

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA

**Fotoprodução exclusiva de mésons vetoriais pesados  
 $J/\Psi$  em colisões Pb-Pb em NLO**

Eliton Trindade Gomes

Dissertação realizada sob a orientação da Professora  
Dra. Maria Beatriz Gay Leony Ducati e apresentada  
ao Instituto de Física da UFRGS, em preenchimento  
parcial dos requisitos para a obtenção do título de Mes-  
tre em Física.

Porto Alegre

2024

# Sumário

<b>1. Espalhamento Compton Profundamente Virtual (DVCS)</b>	5
1.1 Introdução	5
1.2 Distribuição e fatores de forma	6
1.2.1 Fatores de forma - espalhamento elástico	6
1.2.2 Espalhamento Inelástico Profundo: Distribuições de Pártons	8
1.2.3 GPDs - Espalhamento Compton Profundamente virtual	17
1.3 Formalismo de dipolo	17
1.3.1 Principais descrições - Dglap, BFKL, BK e outros	17
1.3.2 Modelos fenomenológico - GBW e outros	17
<b>2. Produção de mésons vetoriais pesados(HVM)</b>	18
2.1 Formalismo de dipolo (a partir do modelos discutidos no capítulo anterior, apontando a mudança necessária)	18
2.2 Descrição a partir da GPDs em LO e NLO	18
<b>3. Formalismo eiconal</b>	19
3.1 Aproximação eiconal	19
3.2 Colisões fóton-núcleo no formalismo eiconal: Aproximação de Glauber	19
<b>4. Aproximação de Weizsäcker-Williams (colisões ultraperiféricas)</b>	20
4.1 O método	20
4.2 Seções de choque em colisões ultraperiféricas	20
<b>5. Fóton-produção exclusiva de mésons vetoriais</b>	21
5.1 Formalismo de dipolo (com resultados)	21

---

5.2	Formalismo de GPDs (com resultados) . . . . .	21
-----	---	----

# Lista de Figuras

1.1	Diagrama de Feynman para colisão elástica elétron-próton . . . . .	6
1.2	Espalhamento inelástico profundo de um elétron em um nucleon . . . . .	8
1.3	Diagrama de Feynman da DIS para modelo de pártons . . . . .	10
1.4	Composição do proton . . . . .	11
1.5	Diagramas em contribuição em ordem $O(\alpha_s)$ em teoria de perturbação. . . .	13
1.6	Diagramas das funções de splitting . . . . .	15

## Capítulo 1

# Espalhamento Compton Profundamente Virtual (DVCS)

### 1.1 Introdução

Uma área importante da física de partículas é a investigação da estrutura interna dos hádrons; isso é essencial para a compreensão dos componentes essenciais da matéria. O espalhamento elástico e inelástico são apenas alguns dos vários métodos experimentais e teóricos utilizados para abordar esta investigação. Os processos elásticos fornecem informações cruciais sobre os fatores de forma do núcleo, permitindo uma compreensão detalhada da distribuição de carga e da estrutura interna dos hádrons. Por outro lado, os processos inelásticos, como o Espalhamento inelástico profundo (DIS), oferecem uma visão mais profunda das Funções de Distribuição de Pártons (PDFs), que descrevem as probabilidades de encontrar pártons com uma determinada fração do momento do hádron.

Apesar de serem complementares, ambos os métodos têm suas próprias limitações. Os fatores de forma não revelam informações diretas sobre a distribuição espacial dos pártons e as PDFs não fornecem uma compreensão direta do momento dos constituintes hadrônicos. Para superar tais restrições e unificar os conceitos de distribuições de momento e espaciais, as Distribuições de Pártons Generalizadas (GPDs) têm sido ferramenta essencial neste processo.

As GPDs desempenham um papel importante em processos exclusivos de DIS, como o Espalhamento Compton Profundamente Virtual (DVCS), Fotoprodução Exclusiva de Mésons Vetoriais Pesados (HVMP), onde a correlação entre a distribuição espacial e a

fração de momento dos pártons dentro do hádron pode ser estudada em detalhes. O DVCS é um processo fundamental que oferece uma visão única da estrutura interna dos hádrons, permitindo uma exploração mais profunda das propriedades das GPDs e uma compreensão mais completa da natureza dos constituintes hadrônicos.

