

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ - UFPI CAMPUS SENADOR HELVÍDIO NUNES DE BARROS - CSHNB CURSO DE SISTEMAS DE INFORMAÇÃO PICOS - PI

RECURSIVIDADE

Prof. Ma. Luana Batista da Cruz luana.b.cruz@nca.ufma.br

Roteiro

- Recursividade
 - Direta e indireta
 - Com cauda e sem cauda

Conceito de recursividade

- Repetição pode ser obtida de 2 maneiras:
 - Laços (for, while, do while)
 - É também um processo repetitivo caracterizado pelas chamadas a si mesma

Recursividade

- É uma técnica de programação na qual um método chama a si mesmo
- Define conjuntos infinitos com comandos finitos
- A recursividade é uma estratégia que pode ser utilizada sempre que o cálculo de uma função para o valor n, pode ser descrita a partir do cálculo desta mesma função para o termo anterior (n-1)

Estrutura básica

```
void ex_recursao(int n){
    if (condicao_parada) //caso base
        return;
    else
        ex_recursao(n-1); //recursão
}
```

Estrutura básica

```
void ex_recursao(int n){
    if (condicao_parada) //caso base
        return;
    else
        ex_recursao(n-1); //recursão
}
```

Exemplo

```
void ate_zero(int n){
    if (n == 0) //caso base
        return;
    else
        ate_zero(n-1); //recursão
}
```

- Recursão direta quando uma função chama a si mesma diretamente
- Recursão indireta quando uma função chama outra, e esta, por sua vez chama a primeira
- Para cada chamada de uma função, recursiva ou não, os parâmetros e as variáveis locais são empilhados na pilha de execução
- A recursividade nem sempre é a melhor solução, mesmo quando a definição matemática do problema é feita em termos recursivos

Direta

```
void ate_zero(int n){
    if (n == 0) //caso base
        return;
    else
        ate_zero(n-1); //recursão
}
```

Indireta

Função para mostrar o antecessor e sucessor de um número

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int n = 0;
void antecessor() {
        if (n > 10) //caso base
              return;
       else{
              printf("O antecessor de %d = %d\n", n, n-1);
              sucessor(); //recursão
void sucessor() {
        if (n > 10) //caso base
              return;
       else{
              printf("O sucessor de %d = %d\n", n, n+1);
              antecessor(); //recursão
int main() {
       antecessor();
       return 0;
```

Indireta

Função para mostrar o antecessor e sucessor de um número

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int n = 0;
void antecessor() {
                                                                             Não altera o
       if (n > 10) //caso base
                                                                              estado das
              return;
                                                                               variáveis
       else{
              printf("O antecessor de %d = %d\n", n, n-1);
              sucessor(); //recursão
void sucessor() {
       if (n > 10) //caso base
              return;
       else{
              printf("O sucessor de %d = %d\n", n, n+1);
              antecessor(); //recursão
int main() {
       antecessor();
       return 0;
```

Indireta

Função para mostrar o antecessor e sucessor de um número

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int n = 0;
void antecessor() {
                                                                             Não altera o
       if (n > 10) //caso base
                                                                              estado das
             return;
                                                                               variáveis
       else{
              printf("O antecessor de %d = %d\n", n, n-1);
              sucessor(); //recursão
void sucessor() {
       if (n > 10) //caso base
             return;
       else{
             printf("O sucessor de %d = %d\n", n, n+1);
                                                                 Altera o
             n++; ___
                                                                estado da
              antecessor(); //recursão
                                                                 variável
int main() {
       antecessor();
      return 0;
```

- Recursão com cauda é um tipo especial de recursão, no qual não existe processamento a ser feito depois de encerrada a chamada recursiva. Sendo assim, não é necessário guardar o estado do processamento no momento da chamada recursiva
- Recursão sem cauda a cada chamada recursiva realizada, é necessário guardar a posição do código onde foi feita a chamada para que continue a partir dali assim que receber o resultado

Exemplo

```
void ate_zero(int n){
    if (n == 0) //caso base
        return;
    else{
        printf("%d ", n);
        ate_zero(n-1); //recursão
    }
}
```

Exemplo

```
void ate_zero(int n){
  if (n == 0) //caso base
    return;
  else{
    printf("%d ", n);
    ate_zero(n-1); //recursão
  }
}
```

Exemplo

```
void ate_zero(int n){
    if (n == 0) //caso base
        return;
    else{
        printf("%d ", n);
        ate_zero(n-1); //recursão
    }
}
```

Exemplo

