

Pomiar i wielkości fizyczne

1/15

Andrzej Kapanowski
<http://users.uj.edu.pl/~ufkapano/>

WFAIS, Uniwersytet Jagielloński w Krakowie

2020

Plan wykładu

- ❶ Pomiar i wielkości fizyczne
- ❷ Kinematyka
- ❸ Dynamika
- ❹ Bryła sztywna
- ❺ Pole grawitacyjne
- ❻ Płyny
- ❼ Drgania i fale
- ❽ Termodynamika
- ❾ Pole elektryczne
- ❿ Pole magnetyczne
- ⓫ Fale elektromagnetyczne
- ⓬ Optyka
- ⓭ Fale materii
- ⓮ Fizyka atomowa i ciała stałego
- ⓯ Fizyka jądrowa i cząstek elementarnych

Warunki zaliczenia kursu

- Warunkiem zaliczenia kursu jest zaliczenie wykładu oraz zaliczenie ćwiczeń.
- Warunkiem zaliczenia wykładu jest zdanie egzaminu pisemnego (2 terminy).
- Warunkiem zaliczenia ćwiczeń jest obecność i aktywność na zajęciach, zaliczenie kolokwίων sprawdzających.

Literatura

- D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN.
- S. Przestalski, *Elementy fizyki, biofizyki i agrofizyki*, Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego, 2001.
- M. Herman, A. Kalestyński, L. Widomski, *Podstawy fizyki dla kandydatów na wyższe uczelnie*, PWN.
- ...

Czym zajmuje się fizyka?

- **Fizyka** jest nauką o właściwościach materii i o zjawiskach, czyli zmianach zachodzących w przyrodzie. Zajmuje się badaniem najbardziej ogólnych cech i form ruchu materii. Stąd fizyka stanowi podstawę wszystkich nauk przyrodniczych i technicznych.
- Przykład [M. Smoluchowski]: ruchy planet około Słońca. Fizyka interesują one jako przykład z zakresu mechaniki oraz jako dowód istnienia grawitacji ogólnej. Astronoma interesują indywidualne dane określające tory planet, orientacja torów względem konstelacji gwiazd niebieskich itd.
- **Biofizyka** zajmuje się zjawiskami fizycznymi zachodzącymi w organizmach żywych.

Pomiary i wielkości fizyczne

- Fizyka opiera się na pomiarach. Każdą dającą się zmierzyć wielkość nazywamy **wielkością fizyczną**.
- Wielkość fizyczna X : wartość liczbowa $\{X\}$, jednostka/wymiar $[X]$.
- **Jednostka** to nazwa miary danej wielkości. Jedną miarę danej wielkości zawiera **wzorzec**.
- Wzorce powinny być łatwo dostępne, niezmiennie.
- Główny Urząd Miar, rozporządzenia w sprawie legalnych jednostek miar.
- Wielkości i jednostki podstawowe i pochodne (określone na podstawie równań definicyjnych).

Międzynarodowy Układ Jednostek Miar (SI)

Jednostki podstawowe układu SI.

Nazwa jedn.	Symbol	Wielkość fizyczna	Wymiar w.f.
metr	m	długość	L
kilogram	kg	masa	M
sekunda	s	czas	T
amper	A	natężenie prądu	A
kelwin	K	temperatura	Θ
kandela	cd	światłość	J
mol	mol	liczność materii	N

Wymiar

- **Wymiar wielkości fizycznej** jest to wyrażenie zbudowane w oparciu o wzór definicyjny tej wielkości fizycznej, w postaci iloczynu wymiarów podstawowych, podniesionych do odpowiednich potęg.
- Wymiar danej wielkości fizycznej zależy od przyjętego układu jednostek miar.
- Wymiar jest pojęciem bardziej ogólnym niż jednostka.
- Przykład. Definicja siły (II z.d.N.) $F = ma$,
wymiar $[F] = [m] \times [a] = M \times L/T^2$,
jednostka (niuton) $1N = 1kg \times 1m/s^2$.
- Wielkości fizyczne bezwymiarowe (wymiar 1): kąt (radiany), współczynnik załamania, sprawność.

