

# Projeto de Pesquisa - Heurística para o VRP

Arthur Pontes Nader, Luiz Philippe Pereira, Rita Borges de Lima

October 2023

## 1 Introdução

Nesse projeto trataremos do problema do Roteamento de Veículos (VRP - Vehicle Routing Problem) é um dos problemas clássicos de otimização combinatória, que tem aplicações em logística, transporte e distribuição. Ele lida com o desafio de determinar rotas eficientes para uma frota de veículos que devem atender a um conjunto de clientes, minimizando os custos totais, como distância percorrida, tempo ou custos de transporte. O VRP pode ser formulado com ou sem restrição de capacidade, dependendo das características do cenário logístico em questão. Aqui iremos abordar o problema sem essa restrição, o que significa que os veículos podem acomodar qualquer quantidade de carga e, portanto, podem atender a qualquer cliente, independentemente da quantidade de mercadorias a ser entregue.

No problema VRP queremos minimizar a distância total percorrida pelos veículos, que pode ser definida pela seguinte função:  $Z = \sum_{i,j \in N, i \neq j} c_{ij} \cdot x_{ij}$ , seguindo restrições de visitação única  $\sum_{j \in N, j \neq i} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in N \setminus \{0\}$  e restrição de ciclo fechada  $\sum_{i \in N, i \neq 0} x_{i0} = 1$ .

A classe de complexidade do VRP é caracterizada como NP-difícil. Isso significa que o VRP é um problema intrinsecamente desafiador de resolver em termos de complexidade computacional. Embora seja relativamente fácil verificar se uma solução proposta é uma solução ótima ou não, encontrar a solução ótima em tempo polinomial é uma tarefa extremamente complexa. À medida que o tamanho do problema aumenta, a busca por soluções ótimas se torna exponencialmente mais difícil. Isso levou à busca de heurísticas e algoritmos de aproximação para lidar com instâncias práticas do VRP, uma vez que a solução exata é frequentemente inviável em termos de tempo. A complexidade do VRP o torna um dos problemas mais estudados e desafiadores na área de otimização combinatória e logística.

O VRP faz parte de uma classe mais ampla de problemas de otimização combinatorial que envolvem o planejamento e a alocação eficiente de recursos em redes de transporte e logística. Alguns variações do VRP incluem:

- Problema do Caixeiro Viajante (TSP - Traveling Salesman Problem): O TSP envolve encontrar a rota mais curta que visita um conjunto de cidades exatamente uma vez e retorna à cidade de origem. Embora o TSP não envolva veículos com capacidade, é semelhante ao VRP, pois ambos envolvem o planejamento de rotas eficientes.
- Problema de Coleta de Lixo (CVRP - Capacitated Vehicle Routing Problem): O CVRP é uma variante do VRP em que veículos com capacidade limitada são usados para coletar lixo de contêineres em locais diferentes. É semelhante ao VRP, mas com a adição do desafio de coleta de resíduos.
- Problema de Entrega Fracionada (FVRP - Fractional Vehicle Routing Problem): O FVRP é uma variante do VRP onde a capacidade dos veículos é tratada de forma fracionada, permitindo que os veículos realizem entregas parciais. É útil quando a divisão exata da capacidade não é estritamente necessária.
- Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos (MDVRP - Multiple Depot Vehicle Routing Problem): Como mencionado anteriormente, o MDVRP envolve múltiplos depósitos com frotas de veículos, tornando-o uma extensão do VRP.
- Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo (VRP-TW - Vehicle Routing Problem with Time Windows): O VRP-TW adiciona restrições de tempo, exigindo que as visitas aos clientes sejam feitas dentro de janelas de tempo especificadas.
- Problema de Roteamento de Veículos com Divisão de Carga (SDVRP - Split Delivery Vehicle Routing Problem): O SDVRP permite que uma entrega seja dividida entre vários veículos, o que pode ocorrer quando um cliente não pode ser completamente atendido por um único veículo.

O estudo do Problema de Roteamento de Veículos (VRP) é de suma importância devido ao seu impacto significativo em diversas áreas da vida cotidiana e da indústria. O VRP desempenha um papel vital na otimização de operações de transporte, logística e distribuição, áreas que têm um impacto direto na eficiência e na economia de recursos. O aprimoramento das soluções para o VRP pode levar a reduções substanciais nos custos de transporte, minimização do consumo de combustível, melhoria nos prazos de entrega e redução das emissões de poluentes.