```
void ate_zero(int n){
    if (n == 0) //caso base
        return;
    else{
        printf("%d ", n);
        ate_zero(n-1); //recursão
    }
}
```

Exemplo

```
void ate_zero(int n){
    if (n == 0) //caso base
        return;
    else{
        printf("%d ", n);
        ate_zero(n-1); //recursão
    }
}
```

Exemplo

```
void ate_zero(int n){
    if (n == 0) //caso base
        return;
    else{
        printf("%d ", n);
        ate_zero(n-1); //recursão
    }
}
```

Exemplo

```
void ate_zero(int n){
    if (n == 0) //caso base
        return;
    else{
        ate_zero(n-1); //recursão
        printf("%d ", n);
    }
}
```

Exemplo

```
void ate_zero(int n){
    if (n == 0) //caso base
        return;
    else{
        ate_zero(n-1); //recursão
        printf("%d ", n);
    }
}
```

```
\begin{array}{c} ate\_zero(4) \rightarrow 4 \\ ate\_zero(3) \rightarrow 3 \\ ate\_zero(2) \rightarrow 2 \\ ate\_zero(1) \rightarrow 1 \\ ate\_zero(0) \end{array}
```

Exemplo

```
void ate_zero(int n){
    if (n == 0) //caso base
        return;
    else{
        ate_zero(n-1); //recursão
        printf("%d ", n);
    }
}
```

```
\begin{array}{c} ate\_zero(4) \rightarrow 4 \\ ate\_zero(3) \rightarrow 3 \\ ate\_zero(2) \rightarrow 2 \\ ate\_zero(1) \rightarrow 1 \end{array}
```

Exemplo

```
void ate_zero(int n){
    if (n == 0) //caso base
        return;
    else{
        ate_zero(n-1); //recursão
        printf("%d ", n);
    }
}
```

```
\begin{array}{c} ate\_zero(4) \rightarrow 4 \\ ate\_zero(3) \rightarrow 3 \\ ate\_zero(2) \rightarrow 2 \\ ate\_zero(1) \rightarrow 1 \end{array}
```

Exemplo

Função para mostrar os números de n até 0:

```
void ate_zero(int n){
    if (n == 0) //caso base
        return;
    else{
        ate_zero(n-1); //recursão
        printf("%d ", n);
    }
}
```

```
\begin{array}{c} ate\_zero(4) \rightarrow 4 \\ ate\_zero(3) \rightarrow 3 \\ ate\_zero(2) \rightarrow 2 \\ ate\_zero(1) \rightarrow 1 \end{array}
```

12

Exemplo

```
void ate_zero(int n){
    if (n == 0) //caso base
        return;
    else{
        ate_zero(n-1); //recursão
        printf("%d ", n);
    }
}
```

```
ate_zero(4) \rightarrow 4

ate_zero(3) \rightarrow 3

ate_zero(2) \rightarrow 2

ate_zero(1) \rightarrow 1
```

Exemplo

- Internamente, quando qualquer chamada de função é feita dentro de um programa, é criado um Registro de Ativação na Pilha de Execução do programa
- O registro de ativação armazena os parâmetros e variáveis locais da função bem como o "ponto de retorno" no programa ou subprograma que chamou essa função
- Ao final da execução dessa função, o registro é desempilhado e a execução volta ao subprograma que chamou a função

Exemplo

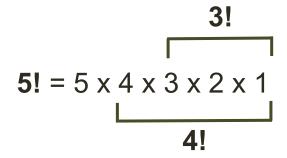
- É um número natural **inteiro positivo**, o qual é representado por n!
- O fatorial de um número é calculado pela multiplicação desse número por todos os seus antecessores até chegar ao número 1

Exemplo

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

Exemplo

Exemplo



Exemplo

- Fatorial (tradicional)
 - Se N \leq 0 \rightarrow 1
 - Se N > 0 \rightarrow N1 x N2 x N3 x .. N
- Fatorial (recursivo)
 - Se N \leq 0 \rightarrow 1
 - Se $N > 0 \rightarrow N \times Fat(N 1)$

Exemplo

```
Fatorial
                          Tradicional
      int fat(int n) {
        int resultado = 1;
        for (int i=n; i>0; i--)
          resultado = resultado * i;
        return resultado;
      int main() {
       int f;
       f = fat(3);
```

printf("%d", f);

```
Recursivo
int fat(int n) {
  if (n<=0)
    return 1;
  else
    return n * fat(n-1);
int main() {
 int f;
 f = fat(3);
 printf("%d", f);
```

Exemplo

Fatorial

```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

Pilha de execução

Exemplo

Fatorial

```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

Pilha de execução fat(3) n * fat(n-1)

Exemplo

Fatorial

