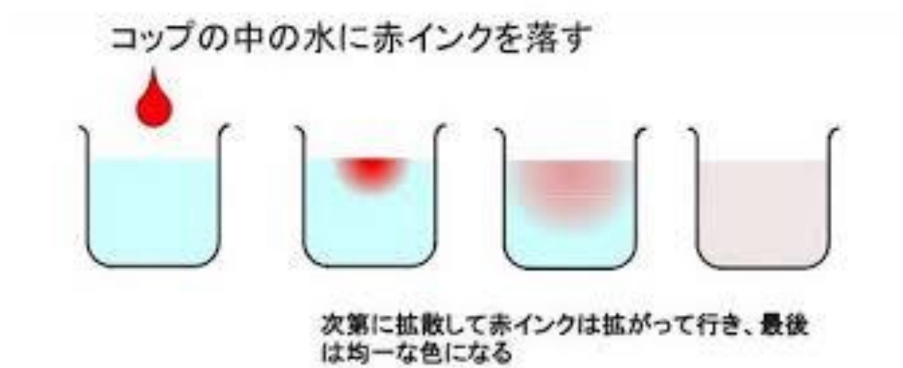


図 2. 24　拡散による伝導の様子

「拡散」という。
濃度勾配がある状態はエネルギーが高い。したがって、エネルギーを下げる方向に粒子は移動する。
荷電粒子（電子またはホール）は電荷が移動するので電流が流れる！
※速度は大きく異なるが、気体・液体・固体で起こる。



https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Ftwitter.com%2Fkokkashiken_med%2Fstatus%2F1272453330829111297&psig=AOvVaw1OKe9VMkv5pbmyh4LGou4W&ust=1595246211222000&source=images&cd=vfe&ved=0CAIQjRxqFwoTCOjv2LGh2eoCFQAAAAAdAAAAABAO

2.3 半導体の電気伝導

2.3.3 拡散電流（つづき）

Fickの第1法則（一般則）: $j = -D\dfrac{dn}{dx}$

拡散係数（単位 : m²/sec）　濃度勾配

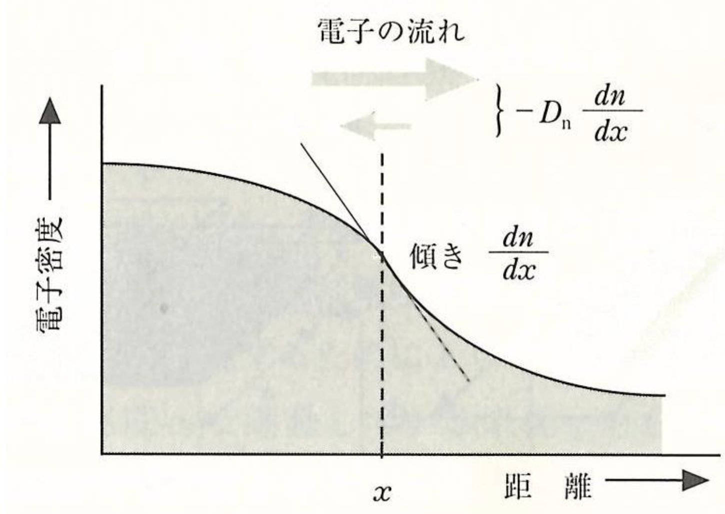


図 2.24　拡散による伝導の様子

いま、1次元を考えれば十分である。
拡散によって移動する電子数∝濃度勾配（dn/dx）より、
電流（密度）の定義より、電子の拡散電流密度J_nは以下となる。

$$J_n = -(-q)\cdot D_n \cdot \frac{dn}{dx} = +q\cdot D_n \cdot \frac{dn}{dx} \tag{2.39}$$

濃度勾配を無くす“電子”の移動方向と電流方向は逆！

ホール拡散電流密度は電子のそれと逆符号！

$$J_p = -q\cdot D_p \cdot \frac{dp}{dx} \tag{2.40}$$

∴電子とホールが共存する場合の拡散電流密度は両者の和となる。

$$J = J_n + J_p = q\left(D_n \cdot \frac{dn}{dx} - D_p \cdot \frac{dp}{dx}\right)$$

