UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
Campus de Quixadá
Prof. Arthur Araruna
QXD0115- Estrutura de Dados Avançada

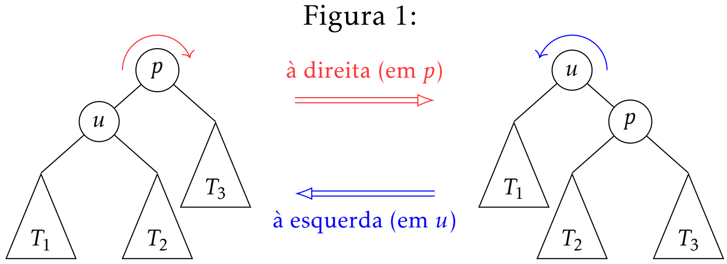
Rotações e Balanceamento de AVLs

1 Conceitos

Vamos relembrar o nossos conceitos que serão necessários para o resultado a ser demonstrado:

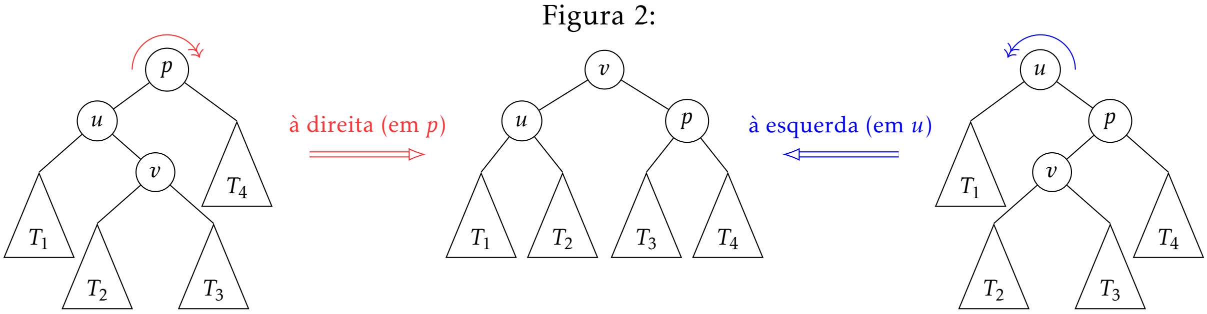
Definição 1.1. *Rotação simples* (à direita ou à esquerda) é uma das transformações estruturais representadas a seguir, realizadas sobre a raiz de uma sub-árvore.

Figura 1:



Definição 1.2. *Rotação dupla* (à direita ou à esquerda) é uma das transformações estruturais representadas a seguir, realizadas sobre a raiz de uma sub-árvore.

Figura 2:



2 Rotações preservam propriedade ABB

Observando as operações de rotação, podemos concluir que, se a árvore dada como entrada for binária de busca, qualquer das rotações realizada em qualquer dos seus nós preservará essa propriedade. Ou seja, após a rotação a nova estrutura obtida também será binária de busca.

2.1 Rotações simples

Suponha que a árvore à esquerda na Figura 1 seja binária de busca. Isso significa que todas as relações a seguir são verdadeiras(considere que quando falamos sobre uma sub-árvore estejamos falando sobre todos os seus nós):

- $T_1 < u$
- $u < T_2$
- $u < p$
- $p < T_3$

E, para que a estrutura após uma rotação à direita (árvore da direita) mantenha a propriedade, precisamos concluir que:

- $T_1 < u$
- $u < p$
- $T_2 < p$
- $p < T_3$

Mas observe que todas as novas relações podem ser obtidas das anteriores, lembrando que a relação de "$<$" é transitiva.

Como os nós na sub-árvore rotacionada mudaram apenas de posição, mas permanecem os mesmos, essa alteração não tem como ter prejudicado a propriedade globalmente na árvore que a contém.

Por fim, perceba que o caso da rotação simples à esquerda é simétrico ao que acabamos de observar.

3 Rotações corrigem desbalanceamento

4 Conclusão