```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

Pilha de execução fat(3) 3 * fat(3-1)

Exemplo

Fatorial

```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

Pilha de execução fat(3) 3 * fat(2)

Exemplo

Fatorial

```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

fat(2) n * fat(n - 1) fat(3) 3 * fat(2)

Exemplo

Fatorial

```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

Pilha de execução fat(2) 2 * fat(2 - 1) fat(3) 3 * fat(2)

Exemplo

Fatorial

```
Pilha de execução
int fat(int n) {
  if (n<=0)
    return 1;
  else
    return n * fat(n-1);
int main() {
                                             fat(2)
 int f;
 f = fat(3);
                                             fat(3)
 printf("%d", f);
```

2 * fat(1)

3 * fat(2)

Exemplo

Fatorial

```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

Pilha de execução

fat(1) n * fat(n - 1)
fat(2) 2 * fat(1)
fat(3) 3 * fat(2)

Exemplo

Fatorial

```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

Pilha de execução

fat(1) 1 * fat(1 - 1)
fat(2) 2 * fat(1)
fat(3) 3 * fat(2)

Exemplo

Fatorial

```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

fat(1) 1 * fat(0) fat(2) 2 * fat(1) fat(3) 3 * fat(2)

Exemplo

Fatorial

```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

fat(1) 1 * 1 fat(2) 2 * fat(1) fat(3) 3 * fat(2)

Exemplo

Fatorial

```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

fat(1) 1 fat(2) 2 * fat(1) fat(3) 3 * fat(2)

Exemplo

Fatorial

```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

fat(2) 2 * 1 fat(3) 3 * fat(2)

Exemplo

Fatorial

```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

fat(2) fat(3) 2 fat(2)

Exemplo

Fatorial

```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

Pilha de execução fat(3) 3 * 2

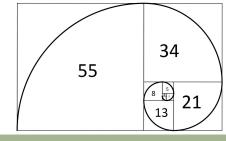
Exemplo

Fatorial

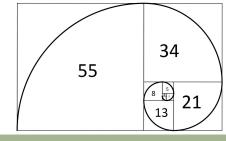
```
int fat(int n) {
    if (n<=0)
        return 1;
    else
        return n * fat(n-1);
}

int main() {
    int f;
    f = fat(3);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

Pilha de execução fat(3) 6 → resultado

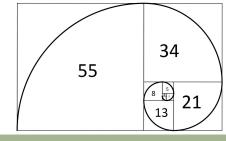


- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,



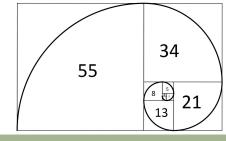
- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1					
1	1					



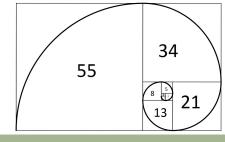
- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2				
1	1					



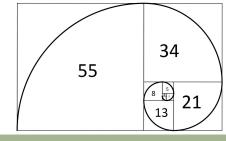
- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2				
1	1	2				



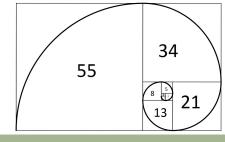
- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3				
1	1	2					



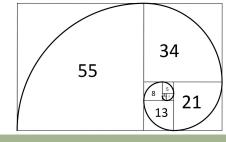
- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3				
1	1	2	3				



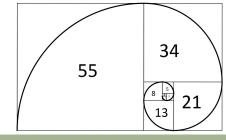
- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3	4			
1	1	2	3				



- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3	4			
1	1	2	3	5			

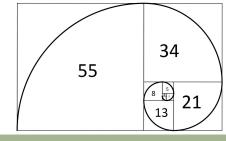


- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3	4	5			
1	1	2	3	5				

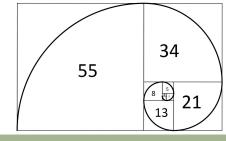
58

Recursividade



- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3	4	5			
1	1	2	3	5	8			

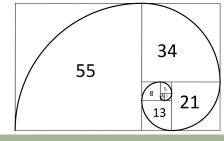


- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3	4	5	6		
1	1	2	3	5	8			

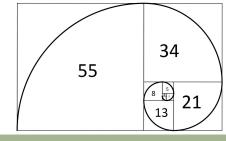
60

Recursividade



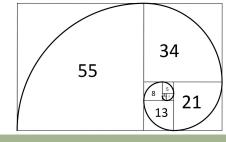
- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3	4	5	6		
1	1	2	3	5	8	13		