電界が無くても電流が発生！

2.3 半導体の電気伝導

2.3.3 拡散電流(つづき)

ところで，教科書に
「この比例定数は～移動度に対応し，～」(p.33中央下辺り)
と書いてあるがどういうことでしょうか？

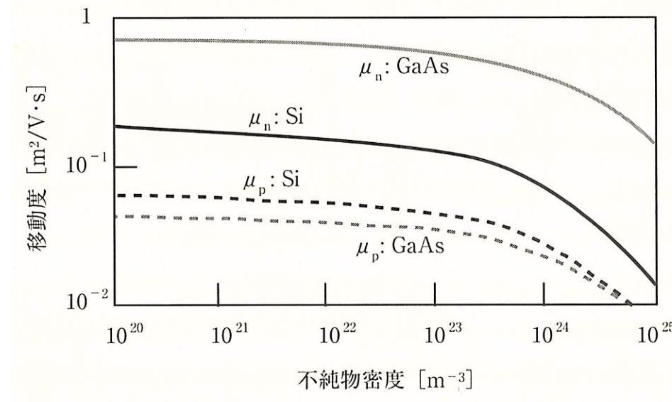
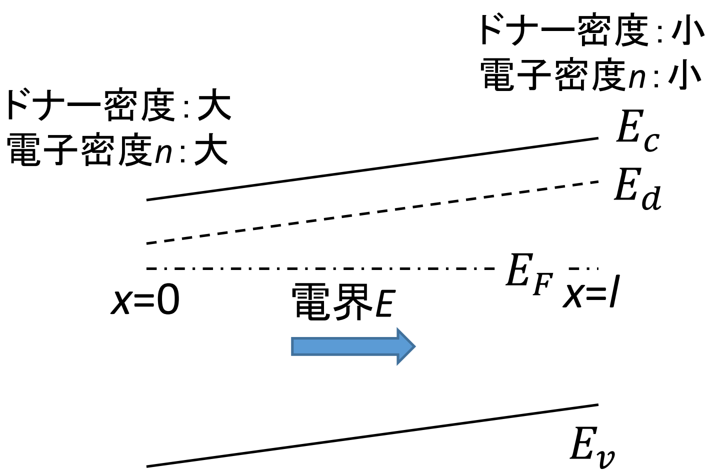


図 2.20 移動度と不純物密度との関係

$$\mu_n = \frac{q\,\tau_n}{m_n^*}$$

- 移動度：<u>キャリア濃度</u>に依存(図2.20)
  定義式にキャリア濃度は直接出てこないが，濃度により緩和時間(衝突回数)や有効質量が変わる。
- 拡散係数：<u>キャリア濃度勾配</u>に依存

■キャリア濃度に依存する両者(移動度と拡散係数)の関係を調べよう。



<u>★n形で不純物濃度(ドナー濃度)が不均一の場合</u>

- 電子密度差により，電子はx=0→lに向かって拡散する(拡散電流)。
- ドナーイオンは格子に束縛されて動けない。
  →x＝0側は＋に帯電する。
- x=0→lに向かって電界Eが生じる。
- 電子は電界と逆向きにドリフトする(ドリフト電流)。

2.3　半導体の電気伝導

ところで，教科書に
「この比例定数は～移動度に対応し，～」(p.33中央下辺り)と書いてあるが
どういうことでしょうか？

2.3.3　拡散電流（つづき）

平衡状態では，
　「拡散電流＝ドリフト電流」
となり，半導体内に電流は流れない。

$$J_n = qn\mu_n E + qD_n \frac{dn}{dx} = 0$$
条件式（1）

条件式（1）に必要な各パラメータを求め，
以下のアインシュタインの関係を導出せよ。
※電子密度nと電界Eが分かれば良い。

これらを条件式（1）に代入・整理すると，

$$\boxed{\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{e}{kT}\left(= \frac{\mu_p}{D_p}\right)}$$