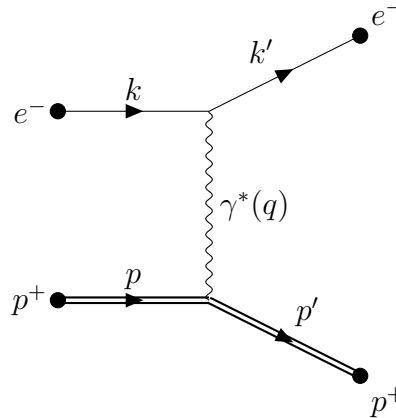
Neste capítulo, é apresentado conceitos fundamentais do estudo de estrutura interna dos hádrons. Para isso, abordamos os processos de espalhamento elástico  $ep \rightarrow e'p'$  e espalhamento inelástico profundo  $eN \rightarrow e'X$ , onde são apresentados os fatores de forma e funções de distribuição de pártons, respectivamente. Posteriormente, apresentamos as GPDs que são base do estudo de foto-produção de mésons vetoriais realizada neste trabalho, a partir da abordagem do DVCS que representa o seguinte processo:

$$p + e \rightarrow p' + e' + \gamma \quad (1.1)$$

## 1.2 Distribuição e fatores de forma

### 1.2.1 Fatores de forma - espalhamento elástico

O estudo do espalhamento elástico de elétron-próton ( $e + p \rightarrow e' + p'$ , ver Fig. 1.1) é fundamental para investigar a estrutura interna dos hádrons. Esse processo fornece informações cruciais sobre a distribuição de carga e magnetismo dentro do próton, revelando detalhes sobre a organização espacial de seus constituintes.



**Fig. 1.1:** Diagrama de Feynman para colisão elástica elétron-próton

A análise desse espalhamento é comumente realizada por meio dos chamados fatores

de forma, que descrevem a extensão espacial dos núcleos e relacionam a seção de choque do processo com uma carga pontual. Modelos como o espalhamento de Rutherford, desenvolvida em 1911 [4] para partículas alfa espalhadas em folhas de ouro, foram fundamentais inicialmente para entender esse processo em casos não relativístico. Para os casos relativísticos, o Espalhamento de Mott é mais apropriado.

A matriz de amplitude para esse processo é dada por:

$$\mathcal{M} = [\mu(k')\gamma^\mu u(k)] \frac{e^2}{q^2} [\bar{u}(p')\Gamma_\mu u(p)], \quad (1.2)$$

onde  $q = (k - k')$  é  $ie\Gamma_\mu$  é o fator de vértice do próton, no qual,

$$\Gamma_\mu = \left[ F_1(q^2)\gamma^\mu + \frac{F_2(q^2)}{2M} i\sigma^{\mu\alpha} q_\alpha \right]. \quad (1.3)$$

Aqui,  $\sigma^{\mu\nu} = (i/2)[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$  e  $F_1(q^2)$ ,  $F_2(q^2)$  são os fatores de forma de Dirac e Pauli, respectivamente. Esses fatores de forma são independentes e no limite  $q^2 \rightarrow 0$  são  $F_1(0) = F_2(0) = 1$ .

A partir da matriz de Amplitude (1.2), obtemos que a seção de choque para espalhamento elástico de elétrons em prótons no referencial do laboratório, com o próton inicialmente em repouso é dada por:

$$\begin{aligned} \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{(lab)} &= \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} \frac{1}{1 + (2E/M) \sin^2(\theta/2)} \times \\ &\quad \left[ \left( F_1^2(q^2) - \frac{q^2 \kappa^2 F_2(q^2)}{4M^2} \right) \cos^2(\theta/2) - \frac{q^2}{2M^2} (F_1(q^2) + \kappa F_2(q^2))^2 \sin^2(\theta/2) \right] \\ &= \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{(Mott)} \left[ 1 + \frac{2E}{M} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]^{-1} \times \\ &\quad \left[ \left( F_1^2(q^2) - \frac{q^2 F_2(q^2)}{4M^2} \right) - \frac{q^2}{2M^2} (F_1(q^2) + F_2(q^2))^2 \tan^2(\theta/2) \right], \end{aligned} \quad (1.4)$$

onde a massa do elétron  $m_e$  é desprezada. Essa equação pode ser reescrita a partir fatores de forma  $G_E(q^2)$  e  $G_M(q^2)$ , que representam a distribuição de carga e momento magnético, respectivamente. Esses fatores de forma se relacionam aos fatores de forma de Dirac e Pauli partir das equações:

$$G_E(q^2) = F_1(q^2) - \frac{q^2}{4M^2} F_2(q^2), \quad (1.5)$$

$$G_M(q^2) = F_1(q^2) + F_2(q^2). \quad (1.6)$$

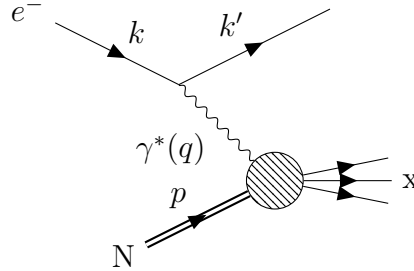
Portanto, temos a equação geralmente utilizada para descrever o espalhamento elástico de elétrons em prótons, fórmula de Rosenbluth:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E^2} \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right) \frac{E'}{E} \left( G_E^2(q^2) + \tau G_M^2(q^2) \frac{(1+\tau)}{\cos^2(\theta/2)} + 2\tau G_M^2(q^2) \sin^2(\theta/2) \right), \quad (1.7)$$

onde  $\tau = -q^2/4M^2$ . A equação (1.7) oferece uma descrição detalhada da distribuição angular da seção transversal do espalhamento, incorporando os fatores de forma  $G_E(q^2)$  e  $G_M(q^2)$  que caracterizam a estrutura interna do próton. Essa equação nos permite compreender em detalhes o espalhamento elástico de elétrons em prótons, considerando os fatores de forma que refletem a distribuição de carga e momento magnético do próton.

### 1.2.2 Espalhamento Inelástico Profundo: Distribuições de Pártons

Consideremos o processo inclusivo  $e + N \rightarrow e + X$ , no qual um elétron é espalhado por um núcleon, resultando em uma combinação de partículas finais ( $X$ ). Esses processos fornecem informações sobre a distribuição do momento dos pártons dentro do núcleon.



**Fig. 1.2:** *Espalhamento inelástico profundo de um elétron em um nucleon*

No espalhamento inelástico profundo (DIS), representado na Fig. 1.2, apenas o elétron espalhado é detectado, portanto, há alguma energia do estado inicial que não é detectada no estado final. Neste processo um elétron inicial  $e(k)$  interage com o núcleon  $N(p)$  em seu estado inicial  $|p\rangle$  por meio de um fóton virtual  $\gamma^*(q)$ . Como resposta temos um elétron espalhado  $e(k')$  e o estado hadrônico final  $|X\rangle$ . A massa invariante do estado hadrônico final pode ser expressa como  $W^2$ :

$$W^2 = (2M\nu + M^2 - Q^2). \quad (1.8)$$



Aqui temos os invariantes  $Q^2 = -q^2$  (a virtualidade do fóton) e  $\nu = p \cdot q/M$ . No referencial onde o núcleon inicial está em repouso,  $\nu = E' - E$ , onde  $E'$  e  $E$  são a energia final e inicial do elétron, respectivamente e  $M$  é a massa do núcleon. A matriz amplitude desse processo é descrita por:

$$M = ie^2 \bar{u}(k') \gamma^\lambda u(k) \frac{1}{q^2} \langle X | J_\lambda^{\text{em}} | p \rangle \quad (1.9)$$

Aqui  $J_\lambda^{\text{em}}$  representa a corrente leptônica. A matriz de amplitude de espalhamento  $M$  para o espalhamento elétron-núcleon pode ser separada em um tensor leptônico  $L^{\mu\nu}$  e um tensor hadrônico  $W^{\mu\nu}$  [2], de forma que a seção de choque diferencial para esse processo pode ser escrita na forma:

$$\begin{aligned} d\sigma_{\text{DIS}} &= \frac{m_e^2 E_p}{k \cdot p} \frac{1}{2} (2\pi)^4 \frac{(4\pi\alpha)^2}{(2\pi)^3} |M|^2 \delta^{(4)}(p' - p - q) \frac{d^3 k'}{E'} \\ &= \frac{2\alpha^2}{q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu} W_{\mu\lambda} \end{aligned} \quad (1.10)$$

onde o tensor leptônico é dado por

$$L_{\mu\nu} = k'_\mu k'_\nu + k'_\nu k'_\mu - (k \cdot k') g_{\mu\nu} \quad (1.11)$$

e o tensor hadrônico é dado por

$$W^{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} \int dz^4 e^{iqz} \langle p | j^\mu(z) j^\nu(0) | p \rangle. \quad (1.13)$$