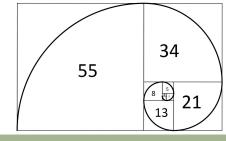
- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3	4	5	6	7		
1	1	2	3	5	8	13			



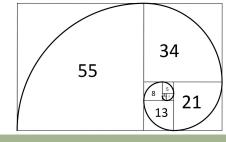
- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3	4	5	6	7		
1	1	2	3	5	8	13	21		



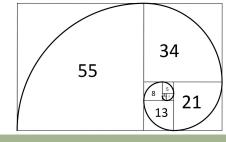
- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	1	2	3	5	8	13	21		



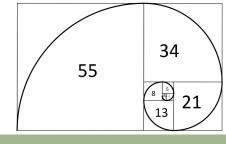
- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	1	2	3	5	8	13	21	34	



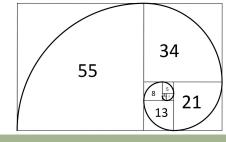
- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	1	2	3	5	8	13	21	34		



- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	

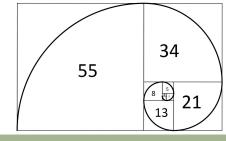


- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55		

68

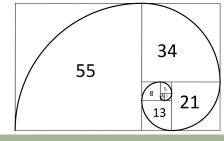
Recursividade



- Outro exemplo (Série de Fibonacci):
 - $F0 \rightarrow F1 \rightarrow 1$
 - Fn \rightarrow Fn 1 + Fn 2 n > 1,

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	

Exemplo

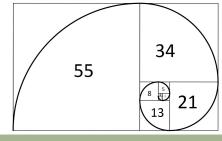


Outro exemplo (Série de Fibonacci):

```
int fib(int n) {
    if (n<2)
        return 1;
    else
        return fib(n-1) + fib(n-2);
}

int main() {
    int f;
    f = fib(4);
    printf("%d", f);
}</pre>
```

Exemplo



Outro exemplo (Série de Fibonacci):

```
int fib(int n) {
     if (n<2)
       return 1;
    else
       return fib(n-1) + fib(n-2);
int main() {
                                                                                                         fib(8)
   int f;
                                                                           fib(7)
                                                                                                                                   fib(6)
   f = fib(8);
                                                         fib(6)
                                                                                           fib(5)
                                                                                                                                              fib(4)
                                                                                                                       fib(5)
   printf("%d", f);
                                                                    fib(4)
                                             fib(5)
                                                                                    fib(4)
                                                                                                  fib(3)
                                                                                                                fib(4)
                                                                                                                              fib(3)
                                                                                                                                           fib(3) fib(2)
                                      fib(4)
                                                   fib(3)
                                                                 fib(3)
                                                                       fib(2)
                                                                                 fib(3)
                                                                                       fib(2)
                                                                                              fib(2) fib(1)
                                                                                                            fib(3) fib(2)
                                                                                                                          fib(2) fib(1) fib(2) fib(1)
                                  fib(3) fib(2)
                                                fib(2) fib(1) fib(2) fib(1)
                                                                             fib(2) fib(1)
                                                                                                         fib(2) fib(1)
                               fib(2) fib(1)
```

Vantagens

- A utilização de uma função recursiva pode simplificar a solução de alguns problemas
- Pode-se obter um código mais conciso e eficaz nessas situações
- Redução do tamanho do código fonte
- Uma solução recursiva pode, por outro lado, eliminar a necessidade de manter o controle manual sobre uma série de variáveis normalmente associadas aos métodos alternativos à recursividade
- Maior clareza do algoritmo para problemas de definição naturalmente recursiva

Desvantagens

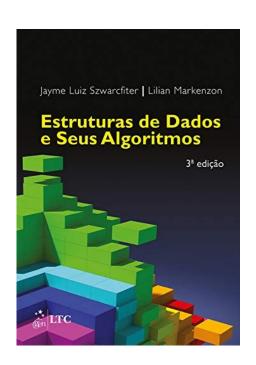
- As funções recursivas são geralmente mais lentas e ocupam mais memória do que as funções iterativas equivalentes, uma vez que são feitas muitas chamadas consecutivas a funções
- Dificuldade de depuração dos subprogramas recursivos, principalmente se a recursão for muito profunda
- Um erro de implementação pode levar ao esgotamento dos recursos associados à pilha que gere a chamada a funções

Referências





SCHILDT, Herbert. **C completo e total**. Makron, 3a edição revista e atualizada, 1997.



SZWARCHFITER, J. **Estruturas de Dados e seus algoritmos**. 3 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010.