アインシュタインの関係

の関係式が得られる。
このように移動度と拡散係数の比は一定となる。

2.3 半導体の電気伝導

ところで，教科書に
「この比例定数は～移動度に対応し，～」(p.33中央下辺り)と書いてあるが
どういうことでしょうか？

2.3.3 拡散電流（つづき）

平衡状態では，
「拡散電流＝ドリフト電流」
となり，半導体内に電流は流れない。

$$J_n = qn\mu_n E + qD_n \frac{dn}{dx} = 0$$

条件式（1）

・電子密度勾配は(2.10)式から以下となる。

$$n = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right) \xrightarrow{\text{微分して}} \frac{dn}{dx} = n \times \left(-\frac{1}{kT}\right)\frac{d(E_c - E_F)}{dx}$$

・電界Eは以下である。

$$E = \frac{1}{e}\frac{d(E_c - E_F)}{dx}$$

これらを条件式（1）に代入・整理すると，

$$\boxed{\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{e}{kT}\left(= \frac{\mu_p}{D_p}\right)}$$

<u>**アインシュタインの関係**</u>

の関係式が得られる。
このように移動度と拡散係数の比は一定となる。

2.3 半導体の電気伝導

2.3.4 再結合による電流(p.34)

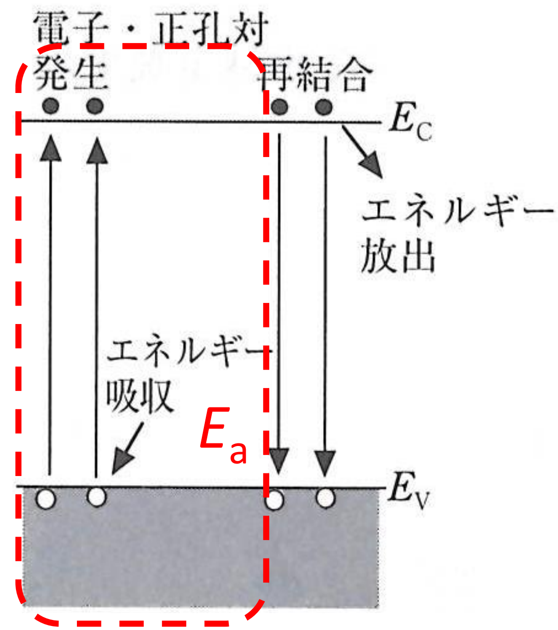
半導体内では、キャリアの生成と消滅が常に起こっている。
生成数と消滅数の差によって電流が生じる。

・真性半導体を考える。
・価電子帯の電子がバンドギャップE_gを超える何らかのエネルギーE_a(熱、光など)をもらうと伝導帯に励起される。

励起される電子の割合(単位時間、単位体積)G
∝価電子帯の電子密度＆伝導帯のエネルギー準位密度

材料で決まるこれらパラメータを一括して比例定数gとして

$$G = g \exp\left(-\frac{E_a}{\kappa T}\right) \tag{2.42}$$



2.3 半導体の電気伝導

2.3.4 再結合による電流(p.34)

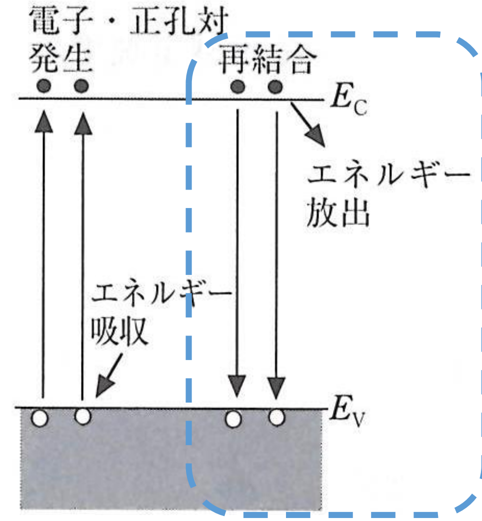
電子がエネルギーを失う。

電子は結晶格子に拘束される。

ホールは消滅する。

“再結合”過程

キャリアが動くので電流が生じる！
“再結合電流”