Wymiar

- Dla każdego równania zawierającego wielkości fizyczne, wymiary lewej i prawej strony równania muszą być jednakowe. Innym warunkiem poprawności równania są takie same własności transformacyjne.
- **Analiza wymiarowa** pozwala często na znalezienie zależności fizycznych z dokładnością do stałej bezwymiarowej poprzez porównywanie wykładników wymiarowych.
- Przykład: liczba Reynoldsa (Re) w mechanice płynów.

Zapis wielkości fizycznych

- Przedrostki wyrażające mnożniki dziesiętne służące do tworzenia dziesiętnych wielokrotności i podwielokrotności jednostek miar, np. kilometr, milisekunda.
- Inne jednostki będące w powszechnym użyciu: stopień Celsjusza ($^{\circ}\text{C}$; temperatura), elektronowolt (eV; energia), milimetr słupa rtęci (mmHg; ciśnienie), amperogodzina (Ah; moc), i inne.
- **Rząd wielkości:** $23456 \approx 2 \cdot 10^4$ (rząd wielkości 10^4), $789 \approx 0.8 \cdot 10^3$ (rząd wielkości 10^3).

Przedrostki

Mnożnik	Przedrostek	Skrót
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k
10^2	hekto	h
10^1	deka	da
10^{-1}	decy	d
10^{-2}	centy	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	mikro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	piko	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

Cyfry znaczące i cyfry po przecinku

- **Cyfry znaczące:** cyfry rozwinięcia dziesiętnego mierzonej wielkości fizycznej, począwszy od pierwszej cyfry niezerowej aż do ostatniej cyfry, której wartość nie zmienia się wewnątrz przyjętego przedziału ufności [Wikipedia].
- Jeżeli w zapisie nie występuje przecinek dziesiętny, to skrajna prawa cyfra jest znacząca (także zero), np. 2040, 450×10^{-3} .
- Liczby mogą być dokładne lub przybliżone. Liczba przybliżona może być podana z nadmiarem lub niedomiarem.

Cyfry znaczące i cyfry po przecinku

Matematyka

Liczby niewymierne ($\pi \approx 3.141$) czy rozwinięcia dziesiętne ułamków ($1/3 \approx 0.333$) mogą mieć nieskończone rozwinięcia dziesiętne.

Fizyka

Pomiar jest dokonywany z określoną dokładnością (niepewności przypadkowe, niepewności systematyczne).

Informatyka

Pewnych liczb rzeczywistych nie da się dokładnie zapisać w maszynie cyfrowej, korzystającej z układu dwójkowego, mającej skończoną pamięć ($1/5 = 0.2 \approx 0.00110_2 = 3/16 = 6/32$).

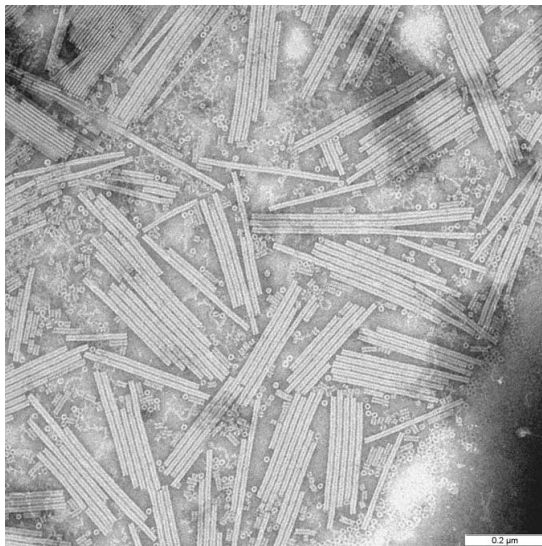
Zaokrąglanie

- $12.5862 \approx 12.59$ (za 8 była cyfra większa niż 5).
- $12.5852 \approx 12.59$ (za 8 była cyfra 5 i następne).
- $12.5850 \approx 12.58$ (za parzystą 8 była tylko cyfra 5).
- $12.5950 \approx 12.60$ (za nieparzystą 9 była tylko cyfra 5).
- $12.5832 \approx 12.58$ (za 8 była cyfra mniejsza niż 5).
- Zapis wyniku pomiarów:
 $m_e = 9.109534(47) \cdot 10^{-31} \text{kg}$,
 $\Delta m_e = 0.000047 \cdot 10^{-31} \text{kg} = 4.7 \cdot 10^{-36} \text{kg}$.
- $0.00126(5)$ - 2 cyfry znaczące (1,2).
- $2046(3)$ - 3 cyfry znaczące (2,0,4).