O tensor hadrônico assim como tensor leptônico obedece à simetria  $W_{\mu\nu} = W_{\nu\mu}$ . Isso é imposto pela invariância de paridade da seção de choque. Neste caso, podemos escrever o tensor hadrônico como:

$$\begin{aligned} W_{\mu\lambda}(Q^2, \nu) &= -g_{\mu\lambda} W_1(Q^2, \nu) + \frac{p_\mu p_\lambda}{M^2} W_2(Q^2, \nu) + \frac{1}{M^2} (p_\mu q_\lambda + p_\lambda q_\mu) W_3(Q^2, \nu) \\ &+ \frac{q_\mu q_\lambda}{M^2} W_4(Q^2, \nu) \end{aligned} \quad (1.12)$$

Impondo o princípio de conservação de corrente  $q_\mu W^{\mu\lambda} = q_\lambda W^{\mu\lambda} = 0$ , permite relacionar

$$W_3 = -\frac{p \cdot q}{q^2} W_2 \quad (1.13)$$

e

$$W_4 = \frac{1}{q^2} \left( M^2 W_1 + \frac{(p \cdot q)^2}{q^2} W_2 \right) \quad (1.14)$$

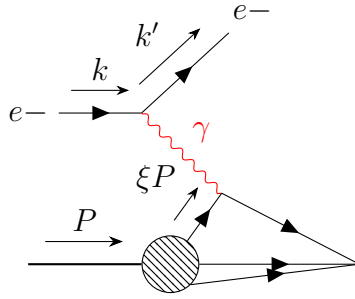
O que reduz a equação (1.12) à

$$W_{\mu\lambda}(Q^2, \nu) = (-g_{\mu\lambda} + q_\mu q_\lambda)W_1(Q^2, \nu) + \frac{1}{M^2} \left( p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left( p_\lambda - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\lambda \right) W_2(Q^2, \nu) \quad (1.15)$$

onde  $W_1$  e  $W_2$  são as funções de estrutura do elétron-núcleon [3]. Aplicando (1.15) à expressão da seção de choque (1.10) obtemos:

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 d\nu^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} \left[ 2\sin^2 \frac{\theta}{2} W_1(Q^2) + \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2(Q^2, \mu) \right] \quad (1.16)$$

Na situação do limite de Bjorken, onde  $Q^2 \rightarrow \infty$  e  $\nu \rightarrow \infty$  com  $x_B$  fixo igual a  $Q^2/(2p \cdot q)$ ,



**Fig. 1.3:** Diagrama de Feynman da DIS para modelo de partons

é possível escrever as funções de estrutura da seguinte forma

$$MW_1(x, Q^2) \rightarrow F_1(x_B), \quad (1.17)$$

$$\nu W_2(x, Q^2) \rightarrow F_2(x_B). \quad (1.18)$$

Também é possível fazer a suposição de que o fóton está interagindo apenas com um parton [1], evidenciando a natureza pontual dos quarks e glúons e nos dando a possibilidade de descrever o processo pelo diagrama na Fig. 1.3, enquanto ignoramos diagramas mais complexos. O diagrama pode ser dividido em duas partes. A primeira parte corresponde ao espalhamento de um elétron e um parton, com uma fração de momento  $x$ , através de uma interação de fóton virtual, que pode ser calculada a partir da QCD perturbativa e também através da QED. A segunda se refere ao comportamento do parton dentro do hádron, sendo expressa através das Funções de Distribuição de Partons não polarizadas e polarizadas (PDFs,  $f_i(x)$  e  $g(x)$ ), de forma que  $f_i(\xi)d\xi$  é a probabilidade de um  $i$ -ésimo ser encontrado com uma fração de momento entre  $\xi$  e  $\xi + d\xi$ . Dessa forma, a seção de

choque para o subprocesso partônico, considerando uma ordem arbitrária de perturbação, é representada por  $d\hat{\sigma}_i$  e a seção de choque obedece à convolução:

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \sum_i \int_0^1 d\xi f_i(\xi) \frac{d\hat{\sigma}_i}{dx dQ^2} \quad (1.19)$$

onde  $\hat{\sigma}_i$  é a seção choque do espalhamento eletrôn-quark, dada por :

$$\frac{d\hat{\sigma}_i}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2 e_q^2}{Q^4} [1 + (1-y)^2] \delta(x - \xi) \quad (1.20)$$

