

## 2η Εργαστηριακή Άσκηση

### **Ελαχιστοποίηση συναρτήσεων πολλών μεταβλητών χωρίς περιορισμούς με χρήση παραγώγων**

Στην εργασία αυτή θα ασχοληθούμε με το πρόβλημα ελαχιστοποίησης μιας δοσμένης συνάρτησης πολλών μεταβλητών  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  χωρίς περιορισμούς. Οι αλγόριθμοι που θα χρησιμοποιήσουμε βασίζονται στην ιδέα της επαναληπτικής καθόδου, βάσει της οποίας ξεκινάμε από κάποιο σημείο  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  και παράγουμε διαδοχικά τα διανύσματα  $x_1, x_2, \dots$  έτσι ώστε  $f(x_{k+1}) < f(x_k)$ ,  $k = 1, 2, \dots$ .

Οι αλγόριθμοι αναζήτησης που θα μελετηθούν είναι:

- **Μέθοδος Μέγιστης Καθόδου (Steepest Descent)**
- **Μέθοδος Newton**
- **Μέθοδος Levenberg-Marquardt**

Η αντικειμενική συνάρτηση που θα μελετήσουμε είναι η:

$$f(x, y) = x^3 e^{-x^2 - y^4}.$$

**Θέμα 1:** Σχεδιάστε την  $f$  για να πάρετε μια γενική εικόνα της μορφής της.

**Θέμα 2:** Ελαχιστοποιήστε την  $f$  με την μέθοδο **Μέγιστης Καθόδου**, χρησιμοποιώντας ως αρχικά σημεία  $(x_0, y_0)$  τα i)  $(0, 0)$ , ii)  $(-1, -1)$ , και iii)  $(1, 1)$ . Το βήμα  $\gamma_k$  θα επιλεγεί: α) σταθερό (της επιλογής σας), β) τέτοιο ώστε να ελαχιστοποιεί την  $f(x_k + \gamma_k d_k)$  και γ) βάσει του κανόνα Armijo. Σχολιάστε τις διαφορές στα αποτελέσματα, σε περίπτωση που προκαλούνται, λόγω της επιλογής του σημείου έναρξης  $(x_0, y_0)$  του αλγορίθμου, καθώς επίσης και λόγω της επιλογής του βήματος  $\gamma_k$ . Οδηγούμαστε πάντα σε σωστό αποτέλεσμα; Αν όχι, τι πιστεύετε ότι φταίει;

**Θέμα 3:** Επαναλάβετε τα ερωτήματα του Θέματος 2 χρησιμοποιώντας την μέθοδο **Newton**.

**Θέμα 4:** Επαναλάβετε τα ερωτήματα του Θέματος 2 χρησιμοποιώντας την μέθοδο **Levenberg-Marquardt**.

### Παραδοτέα αρχεία εργασίας

Ένα αρχείο σε μορφή .zip με όνομα "**Lastname\_Firstname\_AEM\_Work2**", που θα περιέχει:

1. **Ηλεκτρονική αναφορά σε μορφή .pdf** με την περιγραφή του προβλήματος και τις παρατηρήσεις σας ως προς:
  - τη σύγκλιση των αλγορίθμων αναζήτησης και τον αριθμό των επαναλήψεων που απαιτούνται σε κάθε περίπτωση, τονίζοντας τα θεωρητικά χαρακτηριστικά της κάθε μεθόδου,
  - τη σύγκριση των αλγορίθμων αναζήτησης ως προς την αποδοτικότητά τους.

Να συμπεριλάβετε τη γραφική παράσταση της σύγκλισης της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τον αριθμό των επαναλήψεων που απαιτούνται μέχρι να τερματίσει ο αλγόριθμος.

Επιπλέον, να σχολιάσετε τυχόν αποκλίσεις από τις επιθυμητές τιμές λόγω εγκλωβισμού του αλγορίθμου σε κάποιο τοπικό ακρότατο (ελάχιστο ή μέγιστο). Παρατηρήστε την εξάρτηση του αποτελέσματος από την τιμή εκκίνησης  $(x_0, y_0)$  του αλγορίθμου, καθώς επίσης και από την επιλογή του βήματος  $\gamma_k$ .

2. Έναν φάκελο με όλο το project σας στο Matlab (όχι live scripts).

Καταληκτική ημερομηνία υποβολής: **Τετάρτη 3 Δεκεμβρίου 2025, 23:59** (μέσω του e-learning)