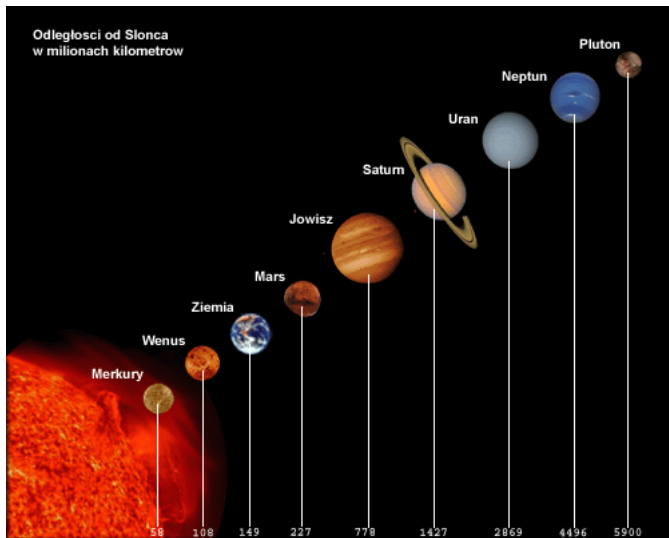
Długość

- Jednostką długości w układzie SI jest **metr**.
- Metr jest to długość drogi przebytej w próżni przez światło w czasie $1/299792458$ sekundy (od roku 1983). Stąd prędkość światła równa się dokładnie
$$c = 299792458 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$
- Wybrane długości (w przybliżeniu):
 - odległość Ziemi od najstarszych galaktyk $2 \cdot 10^{26} \text{ m}$,
 - odległość Ziemi od Plutona $6 \cdot 10^{12} \text{ m}$,
 - promień Ziemi $6 \cdot 10^6 \text{ m}$,
 - długość wirusa mozaiki tytoniowej $3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$,
 - promień atomu wodoru $5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$,
 - promień protonu $1 \cdot 10^{-15} \text{ m}$.

Wirus mozaiki tytoniowej



Układ Słoneczny



Długość

Jednostki długości w astronomii

- Rok świetlny $9.4607 \cdot 10^{15} \text{m}$.
- Jednostka astronomiczna $1\text{AU} \approx 1.5 \cdot 10^{11} \text{m}$ (średnia odległość Ziemi od Słońca).
- Parsek $1\text{pc} \approx 3.2616$ roku świetlnego.

Przyrządy do pomiaru długości

Przymiar liniowy, taśmowy, suwmiarka, śruba mikrometryczna.

Czas

- Jednostką czasu w układzie SI jest **sekunda**.
- Sekunda to czas równy 9 192 631 770 okresom promieniowania odpowiadającego przejściu między dwoma nadsubtelnymi poziomami stanu podstawowego atomu cezu 133 (od roku 1967).
- Inne jednostki czasu: minuta (min), godzina (h), doba (d), rok astronomiczny (365.25 d).
- Wybrane przedziały czasu (w przybliżeniu):
 - czas życia protonu $1 \cdot 10^{39}\text{s}$,
 - wiek Wszechświata $5 \cdot 10^{17}\text{s}$,
 - średni czas życia ludzkiego $2 \cdot 10^9\text{s}$,
 - czas życia mionu $2 \cdot 10^{-6}\text{s}$, czas Plancka $1 \cdot 10^{-43}\text{s}$.

Zegar słoneczny (Warszawa, Ogród Saski)



Przyrządy do pomiaru czasu

Zegary słoneczne, zegary mechaniczne (wahadło lub balans), metronom, zegary kwarcowe (zjawisko piezoelektryczne), zegary atomowe (cez).

