

# Pomiar i wielkości fizyczne

## 1/15

Andrzej Kapanowski  
*<http://users.uj.edu.pl/~ufkapano/>*

WFAIS, Uniwersytet Jagielloński w Krakowie

2021

# Plan wykładu

- 1 Pomiar i wielkości fizyczne
- 2 Kinematyka
- 3 Dynamika
- 4 Bryła sztywna
- 5 Pole grawitacyjne
- 6 Płyny
- 7 Drgania i fale
- 8 Termodynamika
- 9 Pole elektryczne
- 10 Pole magnetyczne
- 11 Fale elektromagnetyczne
- 12 Optyka
- 13 Fale materii
- 14 Fizyka atomowa i ciała stałego
- 15 Fizyka jądrowa i cząstek elementarnych

# Warunki zaliczenia kursu

- Warunkiem zaliczenia kursu jest zaliczenie wykładu oraz zaliczenie ćwiczeń.
- Warunkiem zaliczenia wykładu jest zdanie egzaminu pisemnego (2 terminy).
- Warunkiem zaliczenia ćwiczeń jest obecność i aktywność na zajęciach, zaliczenie kolokwίων sprawdzających.

# Literatura

- D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN.
- S. Przestalski, *Elementy fizyki, biofizyki i agrofizyki*, Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego, 2001.
- M. Herman, A. Kalestyński, L. Widomski, *Podstawy fizyki dla kandydatów na wyższe uczelnie*, PWN.
- ...

# Czym zajmuje się fizyka?

- **Fizyka** jest nauką o właściwościach materii i o zjawiskach, czyli zmianach zachodzących w przyrodzie. Zajmuje się badaniem najbardziej ogólnych cech i form ruchu materii. Stąd fizyka stanowi podstawę wszystkich nauk przyrodniczych i technicznych.
- Przykład [M. Smoluchowski]: ruchy planet około Słońca. Fizyka interesują one jako przykład z zakresu mechaniki oraz jako dowód istnienia grawitacji ogólnej. Astronoma interesują indywidualne dane określające tory planet, orientacja torów względem konstelacji gwiazd niebieskich itd.
- **Biofizyka** zajmuje się zjawiskami fizycznymi zachodzącymi w organizmach żywych.

# Pomiary i wielkości fizyczne

- Fizyka opiera się na pomiarach. Każdą dającą się zmierzyć wielkość nazywamy **wielkością fizyczną**.
- Wielkość fizyczna  $X$ : wartość liczbowa  $\{X\}$ , jednostka/wymiar  $[X]$ .
- **Jednostka** to nazwa miary danej wielkości. Jedną miarę danej wielkości zawiera **wzorzec**.
- Wzorce powinny być łatwo dostępne, niezmiennie.
- Główny Urząd Miar, rozporządzenia w sprawie legalnych jednostek miar.
- Wielkości i jednostki podstawowe i pochodne (określone na podstawie równań definicyjnych).

# Międzynarodowy Układ Jednostek Miar (SI)

## Jednostki podstawowe układu SI.

Nazwa jedn.	Symbol	Wielkość fizyczna	Wymiar w.f.
metr	m	długość	$L$
kilogram	kg	masa	$M$
sekunda	s	czas	$T$
amper	A	natężenie prądu	$A$
kelwin	K	temperatura	$\Theta$
kandela	cd	światłość	$J$
mol	mol	liczność materii	$N$

# Wymiar

- **Wymiar wielkości fizycznej** jest to wyrażenie zbudowane w oparciu o wzór definicyjny tej wielkości fizycznej, w postaci iloczynu wymiarów podstawowych, podniesionych do odpowiednich potęg.
- Wymiar danej wielkości fizycznej zależy od przyjętego układu jednostek miar.
- Wymiar jest pojęciem bardziej ogólnym niż jednostka.
- Przykład. Definicja siły (II z.d.N.)  $F = ma$ ,  
wymiar  $[F] = [m] \times [a] = M \times L/T^2$ ,  
jednostka (niuton)  $1N = 1kg \times 1m/s^2$ .
- Wielkości fizyczne bezwymiarowe (wymiar 1): kąt (radiany), współczynnik załamania, sprawność.



# Wymiar

- Dla każdego równania zawierającego wielkości fizyczne, wymiary lewej i prawej strony równania muszą być jednakowe. Innym warunkiem poprawności równania są takie same własności transformacyjne.
- **Analiza wymiarowa** pozwala często na znalezienie zależności fizycznych z dokładnością do stałej bezwymiarowej poprzez porównywanie wykładników wymiarowych.
- Przykład: liczba Reynoldsa ( $Re$ ) w mechanice płynów.