Dessa forma, temos que

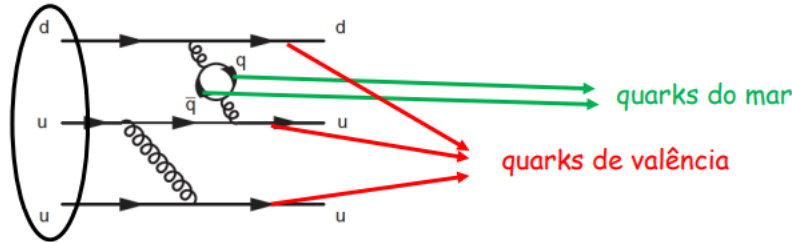
$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4} \sum_i \int_0^1 d\xi f_i(\xi) e_q^2 [1 + (1-y)^2] \delta(x - \xi) \quad (1.21)$$

Comparando (1.21) e (1.16), obtemos a forma geral da função de estrutura e a relação de Callan-Gross entre  $F_1$  e  $F_2$

$$F_2 = 2xF_1 = \sum_i \int_0^1 d\xi f_q(\xi) x e_q^2 \delta(x - \xi) = \sum e_q x f_q(x), \quad (1.22)$$

válida para quarks com spin 1/2.

O próton é composto de quarks de valência ( $uud$ ) e quarks de mar em pares  $q\bar{q}$ , como mostrado na fig. 1.4. Comumente é utilizado o sabor  $q$  para denotar as PDFs , como



**Fig. 1.4:** *Composição do proton*

exemplo

$$f_u \equiv u(x) = u_v(x) + u_{\text{mar}}(x), \text{ onde } f_{\bar{u}}(x) = \bar{u}(x) = u_{\text{mar}}(x) \quad (1.23)$$

Dessa forma, regra de soma obedece:

$$\int_0^1 (u - \bar{u}) dx = \int_0^1 u_v dx = 2 \quad (1.24)$$

e

$$\int_0^1 (d - \bar{d}) dx = \int_0^1 d_v dx = 1 \quad (1.25)$$

Partido da expressão obtida em (1.22) e usando a carga de cada quarks, temos que a função de estrutura para o próton é

$$\frac{F_2^p}{x} = \frac{1}{9} [4u + d + s + \dots + 4\bar{u} + \bar{d} + \bar{s} + \dots]. \quad (1.26)$$

Usando a simetria de isospin, temos que a função de estrutura de nêutron é

$$\frac{F_2^n}{x} = \frac{1}{9} [4d + u + s + \dots + 4\bar{d} + \bar{u} + \bar{s} + \dots] \quad (1.27)$$

A partir do teorema óptico, é possível obter que a seção de choque para o foto-absorção pode ser escrito em termo do tensor hadrônico  $W_{\mu\nu}$ . De forma que:

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^*p}(x, q^2) = \frac{2\pi^2\alpha_{em}}{m_p\sqrt{\nu^2 + Q^2}} \varepsilon_{\mu}^{(\lambda)} \varepsilon_{\nu}^{(\lambda)*} W^{\mu\nu} \quad (1.28)$$

onde  $\varepsilon_{\mu}^{(\lambda)}$  é o quadrivetor do fóton virtual com helicidade  $\lambda$ . sabendo que:

$$\sum_{\lambda=0,\pm 1} \varepsilon_{\mu}^{(\lambda)} \varepsilon_{\nu}^{(\lambda)*} = -\left(g_{\mu\nu} + \frac{q_{\mu}q_{\nu}}{Q^2}\right), \quad (1.29)$$

$$\varepsilon_{\mu}^{(0)} \varepsilon_{\nu}^{(0)*} = -\frac{Q^2}{m_p^2(\nu^2 + Q^2)} \left(p_{\mu} + \frac{q \cdot p}{Q^2} q_{\mu}\right) \left(p_{\nu} - \frac{q \cdot p}{Q^2} q_{\nu}\right) \quad (1.30)$$

e

$$\frac{1}{2} (\varepsilon_{\mu}^{(+1)} \varepsilon_{\nu}^{(+1)*} + \varepsilon_{\mu}^{(-1)} \varepsilon_{\nu}^{(-1)*}) = -\frac{1}{2} \left( \sum_{\lambda=0,\pm 1} \varepsilon_{\mu}^{(\lambda)} \varepsilon_{\nu}^{(\lambda)*} - \varepsilon_{\mu}^{(0)} \varepsilon_{\nu}^{(0)*} \right) \quad (1.31)$$