A heurística proposta nesse trabalho consiste em dividir o VRP em um conjunto de instâncias do TSP, dessa forma qualquer heurística para o TSP pode ser aplicado nos problemas resultantes para se obter a solução do problema original. As próximas seções apresentaram o procedimento estabelecido para a separação do VRP em instâncias do TSP.

## 2 Trabalhos Relacionados

Existem diversas abordagens diferentes propostas para heurísticas capazes de solucionar o VRP. Gilbert Laporte, Stefan Ropke, e Thibaut Vidal [LRV] apresentam uma visão geral de diferentes heurísticas. O trabalho também compara as heurísticas com um conjunto de dados benchmark por meio de diferentes métricas e com diferentes disponibilidades de recursos computacionais. O artigo conclui resumizando o estado da arte para as abordagens estudadas e projetando aspectos esperados para futuras pesquisas.

Notavelmente, Ropke e Pisinger [PR07] propõe um *framework* que utiliza *adaptive large neighborhood search* para resolver o problema geral do VRP e apresenta resultados para diferentes variações do problema. A heurística proposta superou o baseline em 183 casos entre 486 experimentos.

Vidal et al. apresenta um algoritmo genético [Vid+12] híbrido para três variações do VRP. Os autores conduziram testes computacionais comparando a heurística proposta com outros algoritmos considerados estado da arte e melhores soluções conhecidas. A conclusão do trabalho aponta que a heurística é uma alternativa viável para classes do problema para as quais poucos algoritmos eficientes estão disponíveis.

## 3 Metodologia

### 3.1 Detalhes sobre a heurística de controle

A heurística Clarke-Wright é uma técnica amplamente utilizada para resolver o Problema de Roteamento de Veículos, que foi proposta por G. Clarke e J.W. Wright em 1964 e tem como objetivo encontrar uma solução próxima da ótima para o problema, sem a necessidade de examinar todas as possíveis combinações de rotas, tarefa essa que é computacionalmente custosa. A ideia central por trás da heurística Clarke-Wright é a de combinar pares de clientes em uma única rota. O seguinte pseudocódigo explica o funcionamento da heurística:

Função *HeuristicaClarkeWright(clientes)*:

- **Crie** uma lista vazia de rotas.
- **Para cada cliente**, crie uma rota com um único cliente e calcule o custo da rota.
- **Inicialize** uma matriz para armazenar as economias potenciais entre pares de clientes.
- **Para cada par** de clientes  $(i, j)$ , onde  $i \neq j$ :
  - **Calcule** a economia potencial como:  $\text{economia}(i, j) = \text{custo}(i, 0) + \text{custo}(0, j) - \text{custo}(i, j)$ .

- **Classifique** a matriz de economia em ordem decrescente de economia potencial.

- **Para cada** par de clientes  $(i, j)$  na lista classificada:
  - **Se** ambos  $i$  e  $j$  não estão em rotas existentes:
    - **Combine**  $i$  e  $j$  em uma única rota.
    - **Remova**  $i$  e  $j$  da lista de clientes não atribuídos.

**Retorne** a lista de rotas resultante.

Fim da Função HeuristicaClarkeWright

### 3.2 Detalhes sobre a heurística proposta

A heurística proposta consiste em duas partes. A primeira é a subdivisão do espaço em  $n$  subespaços, em que  $n$  é o número de veículos. A partir disso, gera-se uma rota limitada ao subespaço que passe em cada ponto presente nele. Os dois pseudocódigos a seguir detalham cada etapa:

Função *CriarSubespacos*(*pontos*, *numVeiculos*):

- **Inicialize** uma lista que guardara os pontos chaves da rota
- **Encontre** o ponto mais longe do depósito e o adicione na lista
- **Para cada** veículo restante:
  - **Encontre** o ponto mais longe de todos os pontos da lista
  - **Adicione** esse ponto na lista
- **Ordene** os pontos na lista por ângulo
- **Para cada** par de pontos vizinhos na ordenação
  - **Crie** uma fronteira entre os pontos, sendo essa o ângulo médio entre eles
- **Separe** os pontos de acordo com o subespaço que ele pertence
- **Retorne** os subespaços