# Zapis wielkości fizycznych

- Przedrostki wyrażające mnożniki dziesiętne służące do tworzenia dziesiętnych wielokrotności i podwielokrotności jednostek miar, np. kilometr, milisekunda.
- Inne jednostki będące w powszechnym użyciu: stopień Celsjusza ( $^{\circ}\text{C}$ ; temperatura), elektronowolt (eV; energia), milimetr słupa rtęci (mmHg; ciśnienie), amperogodzina (Ah; moc), i inne.
- **Rząd wielkości:**  $23456 \approx 2 \cdot 10^4$  (rząd wielkości  $10^4$ ),  
 $789 \approx 0.8 \cdot 10^3$  (rząd wielkości  $10^3$ ).

# Przedrostki

Mnożnik	Przedrostek	Skrót
$10^{12}$	tera	T
$10^9$	giga	G
$10^6$	mega	M
$10^3$	kilo	k
$10^2$	hekto	h
$10^1$	deka	da
$10^{-1}$	decy	d
$10^{-2}$	centy	c
$10^{-3}$	mili	m
$10^{-6}$	mikro	$\mu$
$10^{-9}$	nano	n
$10^{-12}$	piko	p
$10^{-15}$	femto	f
$10^{-18}$	atto	a

# Cyfry znaczące i cyfry po przecinku

- **Cyfry znaczące:** cyfry rozwinięcia dziesiętnego mierzonej wielkości fizycznej, począwszy od pierwszej cyfry niezerowej aż do ostatniej cyfry, której wartość nie zmienia się wewnątrz przyjętego przedziału ufności [Wikipedia].
- Jeżeli w zapisie nie występuje przecinek dziesiętny, to skrajna prawa cyfra jest znacząca (także zero), np. 2040,  $450 \times 10^{-3}$ .
- Liczby mogą być dokładne lub przybliżone. Liczba przybliżona może być podana z nadmiarem lub niedomiarem. Jeżeli w obliczeniach są liczby przybliżone, to wynik jest przybliżony.

# Cyfry znaczące i cyfry po przecinku

## Matematyka

Liczby niewymierne ( $\pi \approx 3.141$ ) czy rozwinięcia dziesiętne ułamków ( $1/3 \approx 0.333$ ) mogą mieć nieskończone rozwinięcia dziesiętne.

## Fizyka

Pomiar jest dokonywany z określoną dokładnością (niepewności przypadkowe, niepewności systematyczne).

## Informatyka

Pewnych liczb rzeczywistych nie da się dokładnie zapisać w maszynie cyfrowej, korzystającej z układu dwójkowego, mającej skończoną pamięć ( $1/5 = 0.2 \approx 0.00110_2 = 3/16 = 6/32$ ).

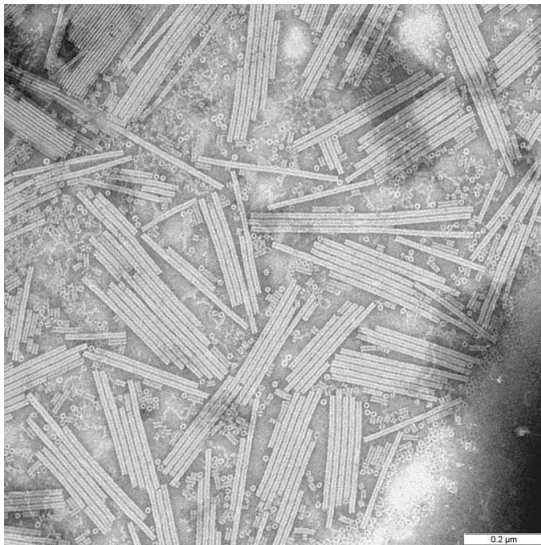
# Zaokrąglanie

- $12.5862 \approx 12.59$  (za 8 była cyfra większa niż 5).
- $12.5852 \approx 12.59$  (za 8 była cyfra 5 i następne).
- $12.5850 \approx 12.58$  (za parzystą 8 była tylko cyfra 5).
- $12.5950 \approx 12.60$  (za nieparzystą 9 była tylko cyfra 5).
- $12.5832 \approx 12.58$  (za 8 była cyfra mniejsza niż 5).
- Zapis wyniku pomiarów:  
 $m_e = 9.109534(47) \cdot 10^{-31} \text{kg}$ ,  
 $\Delta m_e = 0.000047 \cdot 10^{-31} \text{kg} = 4.7 \cdot 10^{-36} \text{kg}$ .
- $0.00126(5)$  - 2 cyfry znaczące (1,2).
- $2046(3)$  - 3 cyfry znaczące (2,0,4).