obtemos que

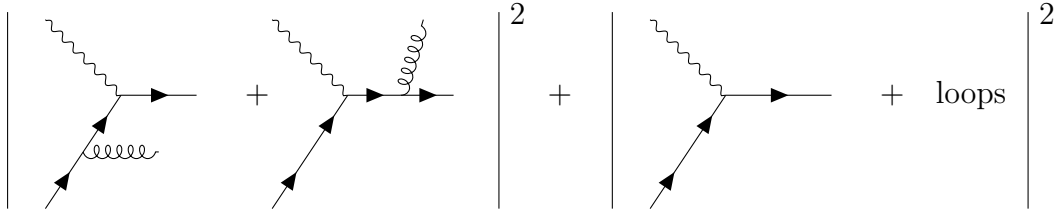
$$\sigma_L^{\gamma^*p}(x, q^2) = \frac{2\pi^2\alpha_{em}}{m_p\sqrt{\nu^2 + Q^2}} \varepsilon_{\mu}^{(0)} \varepsilon_{\nu}^{(0)*} W^{\mu\nu} = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} F_T \quad (1.32)$$

e

$$\sigma_L^{\gamma^*p}(x, q^2) = \frac{2\pi^2\alpha_{em}}{m_p\sqrt{\nu^2 + Q^2}} \frac{1}{2} (\varepsilon_{\mu}^{(+1)} \varepsilon_{\nu}^{(+1)*} + \varepsilon_{\mu}^{(-1)} \varepsilon_{\nu}^{(-1)*}) W^{\mu\nu} = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} F_L \quad (1.33)$$

onde  $F_T$  e  $F_L$  são a funções de estrutura transversal e longitudinal, respectivamente. Além disso,  $F_1 = F_T/2x$  e  $F_2 = F_L + F_T$ . Portanto, a seção de choque total para a foto-absorção pode ser escrita como:

$$\sigma^{\gamma^*p}(x, q^2) = \sigma_L^{\gamma^*p}(x, q^2) + \sigma_T^{\gamma^*p}(x, q^2) = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} F_2(x, Q^2) \quad (1.34)$$



**Fig. 1.5:** Diagramas em contribuição em ordem  $O(\alpha_s)$  em teoria de perturbação.

## DGLAP

O termo obtido na equação (1.22) pode ser tratado como o termo de ordem 0 da expansão da função de estrutura  $F_2$  como uma série de potência de  $\alpha_s$ , quando aplicamos teoria de perturbação da QCD. Dessa forma, para adicionarmos correções da QCD e primeira ordem  $O(\alpha_s)$ , temos que calcular diagramas para os subprocessos apresentados na figura (1.5). O primeiro digrama que aparece no segundo  $|\dots|^2$  é o resultado que conhecemos em (1.22). Os diagramas identificados como virtual tratam divergências no ultravioleta. Os diagramas que aparecem no primeiro  $|\dots|^2$  tratam, respectivamente, a possibilidade do párton emitir um glúon antes ou após interagir com o fóton virtual. Re-somando essas contribuições a função de estrutura, obtemos

$$\frac{F_2(x, Q^2)}{x} = \sum_q \int_x^1 \frac{dy}{y} f_q(y) e_q^2 \left[ \delta\left(1 - \frac{x}{y}\right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left( P\left(\frac{x}{y}\right) \ln \frac{Q^2}{\mu_0^2} + C\left(\frac{x}{y}\right) \right) \right] \quad (1.35)$$

onde  $P$  e  $C$  são funções conhecidas. Aplicando a regra de Feynman para o diagramas apresentados na fig. (1.5) podemos mostrar que

$$P(z) = \frac{4}{3} \frac{1+z^2}{(1-z)^+} + 2\delta(1-z). \quad (1.36)$$

O termo  $\ln(Q^2/\mu_0^2)$  que aparece na equação (1.35) a partir da integração do espectro do momento transversal do glúon

$$\int_{\mu_0^2}^{Q^2} \frac{dk_t}{k_t^2} = \ln\left(\frac{Q^2}{\mu_0^2}\right) \quad (1.37)$$

A partir da equação (1.35), podemos redefinir PDFs de forma que tenha dependência da escala  $\mu$ . As PDFs são redefinidas da seguinte forma:

$$f_q(x, \mu^2) = f_q(x) + \int_x^1 \frac{dy}{y} f_q(y) \frac{\alpha_s}{2\pi} \left( P\left(\frac{x}{y}\right) \ln\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}\right) + C_1 \right) \quad (1.38)$$