Masa

- Jednostką masy w układzie SI jest **kilogram**.
- Kilogram jest to jednostka zdefiniowana przez przyjęcie ustalonej wartości liczbowej stałej Plancka $h = 6.62607015 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ (od 20.05.2019).
- Jednostka masy atomowej jest to masa równa 1/12 części masy atomowej nuklidu węgla 12,
 $1u = 1.6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.
- Wybrane masy (w przybliżeniu):
znany Wszechświat $1 \cdot 10^{53} \text{ kg}$,
Słońce $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, Księżyc $7 \cdot 10^{22} \text{ kg}$,
słoń $3 \cdot 10^3 \text{ kg}$, ziarnko kurzu $7 \cdot 10^{-10} \text{ kg}$,
proton $2 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, elektron $9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Pozostałe jednostki układu SI (do 20.05.2019)

- **Amper** jest to natężenie prądu elektrycznego nie zmieniającego się, który płynąc w dwóch równoległych, prostoliniowych i nieskończenie długich przewodach o przekroju okrągłym, znikomo małym, umieszczonych w próżni w odległości jednego metra jeden od drugiego - wywołałby między tymi przewodami siłę $2 \cdot 10^{-7} N$ na każdy metr długości tych przewodów.
- **Kelwin** jest $1/273.16$ temperatury termodynamicznej punktu potrójnego wody.
- **Mol** jest ilością materii układu zawierającego liczbę cząstek równą liczbie atomów zawartych w masie 12 gramów węgla 12 (^{12}C).

Pozostałe jednostki układu SI (do 20.05.2019)

- **Kandela** [stara definicja] jest światłością w kierunku prostopadłym do powierzchni ciała doskonale czarnego, promieniującego w temperaturze krzepnięcia platyny pod ciśnieniem 101325 Pa, tj. w temperaturze 2042.6 K, jeżeli pole powierzchni promieniującej jest równe $(1/6) \cdot 10^{-5} m^2$.
- **Kandela** [nowa definicja] jest to światłość źródła emitującego w określonym kierunku promieniowanie monochromatyczne o częstotliwości $5.4 \cdot 10^{14}$ herców (Hz) i o natężeniu promieniowania w tym kierunku równym 1/683 wata na steradian (W/sr).

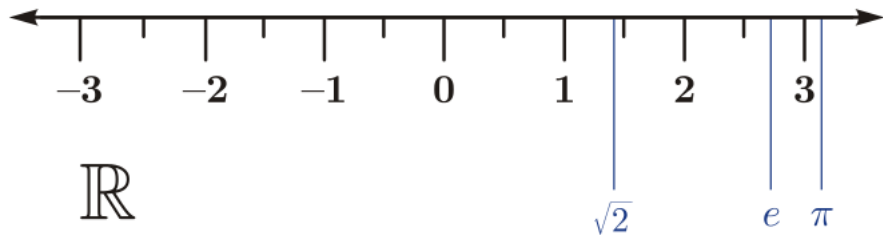
Stałe podstawowe od 20.05.2019

$\Delta\nu_{Cs}$	$9192631770 \text{ s}^{-1}$
c	$299792458 \text{ ms}^{-1}$
h	$6,62607015 \times 10^{-34} \text{ Js} (\text{Js} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-1})$
e	$1,602176634 \times 10^{-19} \text{ C} (C = \text{As})$
k_B	$1,380649 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1} (\text{JK}^{-1} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1})$
N_A	$6,02214076 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
K_{cd}	683 lm W^{-1} (dla monochr. prom. o cz. $540 \times 10^{12} \text{ Hz}$)

Klasyfikacje wielkości fizycznych

- Skalary, wektory, tensory.
- Wielkości ekstensywne i intensywne. Wartość liczbową wielkości ekstensywnej zależy od liczby cząstek rozpatrywanego układu jednorodnego (objętość, masa ciała, ciężar, energia, entropia). Wielkości intensywne to np. ciężar właściwy, gęstość, temperatura, natężenie pola, potencjał chemiczny.
- Wielkości zależne jedynie od stanu ciała (funkcje stanu) i wielkości zależne od historii układu, przebytej drogi.

A teraz trochę matematyki ...



Pojęcia matematyczne potrzebne w fizyce

- Pochodna funkcji
- Całka z funkcji
- Liczby zespolone
- ...

Zbiory liczbowe

- 1 Liczby naturalne
- 2 Liczby całkowite
- 3 Liczby wymierne
- 4 Liczby rzeczywiste
- 5 **Liczby zespolone**
- 6 Kwaterniony

Zbiór liczb naturalnych

- $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$
- Dodawanie i mnożenie - wiadomo.
- Indukcja matematyczna.
- Mamy relację mniejszości $a < b$.
- Istnieje kilka konstrukcji liczb naturalnych.

