

算法结构框架

数学

- 莫比乌斯
 - 杜教筛
 - 狄利克雷卷积
 - FFT/DFT/NTT
-

图论

树:

- 支配树
 - 虚树
-

字符串

- (广义)AC自动机
 - (广义)KMP
 - 后缀自动机
-

动态规划

- 斯坦纳树
 -
-

数据结构

- 可持久化
 - 最大空凸包
 - 树链剖分
 - 点分治
 - 边分治
-

几何

- k次圆交
 -
-

1、无源汇上下界可行流：

问题简述：

给出一个有向图，每条边有流量上下界，没有源点和汇点，要求找到一种流的方法，使得每个点流入的流量与流出的流量相等，且每条边的流量都要满足上下界。

建图方法：

用一个数组 w 储存每个点流入流量与流出流量的差。对于 (x,y,L,R) ，建一条 x 到 y ，流量为 $R-L$ 的边， $v[x]-=L, v[y]+=L, v[x]-=L, v[y]+=L$ ；之后扫一遍点，若 $v[x]>0$ ，建一条超级源点 SSS 到 x ，流量为 $v[x]$ 的边；否则建一条 x 到超级汇点 TTT ，流量为 $-v[x]$ 的边，然后跑一遍最大流。

判断是否有解：

扫一遍超级源点连出去的所有边，若全部满流则有解，否则无解。

2、有源汇上下界可行流：

问题简述：

给出一个有向图，每条边有流量上下界，有源点 SS 和汇点 TT ，要求找到一种流的方法，使得源点 SS 的流出量等于汇点 TT 的流入量，除源点汇点之外每个点流入的流量与流出的流量相等，且每条边的流量都要满足上下界。

建图方法：

注意到源点的流出量等于汇点的流入量，那么可以建一条 TT 到 SS 的流量为 inf 的边，那么就转化为上面的无源汇上下界可行流的问题，按照上面的方法建图即可。

判断是否有解：同上。

3、有源汇上下界最大流：

问题简述：

给出一个有向图，每条边有流量上下界，有源点 SS 和汇点 TT ，要求找到一种流的方法，使得源点 SS 的流出量等于汇点 TT 的流入量，除源点汇点之外每个点流入的流量与流出的流量相等，且每条边的流量都要满足上下界，满足这些前提的情况下，要求流量最大。

建图方法：

对于 (x,y,L,R) ，建一条超级源点 SSS 到 y 的流量为 L 的边，一条 x 到超级汇点 TTT 的流量为 L 的边，一条 x 到 y 的流量为 $R-L$ 的边，最后建一条汇点 TT 到源点 SS 流量为 inf 的边。

判断是否有解及求最大流：

判断是否有解的方法与前面的一样。找最大流有两种方法：首先一开始都要跑一次 SSS 到 TTT 判断是否有解，以下都是在进行了第一次网络流的情况下进行的。1、把最大流的初始值设为 TT 到 SS 这条边的流量，把 SSS 连出去的边清掉，把 TT 到 SS 的边删掉，再在残量网络上跑一次 SS 到 TT 的最大流，初始最大流加上这次的最大流就是答案。2、直接跑一次 SS 到 TT 的最大流即为答案。

4、有源汇上下界最小流：

问题简述：

给出一个有向图，每条边有流量上下界，有源点 S 和汇点 T ，要求找到一种流的方法，使得源点 S 的流出量等于汇点 T 的流入量，除源点汇点之外每个点流入的流量与流出的流量相等，且每条边的流量都要满足上下界，满足这些前提的情况下，要求流量最小。

建图方法：

与有源汇上下界最大流一样。

判断是否有解及求最小流：

判断是否有解的方法与前面的一样。

找最小流：

把最小流的初始值设为 T 到 S 这条边的流量，把 S 连出去的边清掉，把 T 到 S 的边删掉，再在残量网络上跑一次 T 到 S 的最大流，初始最小流减去这次的最大流就是答案。