Dessa forma, a função de estrutura é reescrita da seguinte forma:

$$\frac{F_2(x, Q^2)}{x} = \sum_q \int_x^1 \frac{dy}{y} f_q(y, \mu^2) e_q^2 \left[ \delta\left(1 - \frac{x}{y}\right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left( P\left(\frac{x}{y}\right) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + C_2 \right) \right] \quad (1.39)$$

Da definição da PDF (1.38), obtemos

$$\frac{\partial f_q(x, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} f_q(y, \mu^2) P\left(\frac{x}{y}\right) \quad (1.40)$$

Esta equação descreve a evolução da PDFs, sendo conhecida na literatura como equação de evolução de DGLAP. Este tratamento em  $O(\alpha_s)$  não está completo. Ao adicionarmos o subprocesso  $\gamma q \rightarrow gq$ , e preciso que sejam incluídos processos.  $\gamma g \rightarrow gq$ . Com isso, a equação de evolução DGLAP para PDFs de quarks é reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial q(x, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left( q(y, \mu^2) P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) + g(y, \mu^2) P_{qg}\left(\frac{x}{y}\right) \right) \quad (1.41)$$

onde  $g(x, \mu^2)$  é a PDF do glúon e  $P_{qg}$  é função de splitting para o processo  $g \rightarrow q$ , dada por:

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2}(z^2 + (1-z)^2) \quad (1.42)$$

a PDF do glúon evolue conforme a equação

$$\frac{\partial g(x, \mu^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left( \sum_q (q(y, \mu^2) + \bar{q}(y, \mu^2)) P_{gq}\left(\frac{x}{y}\right) + g(y, \mu^2) P_{gg}\left(\frac{x}{y}\right) \right) \quad (1.43)$$

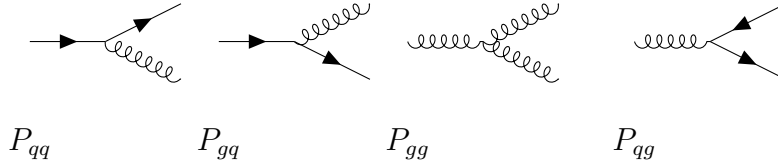
onde  $P_{gq}$  e  $P_{gg}$  são funções de splitting dos subprocessos  $q \rightarrow g$  e  $g \rightarrow$ , respectivamente. É possível mostrar que:

$$P_{gq} = P_{qq}(1-z) = \frac{1}{4} \frac{1 + (1-z)^2}{z} \quad (1.44)$$

e

$$P_{gg} = 6 \left( \frac{1-z}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + z(1-z) \right) + \left( \frac{11}{2} - \frac{n_f}{3} \right) \delta(1-z) \quad (1.45)$$

Na Fig. 1.6 temos os diagramas das interações descritas pelas funções de splitting ( $p_{qq}$ ,  $P_{qg}$ ,  $P_{gq}$ ) em primeira ordem. De maneira geral,  $P_{ij}(z)$  representa a probabilidade de um  $j$ -ésimo parton irradiar um glúon ou um quarks e se tornar um parton do tipo  $i$ , com uma fração  $z$  do momento do  $j$ -ésimo parton.



**Fig. 1.6:** Diagramas das funções de splitting

Convenientemente, podemos definir as PDFs de singleto de sabor ( $\Sigma$ ) e não singleto ( $\Delta_q$ , já apresentado anteriormente como quark de valência) como:

$$\Sigma = \sum_q [q + \bar{q}] \quad (1.46)$$

e

$$\Delta_q = q - \bar{q} = q_v \quad (1.47)$$

Dessa forma, pode-se mostrar que PDF do quark não singleto obedece à equação de evolução:

$$\frac{\partial q}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} q(y, \mu^2) P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) \quad (1.48)$$

A função não singleto não considera a contribuição dos quarks de mar, e, portanto, dos glúons. Dessa forma, apenas a função  $P_{qq}$  aparece em sua evolução.

A equação de evolução da PDF do singleto de sabor pode ser escrita acoplada a equação do glúon da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} \begin{pmatrix} \Sigma(x, Q^2) \\ g(x, Q^2) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \begin{pmatrix} P_{qq}(\frac{x}{y}) & P_{qg}(\frac{x}{y}) \\ P_{gq}(\frac{x}{y}) & P_{gg}(\frac{x}{y}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma(x, Q^2) \\ g(x, Q^2) \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

As equações (1.48) e (1.49) são a forma mais geral de escrever as conhecidas equações de evolução Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Parisi (DGLAP) . Para pequeno  $x$

## BFKL

A evolução BFKL (Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov) é uma descrição teórica importante em física de partículas, especialmente no contexto da Cromodinâmica Quântica (QCD). A abordagem BFKL foi desenvolvida para estudar o comportamento das funções de distribuição de partículas em altas energias, particularmente no regime de pequenas frações de momento longitudinal, também conhecido como o regime de *small-x*.