Zbiór liczb całkowitych

- \mathbb{Z} zawiera pary liczb naturalnych (a, b) .
- Intuicyjnie (a, b) reprezentuje różnicę $a - b$.
- Utożsamiamy pary $(a + c, b + c)$ dla c naturalnych.
Inaczej: $(a_1, b_1) \sim (a_2, b_2)$, jeżeli $a_1 + b_2 = a_2 + b_1$.
- Dodawanie $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$.
- Odejmowanie $(a_1, b_1) - (a_2, b_2) = (a_1 + b_2, a_2 + b_1)$.
- Mnożenie $(a_1, b_1) * (a_2, b_2) = (a_1 a_2 + b_1 b_2, a_1 b_2 + a_2 b_1)$.
- Liczby naturalne utożsamiamy z parami (a, b) dla $b < a$.
- Zero odpowiada parom (a, a) .

Zbiór liczb wymiernych

- \mathbb{Q} zawiera pary liczb całkowitych (licznik, mianownik), gdzie mianownik jest różny od zera.
- Utożsamiamy pary (ac, bc) dla c niezerowych.
Inaczej: $(a_1, b_1) \sim (a_2, b_2)$, jeżeli $a_1 b_2 = a_2 b_1$.
- Liczby całkowite utożsamiamy z parami $(a, 1)$.
- Dodawanie $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 b_2 + a_2 b_1, b_1 b_2)$.
- Odejmowanie $(a_1, b_1) - (a_2, b_2) = (a_1 b_2 - a_2 b_1, b_1 b_2)$.
- Mnożenie $(a_1, b_1) * (a_2, b_2) = (a_1 a_2, b_1 b_2)$.
- Dzielenie $(a_1, b_1) : (a_2, b_2) = (a_1, b_1) * (b_2, a_2)$ dla niezerowego a_2 .
- Problem: $x^2 = 2$.

Zbiór liczb rzeczywistych

- \mathbf{R} zawiera liczby wymierne i liczby niewymierne.
- Liczby rzeczywiste można przyporządkować do punktów na osi liczbowej.
- Równanie $x^2 = 2$ ma dwa rozwiązania: $x = \sqrt{2}$ oraz $x = -\sqrt{2}$.
- Rozwinięcia dziesiętne: $1/2 = 0.5$ (skończone),
 $1/3 = 0.333 \dots = 0.(3)$ (okresowe), $\sqrt{2} = 1.41421 \dots$,
 $\pi = 3.14159 \dots$, $e = 2.71828 \dots$
- **Liczba przestępna** nie jest pierwiastkiem żadnego niezerowego wielomianu jednej zmiennej o współczynnikach wymiernych (np. π , e).
- Problem: $x^2 = -1$.

Zbiór liczb zespolonych

- \mathbb{C} zawiera pary liczb rzeczywistych (część rzeczywista, część urojona).
- $z = (x, y) = x + iy$, gdzie $i^2 = -1$.
- Dodawanie, odejmowanie, mnożenie - wiadomo.
- Liczba sprzężona do danej $\bar{z} = x - iy$.
- Moduł $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z\bar{z} = |z|^2$.
- Odwrotność $1/z = \bar{z}/(z\bar{z}) = \bar{z}/|z|^2$.
- Liczby zespolone można przyporządkować do punktów na płaszczyźnie dwuwymiarowej.
- Zastosowania: funkcja falowa, obwody prądu zmiennego, ruch na płaszczyźnie, ...

Zbiór kwaternionów

- \mathbf{H} zawiera czwórki liczb rzeczywistych.
- $q = (x, y, z, t) = x + iy + jz + kt$, gdzie
 $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$, $ij = -ji = k$, $jk = -kj = i$,
 $ki = -ik = j$.
- Mnożenie kwaternionów na ogół nie jest przemienne.
- Twierdzenie Frobeniusa. Każda skończeniowymiarowa algebra z dzieleniem nad ciałem liczb rzeczywistych jest izomorficzna z ciałem liczb rzeczywistych \mathbf{R} , ciałem liczb zespolonych \mathbf{C} , bądź algebrą kwaternionów \mathbf{H} .
- Zastosowania: opis obrotów w trzech wymiarach (lotnictwo, grafika komputerowa), opis obrotów w czterech wymiarach, opis elektromagnetyzmu (bikwaterniony), ...