再結合の割合(単位時間、単位体積)R
∝伝導帯の電子密度n＆価電子帯のホール密度p

比例定数をγとして

$$\boxed{R = \gamma \cdot p \cdot n} \quad (2.43)$$

電子密度の時間変化(dn/dt)は生成割合Gと再結合割合Rの差だから、結局、

$$\frac{dn}{dt} = G - R = \boxed{g \exp\left(-\frac{E_a}{\kappa T}\right) - \gamma \cdot p \cdot n} \quad (2.44)$$

となる。

※再結合電流はトランジスタの特性を下げるので起こらない方が良い。

2.3　半導体の電気伝導

2.3.5　キャリア寿命（p.35）

（問）いったん励起されたキャリアは永久か？

熱エネルギーなどによる“励起”は熱平衡状態からエネルギーが高い（ズレた）状態
したがって、励起をやめれば系は元の状態に戻ろうとする。
→（答）永久ではない！

■p形に熱平衡状態より過剰な電子を注入した場合を考える。
・t=0で注入をストップ
・過剰電子密度Δn_pの時間変化は以下のようになる（2.44式参照）。

熱平衡状態のホール密度

$$\frac{d(\Delta n_p)}{dt} = G - R = G - \gamma \cdot \boxed{p_{p0}}\,(\boxed{n_{p0}} + \Delta n_p)$$

熱平衡状態の電子密度

2.3　半導体の電気伝導

2.3.5　キャリア寿命（つづき）

(2.44)式で熱平衡状態（E_a<<kT）を考えると、キャリア数は一定だから、

$$\frac{dn}{dt} = g\exp\left(\frac{-E_a}{kT}\right) - \gamma pn \approx g\exp(0) - \gamma pn = 0$$
$$\therefore g - \gamma pn = 0$$

となる。

したがって、$G = \gamma p_{p0} n_{p0}$であるから

$$\frac{d(\Delta n_p)}{dt} = -\gamma \cdot p_{p0} \cdot \Delta n_p = -K_n \cdot \Delta n_p \qquad (2.45)$$

となる。

微分方程式を解いて
（初期条件：t=0のとき、$\Delta n_p = \Delta n_{p0}$とする）

$$\Delta n_p(t) = \Delta n_{p0} \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right)$$

$$\tau_n \equiv (\gamma p_{p0})^{-1}$$

が得られる。

過剰キャリアの寿命は時定数τ_nで指数関数的に減少する！

過剰キャリアがゼロとみなせるのは何τ_n後？

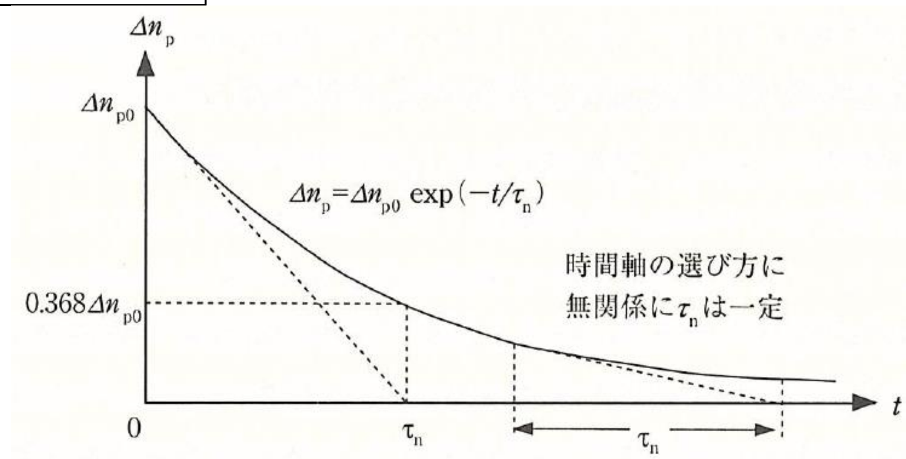


図 2. 26　過剰電子密度 Δn_p の減衰の様子

$$\Delta n_p(t) = \Delta n_{p0} \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right)$$

(2-2)解答:

$t = n \times \tau_n$に対して指数項$\exp\left(-\frac{n\times\tau_n}{\tau_n}\right) = \exp(-n)$を計算する。

n	e^{-n}
1	0.368
2	0.135
3	0.050
4	0.018
5	0.008
6	0.002
7	0.0009
8	0.0003
9	0.0001
10	0.00005

初期値の0.08%
ほぼゼロとみなせる!