A evolução BFKL visa entender a dinâmica das interações de glúons (as partículas mediadoras da força forte) em altas energias, onde a densidade de glúons é muito alta. Esse regime é crítico para descrever processos de dispersão profunda inelástica e a produção de hádrons em colisões de alta energia, como as que ocorrem no Grande Colisor de Hádrons (LHC).

O parâmetro  $x$  representa a fração do momento longitudinal do hádron carregada pelo glúon. No regime *small- $x$* ,  $x$  é muito pequeno, o que corresponde a altos valores de energia.

A equação BFKL descreve a evolução da densidade de glúons com a energia. É uma equação integral que incorpora a ressumação de diagramas de Feynman de ordem mais alta que se tornam relevantes no regime de pequenas  $x$ .

A abordagem BFKL é crucial para entender a produção de quarkonia (estados ligados de quarks pesados) e processos difrativos em altas energias.

A equação BFKL pode ser escrita em uma forma simplificada como uma equação integral para a função de distribuição de glúons  $f(x, k_T^2)$ :

$$\frac{\partial f(x, k_T^2)}{\partial \ln(1/x)} = \alpha_s K \otimes f(x, k_T^2)$$

onde:

- $\alpha_s$  é a constante de acoplamento forte.
- $K$  é o núcleo de kernel da equação BFKL, que inclui os efeitos das emissões e absorções de glúons.
- $k_T$  é o momento transversal dos glúons.

A evolução BFKL fornece previsões para a dependência em energia das seções de choque em processos de dispersão, crucial para experimentos de alta energia.

Considera correções de ordem superior que são negligenciadas em outras abordagens, como a DGLAP (Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi).

Resultados da evolução BFKL são comparados com dados experimentais de aceleradores como o HERA e o LHC para verificar a validade da QCD em regimes de alta densidade de glúons.



A equação BFKL é complexa e requer técnicas avançadas de re-somação e solução numérica.

As correções de próxima ordem (NLO BFKL) introduzem desafios adicionais devido à maior complexidade dos cálculos.

### **1.2.3 GPDs - Espalhamento Compton Profundamente virtual**

## **1.3 Formalismo de dipolo**

### **1.3.1 Principais descrições - Dglap, BFKL , BK e outros**

### **1.3.2 Modelos fenomenológico - GBW e outros**

## Capítulo 2

# Produção de mésons vetoriais pesados(HVM)

- 2.1 Formalismo de dipolo (a partir do modelos discutidos no capítulo anterior, apontando a mudança necessária)
- 2.2 Descrição a partir da GPDs em LO e NLO

## Capítulo 3

# Formalismo eiconal

### 3.1 Aproximação eiconal

### 3.2 Colisões fóton-núcleo no formalismo eiconal: Aproximação de Glauber

## Capítulo 4

# Aproximação de Weizsäcker-Williams (colisões ultraperiféricas)

### 4.1 O método

### 4.2 Seções de choque em colisões ultraperiféricas

$$F_A(q) = \int d^3\mathbf{r} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \rho_A(r) = \frac{4\pi}{q} \int_0^\infty dr \rho_A(r) r \sin(qr) \quad (4.1)$$

## Capítulo 5

# Fóton-produção exclusiva de mésons vetoriais

### 5.1 Formalismo de dipolo (com resultados)

### 5.2 Formalismo de GPDs (com resultados)

# Referências Bibliográficas

- [1] J. D. Bjorken. Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum. *Physical Review*, 179(5):1547–1553, March 1969. Publisher: American Physical Society.
- [2] David Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. John Wiley & Sons, September 2008. Google-Books-ID: Wb9DYrjcoKAC.
- [3] Francis Halzen, Halzen, and Martin. *Quarks and Leptones: An Introductory Course in Modern Particle Physics*. Wiley, New York, 11 edição edition, January 1984.
- [4] E. Rutherford. LXXIX. The scattering of  $\alpha$  and  $\beta$  particles by matter and the structure of the atom. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 21(125):669–688, May 1911. Publisher: Taylor & Francis.