# Długość

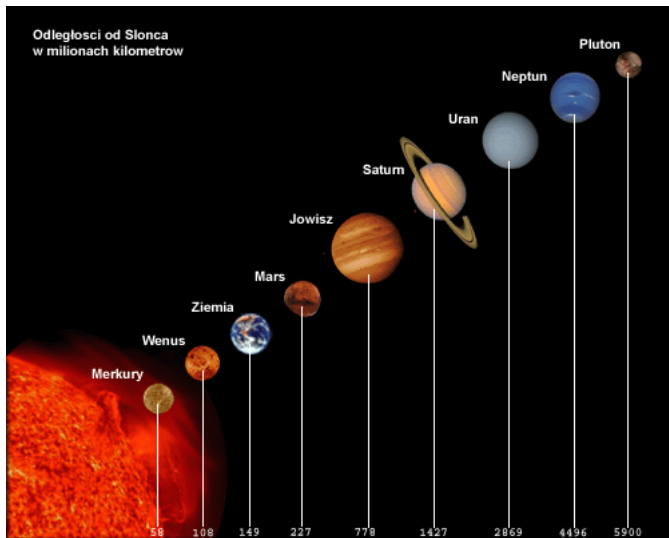
- Jednostką długości w układzie SI jest **metr**.
- Metr jest to długość drogi przebytej w próżni przez światło w czasie  $1/299792458$  sekundy (od roku 1983). Stąd prędkość światła równa się dokładnie
$$c = 299792458 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$
- Wybrane długości (w przybliżeniu):
  - odległość Ziemi od najstarszych galaktyk  $2 \cdot 10^{26} \text{ m}$ ,
  - odległość Ziemi od Plutona  $6 \cdot 10^{12} \text{ m}$ ,
  - promień Ziemi  $6 \cdot 10^6 \text{ m}$ ,
  - długość wirusa mozaiki tytoniowej  $3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ,
  - promień atomu wodoru  $5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ ,
  - promień protonu  $1 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ .

# Wirus mozaiki tytoniowej





# Układ Słoneczny



# Długość

## Jednostki długości w astronomii

- Rok świetlny  $9.4607 \cdot 10^{15} \text{m}$ .
- Jednostka astronomiczna  $1\text{AU} \approx 1.5 \cdot 10^{11} \text{m}$  (średnia odległość Ziemi od Słońca).
- Parsek  $1\text{pc} \approx 3.2616$  roku świetlnego.

## Przyrządy do pomiaru długości

Przymiar liniowy, taśmowy, suwmiarka, śruba mikrometryczna.

# Czas

- Jednostką czasu w układzie SI jest **sekunda**.
- Sekunda to czas równy 9 192 631 770 okresom promieniowania odpowiadającego przejściu między dwoma nadsubtelnymi poziomami stanu podstawowego atomu cezu 133 (od roku 1967).
- Inne jednostki czasu: minuta (min), godzina (h), doba (d), rok astronomiczny (365.25 d).
- Wybrane przedziały czasu (w przybliżeniu):
  - czas życia protonu  $1 \cdot 10^{39}\text{s}$ ,
  - wiek Wszechświata  $5 \cdot 10^{17}\text{s}$ ,
  - średni czas życia ludzkiego  $2 \cdot 10^9\text{s}$ ,
  - czas życia mionu  $2 \cdot 10^{-6}\text{s}$ , czas Plancka  $1 \cdot 10^{-43}\text{s}$ .

# Zegar słoneczny (Warszawa, Ogród Saski)



## Przyrządy do pomiaru czasu

Zegary słoneczne, zegary mechaniczne (wahadło lub balans), metronom, zegary kwarcowe (zjawisko piezoelektryczne), zegary atomowe (cez).