2.3 半導体の電気伝導

2.3.6 拡散方程式 （p.36）

少数キャリアの移動とその連続性を考える。
※少数キャリアの特性から多数キャリア(＝全キャリア－少数キャリア)の特性を知ることが出来る(第3章)。

・断面積*S*の*n*形半導体(図2.27)のホール(少数キャリア)を考える。
(ホールは左から右に向かう方向に移動)

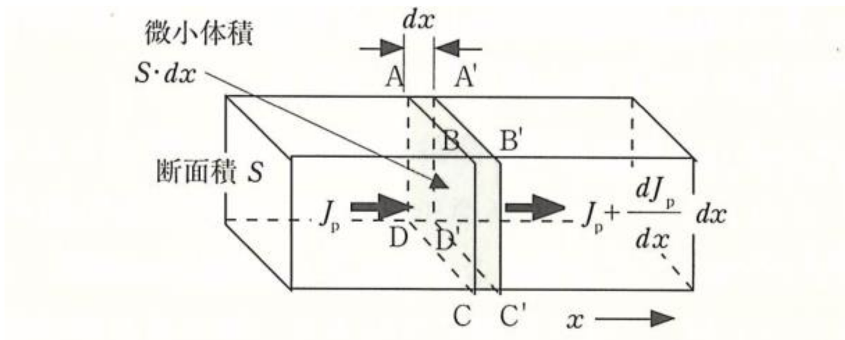


図 2.27 微少領域における電流の流入，流出および発生・再結合

電流密度をJ_pとすると，単位時間当たりの
・微小体積*Sdx*に断面ABCDから侵入するホール：$+J_p \cdot S$
・断面A'B'C'D'から流出するホール：$-\{J_p + (dJ_p/dx) \cdot dx\}S$
・生成・再結合によるホールの増減： $(g_p - r_p) \cdot S \cdot dx$
の3つを考えれば良い。

2.3　半導体の電気伝導

2.3.6　拡散方程式 （p.36）

・ホール密度の時間変化はこれらの和である。

$$\frac{\partial p_n}{\partial t}\cdot S\cdot dx = \underbrace{(g_p - r_p)\cdot S\cdot dx}_{\text{生成・再結合}} + \frac{1}{q}\left\{\underbrace{J_p}_{\text{入}} - \underbrace{\left(J_p + \frac{\partial J_p}{\partial x}dx\right)}_{\text{出}}\right\}S \tag{2.47}$$

・ホールの寿命τ_pをとすると，(2.45)式より，

$$g_p - r_p = -\frac{\Delta p_n}{\tau_p} = -\frac{p_n - \boxed{p_{n0}}}{\tau_p}$$

熱平衡状態のホール密度

であるので，結局(2.47)式は以下のようになる。

$$\boxed{\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \frac{1}{q}\frac{\partial J_p}{\partial x}} \tag{2.48}$$

代入して計算！

本節最初にあったように，半導体の全電流J_{tot}はドリフト電流J_{drift}と拡散電流J_{diff}が担う。

$$J_p = \underbrace{q p_n \mu_p E}_{(2.29)式} - \underbrace{q D_p \frac{\partial p_n}{\partial t}}_{(2.40)式}$$

2.3　半導体の電気伝導

2.3.6　拡散方程式　（p.36）

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \frac{1}{q}\left\{q\mu_p \frac{\partial (p_n E)}{\partial x} - qD_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial^2 x}\right\}$$

$$= \boxed{-\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \mu_p \frac{\partial (p_n E)}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial^2 x}}$$

これが拡散方程式である。

いま，フラットバンドを仮定するとドリフト成分（右辺第2項）は無視できて教科書(2.49)式となる。（※教科書では“もし正孔（ホール）の移動が拡散のみによるとすると”と書いてあるがまずは上記のように求めるのが筋であろう）

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} \qquad (2.49)$$

p形中の電子の拡散方程式も同様にして得られる。

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = -\frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} + D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} \qquad (2.50)$$

・n形の少数キャリアp_n

・p形の少数キャリアn_p

を知ることが出来る