

## 量子物理学 演習問題

ノートを準備して解答を記入し、それをスキャンまたは撮影したものをウェブクラスで提出すること。(pdfファイル推奨)

- 第1回目(問題1～8(9はおまけ))の提出期限: 5月31日(月)
- 第2回目(問題10～14(15,16はおまけ))の提出期限: 6月9日(水)

教科書の演習問題については、巻末に略解が載っていますが、途中式も確認しながら自分で解いてみることを。

### 【量子物理学 I の復習】

1. 量子力学における波動関数にはどのような物理的意味があるか。
2. 電子(質量  $= 9.11 \times 10^{-31} \text{kg}$ ) の運動エネルギーが  $100 \text{ eV}$  で  $\pm 0.001 \text{ eV}$  の間にあることがわかっている時、位置の正確さについてどのような事が言えるか。ただし、 $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{J}$  とする。
3. 位置の測定誤差が  $\Delta x$  であるとき、時間の測定誤差が  $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$  であるとすれば、 $\Delta x \Delta p \geq h$  の関係から、

$$\Delta E \Delta t \geq h$$

となることを示せ。ここで、 $v$  は速度、 $p$  は運動量、 $E$  はエネルギーである。(直線運動を想定)

ヒント: 運動量の式  $p = m_0 v$ 、運動エネルギーの式  $E = \frac{m_0 v^2}{2}$  の代入から導かれる。  
( $m_0$  は粒子の質量)

### 【調和振動子】

4. 教科書 p.69 演習問題 [1] を解け。
5. 教科書 p.61 の例題 3.2 を参考に、 $u_n(z)$  が 3 次の場合の多項式について解いてみよ。

6. 教科書 p.69 演習問題 [4] を解け。

7. 教科書 p.70 演習問題 [5] を解け。

8. 教科書 p.70 演習問題 [7] を解け。

9. (おまけ…興味があったらちょっと考えてみてください)

$^1\text{H}^{35}\text{Cl}$  分子は、波長  $\lambda = 3.46 \times 10^{-6}\text{m}$  の光を出す。これを H と Cl の距離が伸縮する調和振動子のとなり合うエネルギー準位間の遷移によるものとする。このとき、H と Cl を結ぶばね定数  $k$  を求めよ。また、HCl の質量として、次の換算質量  $\mu$  を用いよ。

$$\mu = \frac{1 \times 35}{1 + 35} \times (1.660 \times 10^{-27}\text{kg})$$

(なお  $1.660 \times 10^{-27}\text{kg}$  は、原子質量単位 ( $^{12}\text{C}/12$  の質量) である)

### 【3次元のシュレーディンガー方程式】

10. ハミルトニアンと演算子  $\hat{L}^2$  が可換であることを示せ。(教科書 p.128 演習問題 [4])

11. 教科書 p.128 演習問題 [5] を解け。

12. 2つの演算子が可換であるとき両者に共通な固有関数をつくることのできる(同時対角化可能である)ことを示せ。

13.  $l$  の異なる二つのルジャンドル多項式が直交していることを示せ。

14. 角運動量演算子

$$\hat{L}_x = \hat{y}\hat{p}_z - \hat{z}\hat{p}_y$$

$$\hat{L}_y = \hat{z}\hat{p}_x - \hat{x}\hat{p}_z$$

$$\hat{L}_z = \hat{x}\hat{p}_y - \hat{y}\hat{p}_x$$

に対して、

$$[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar\hat{L}_z$$

$$[\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i\hbar\hat{L}_x$$

$$[\hat{L}_z, \hat{L}_x] = i\hbar\hat{L}_y$$

となることを示せ。

15. 【おまけ】(数学の問題) … 興味があったらやってみてください  
三次元のラプラシアン

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

を極座標表示

$$x = r \sin \theta \cos \varphi$$

$$y = r \sin \theta \sin \varphi$$

$$z = r \cos \theta$$

すると、

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

となることを示せ。

16. 【おまけ】(数学の問題) … 興味があったらやってみてください  
演算子  $\hat{L}^2$  が

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right)$$

と表されることを示せ。