# Masa

- Jednostką masy w układzie SI jest **kilogram**.
- Kilogram jest to jednostka zdefiniowana przez przyjęcie ustalonej wartości liczbowej stałej Plancka  $h = 6.62607015 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  (od 20.05.2019).
- Jednostka masy atomowej jest to masa równa 1/12 części masy atomowej nuklidu węgla 12,  
 $1u = 1.6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .
- Wybrane masy (w przybliżeniu):  
znany Wszechświat  $1 \cdot 10^{53} \text{ kg}$ ,  
Słońce  $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ , Księżyc  $7 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ ,  
słoń  $3 \cdot 10^3 \text{ kg}$ , ziarnko kurzu  $7 \cdot 10^{-10} \text{ kg}$ ,  
proton  $2 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , elektron  $9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

# Pozostałe jednostki układu SI (do 20.05.2019)

- **Amper** jest to natężenie prądu elektrycznego nie zmieniającego się, który płynąc w dwóch równoległych, prostoliniowych i nieskończenie długich przewodach o przekroju okrągłym, znikomo małym, umieszczonych w próżni w odległości jednego metra jeden od drugiego - wywołałby między tymi przewodami siłę  $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$  na każdy metr długości tych przewodów.
- **Kelwin** jest  $1/273.16$  temperatury termodynamicznej punktu potrójnego wody.
- **Mol** jest ilością materii układu zawierającego liczbę cząstek równą liczbie atomów zawartych w masie 12 gramów węgla 12 ( $^{12}\text{C}$ ).

# Pozostałe jednostki układu SI (do 20.05.2019)

- **Kandela** [stara definicja] jest światłością w kierunku prostopadłym do powierzchni ciała doskonale czarnego, promieniującego w temperaturze krzepnięcia platyny pod ciśnieniem 101325 Pa, tj. w temperaturze 2042.6 K, jeżeli pole powierzchni promieniującej jest równe  $(1/6) \cdot 10^{-5} m^2$ .
- **Kandela** [nowa definicja] jest to światłość źródła emitującego w określonym kierunku promieniowanie monochromatyczne o częstotliwości  $5.4 \cdot 10^{14}$  herców (Hz) i o natężeniu promieniowania w tym kierunku równym 1/683 wata na steradian (W/sr).



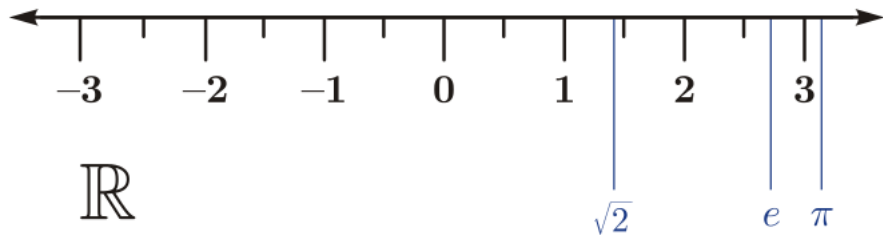
# Stałe podstawowe od 20.05.2019

$\Delta\nu_{Cs}$	$9192631770 \text{ s}^{-1}$
$c$	$299792458 \text{ ms}^{-1}$
$h$	$6,62607015 \times 10^{-34} \text{ Js} (\text{Js} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-1})$
$e$	$1,602176634 \times 10^{-19} \text{ C} (C = \text{As})$
$k_B$	$1,380649 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1} (\text{JK}^{-1} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1})$
$N_A$	$6,02214076 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
$K_{cd}$	$683 \text{ lm W}^{-1}$ (dla monochr. prom. o cz. $540 \times 10^{12} \text{ Hz}$ )

# Klasyfikacje wielkości fizycznych

- Skalary, wektory, tensory.
- Wielkości ekstensywne i intensywne. Wartość liczbową wielkości ekstensywnej zależy od liczby cząstek rozpatrywanego układu jednorodnego (objętość, masa ciała, ciężar, energia, entropia). Wielkości intensywne to np. ciężar właściwy, gęstość, temperatura, natężenie pola, potencjał chemiczny.
- Wielkości zależne jedynie od stanu ciała (funkcje stanu) i wielkości zależne od historii układu, przebytej drogi.

## A teraz trochę matematyki ...



# Pojęcia matematyczne potrzebne w fizyce

- Pochodna funkcji
- Całka z funkcji
- Liczby zespolone
- ...

# Zbiory liczbowe

- 1 Liczby naturalne
- 2 Liczby całkowite
- 3 Liczby wymierne
- 4 Liczby rzeczywiste
- 5 Liczby zespolone
- 6 Kwateriony

# Zbiór liczb naturalnych

- $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$
- Dodawanie i mnożenie - wiadomo.
- Indukcja matematyczna.
- Mamy relację mniejszości  $a < b$ .
- Istnieje kilka konstrukcji liczb naturalnych.