Fim da Função CriarSubespacos

Função *GerarRota*(*pontosDaRota*):

- **Crie** a Árvore Geradora Mínima dos pontos
- **Adicione** o ponto de maior grau e seu vizinho mais próximo na rota
- **Enquanto** houver pontos que não estão no caminho
  - **Crie** a fronteira dos pontos limites do caminho (vizinhos e nós folhas)
  - **Se** a fronteira estiver vazia

- **Adicione** um ponto não pertencente ao caminho na posição que minimiza o aumento do custo total
- **Caso contrario**
  - **Adicione** o ponto de menor custo da fronteira no caminho
- **Adicione** o ponto inicial ao final da lista para completar o ciclo
- **Retorne** o caminho gerado

Fim da Função GerarRota

### 3.3 Planejamento dos experimentos

Pretende-se utilizar as próprias instâncias do Problema do Caixeiro Viajante usadas nos trabalhos de implementação da disciplina. Para cada instância, a única adaptação necessária será a criação de um ponto referente ao depósito. Esse ponto será localizado na média das coordenadas x e y de todos os pontos presentes no dataset.

Para realização dos experimentos, deve-se também escolher o número de veículos a serem usados na geração das rotas. A princípio, a execução será feita para 3, 4 e 5 veículos.

### 3.4 Detalhes das tabelas e gráficos a serem apresentados

Uma tabela pode ser usada para resumir os resultados dos experimentos, contendo as seguintes colunas

- Instância: Identificação das instâncias do problema.
- Número de Veículos: O número de veículos usado para resolver o problema.
- Tempo de Execução: O tempo necessário para encontrar a solução usando a heurística proposta para cada instância e número de veículos.
- Custo Total da Solução: Distância total percorrida pelos veículos.

Além disso, gráficos de barra ou de linhas, referentes ao tempo de execução e ao custo total da solução serão utilizados para melhor comparação dos resultados obtidos da heurística proposta e da de controle.

## 4 Cronograma

- 1 - Implementar a etapa de subdivisão do espaço para cada veículo

Prazo: 02/11

2 - Implementar a etapa de geração de rota para cada subespaço gerado

Prazo: 09/11

3 - Analisar resultados e comparar com heurística de controle

Prazo: 16/11

4 - Gravar a apresentação do trabalho

Prazo: 23/11

5 - Escrita do relatório final e entrega do trabalho

Prazo: 30/11

## 5 Equipe e atribuições

Arthur Pontes Nader: Implementar o algoritmo com a heurística proposta e rodar para as instâncias do problema.

Luiz Philippe Pereira: Implementar algoritmos com outras heurísticas para o problema VRP para servir de base de comparação. Fazer análise experimental.

Rita Borges de Lima: Implementar algoritmos com outras heurísticas para o problema VRP para servir de base de comparação. Provar complexidade e fator de aproximação, se possível.

## 6 Considerações finais

O Problema do Roteamento de Veículos (VRP) é um desafio clássico na área da otimização combinatória, com aplicações importantes em logística, transporte e distribuição. Este trabalho se concentra em uma variante do VRP sem restrição de capacidade, na qual os veículos podem acomodar qualquer quantidade de carga. O objetivo principal é desenvolver uma heurística que minimize a distância total percorrida pelos veículos, de tal forma a dar uma solução em tempo hábil para o problema.

## References

- [PR07] David Pisinger and Stefan Ropke. “A general heuristic for vehicle routing problems”. In: *Computers & Operations Research* 34.8 (2007), pp. 2403–2435. ISSN: 0305-0548. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.09.012>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054805003023>.

- [Vid+12] Thibaut Vidal et al. “A Hybrid Genetic Algorithm for Multidepot and Periodic Vehicle Routing Problems”. In: *Operations Research* (2012). ISSN: 611-624. DOI: <https://doi.org/10.1287/opre.1120.1048>.
- [LRV] Gilbert Laporte, Stefan Ropke, and Thibaut Vidal. “Chapter 4: Heuristics for the Vehicle Routing Problem”. In: *Vehicle Routing*, pp. 87–116. DOI: 10.1137/1.9781611973594.ch4. eprint: <https://epubs.siam.org/doi/pdf/10.1137/1.9781611973594.ch4>. URL: <https://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/1.9781611973594.ch4>.