# Zbiór liczb całkowitych

- $\mathbb{Z}$  zawiera pary liczb naturalnych  $(a, b)$ .
- Intuicyjnie  $(a, b)$  reprezentuje różnicę  $a - b$ .
- Utożsamiamy pary  $(a + c, b + c)$  dla  $c$  naturalnych.  
Inaczej:  $(a_1, b_1) \sim (a_2, b_2)$ , jeżeli  $a_1 + b_2 = a_2 + b_1$ .
- Dodawanie  $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$ .
- Odejmowanie  $(a_1, b_1) - (a_2, b_2) = (a_1 + b_2, a_2 + b_1)$ .
- Mnożenie  $(a_1, b_1) * (a_2, b_2) = (a_1 a_2 + b_1 b_2, a_1 b_2 + a_2 b_1)$ .
- Liczby naturalne utożsamiamy z parami  $(a, b)$  dla  $b < a$ .
- Zero odpowiada parom  $(a, a)$ .

# Zbiór liczb wymiernych

- $\mathbb{Q}$  zawiera pary liczb całkowitych (licznik, mianownik), gdzie mianownik jest różny od zera.
- Utożsamiamy pary  $(ac, bc)$  dla  $c$  niezerowych.  
Inaczej:  $(a_1, b_1) \sim (a_2, b_2)$ , jeżeli  $a_1 b_2 = a_2 b_1$ .
- Liczby całkowite utożsamiamy z parami  $(a, 1)$ .
- Dodawanie  $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 b_2 + a_2 b_1, b_1 b_2)$ .
- Odejmowanie  $(a_1, b_1) - (a_2, b_2) = (a_1 b_2 - a_2 b_1, b_1 b_2)$ .
- Mnożenie  $(a_1, b_1) * (a_2, b_2) = (a_1 a_2, b_1 b_2)$ .
- Dzielenie  $(a_1, b_1) : (a_2, b_2) = (a_1, b_1) * (b_2, a_2)$  dla niezerowego  $a_2$ .
- Problem:  $x^2 = 2$ .



# Zbiór liczb rzeczywistych

- $\mathbf{R}$  zawiera liczby wymierne i liczby niewymierne.
- Liczby rzeczywiste można przyporządkować do punktów na osi liczbowej.
- Równanie  $x^2 = 2$  ma dwa rozwiązania:  $x = \sqrt{2}$  oraz  $x = -\sqrt{2}$ .
- Rozwinięcia dziesiętne:  $1/2 = 0.5$  (skończone),  
 $1/3 = 0.333 \dots = 0.(3)$  (okresowe),  $\sqrt{2} = 1.41421 \dots$ ,  
 $\pi = 3.14159 \dots$ ,  $e = 2.71828 \dots$
- **Liczba przestępna** nie jest pierwiastkiem żadnego niezerowego wielomianu jednej zmiennej o współczynnikach wymiernych (np.  $\pi$ ,  $e$ ).
- Problem:  $x^2 = -1$ .

# Zbiór liczb zespolonych

- $\mathbb{C}$  zawiera pary liczb rzeczywistych (część rzeczywista, część urojona).
- $z = (x, y) = x + iy$ , gdzie  $i^2 = -1$ .
- Dodawanie, odejmowanie, mnożenie - wiadomo.
- Liczba sprzężona do danej  $\bar{z} = x - iy$ .
- Moduł  $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z\bar{z} = |z|^2$ .
- Odwrotność  $1/z = \bar{z}/(z\bar{z}) = \bar{z}/|z|^2$ .
- Liczby zespolone można przyporządkować do punktów na płaszczyźnie dwuwymiarowej.
- Zastosowania: funkcja falowa, obwody prądu zmiennego, ruch na płaszczyźnie, ...

# Zbiór kwaternionów

- $\mathbf{H}$  zawiera czwórki liczb rzeczywistych.
- $q = (x, y, z, t) = x + iy + jz + kt$ , gdzie  
 $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$ ,  $ij = -ji = k$ ,  $jk = -kj = i$ ,  
 $ki = -ik = j$ .
- Mnożenie kwaternionów na ogół nie jest przemienne.
- Twierdzenie Frobeniusa. Każda skończeniowymiarowa algebra z dzieleniem nad ciałem liczb rzeczywistych jest izomorficzna z ciałem liczb rzeczywistych  $\mathbf{R}$ , ciałem liczb zespolonych  $\mathbf{C}$ , bądź algebrą kwaternionów  $\mathbf{H}$ .
- Zastosowania: opis obrotów w trzech wymiarach (lotnictwo, grafika komputerowa), opis obrotów w czterech wymiarach, opis elektromagnetyzmu (bikwaterniony), ...