

# Definition of the Laplace Transform

Let  $f$  be a function defined for  $t \geq 0$ . Then the integral

$$L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

is said to be the Laplace Transform of  $f$ , provided the integral converges



## ChatGPT

Laplace dönüşümü, matematikte özellikle mühendislik ve fizik alanlarında kullanılan, karmaşık sayılar teorisine dayanan bir integral dönüşümüdür. Bir fonksiyonun Laplace dönüşümü, o fonksiyonu zaman domeninden s-frekans domenine çevirir. Bu dönüşüm, diferansiyel denklemlerin çözümünü kolaylaştırır ve sistemin davranışını analiz etmek için kullanılır.

Verdiğiniz görseldeki tanım şu şekilde Türkçe'ye çevrilebilir:

"Laplace Dönüşümünün Tanımı

$t \geq 0$  için tanımlı  $f$  fonksiyonu olsun. O zaman

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

integrali  $f$  fonksiyonunun Laplace Dönüşümü olarak adlandırılır, tabii ki integral yakınsıyorsa."

Bu tanımda,  $\mathcal{L}\{f(t)\}$  ifadesi  $f(t)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü gösterir. Integralin içindeki  $e^{-st}$  terimi, dönüşümün nasıl yapıldığını belirleyen çarpanı temsil eder.  $s$  karmaşık sayıdır ve genellikle  $s = \sigma + i\omega$  şeklinde ifade edilir, burada  $i$  hayali birim ve  $\omega$  açısal frekanstır. Integralin konverjansı, yani yakınsaması, dönüşümün geçerli olduğu durumları belirtir.

Evaluate  $L\{1\}$

from laplace transform

$$\begin{aligned} L\{1\} &= \int_0^{\infty} e^{-st} (1) dt = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b e^{-st} dt \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} \left. \frac{-e^{-st}}{s} \right|_0^b = \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{-e^{-sb} + 1}{s} = \frac{1}{s} \end{aligned}$$

provided  $s > 0$

In other words,

when  $s > 0$  the exponent  $-sb$  is negative

and  $e^{-sb} \rightarrow 0$  as  $b \rightarrow \infty$ .

The integral diverges for  $s < 0$



### ChatGPT

Bu görsel, sürekli zamanlı bir fonksiyonun Laplace dönüşümünün nasıl hesaplandığını gösteren bir örneği içeriyor. Burada, sabit fonksiyon  $f(t) = 1$ 'in Laplace dönüşümü  $\mathcal{L}\{1\}$  hesaplanıyor. İşte bu hesaplamanın Türkçe açıklaması:

"Laplace dönüşümünden  $\mathcal{L}\{1\}$  değerini hesaplayın.

$$\mathcal{L}\{1\} = \int_0^{\infty} e^{-st}(1)dt = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b e^{-st} dt$$

İntegrali çözerken,

$$\left. -\frac{e^{-st}}{s} \right|_0^b$$

ifadesini elde ederiz ve bu da

$$= \lim_{b \rightarrow \infty} \left( -\frac{e^{-sb}}{s} + \frac{1}{s} \right)$$

olarak yazılır. Burada  $e^{-sb}$  ifadesi  $b$  sonsuza giderken 0'a gider, çünkü  $s > 0$  olduğunda  $-sb$  negatiftir. Böylece, limit  $b$  sonsuza gittiğinde  $-\frac{0}{s} + \frac{1}{s}$  halini alır ve bu da  $\frac{1}{s}$ 'ye eşittir.

Bu nedenle,  $s > 0$  olduğu sürece,

$$\mathcal{L}\{1\} = \frac{1}{s}$$

olarak bulunur. Diğer yandan,  $s < 0$  için integral diverje olur, yani sonuç belirsizdir veya sonsuza gider."

Bu hesaplama, Laplace dönüşümünün diferansiyel denklemleri çözmede nasıl kullanıldığını gösteren basit bir örnektir. Sabit fonksiyonun Laplace dönüşümü sık kullanılan bir formüldür ve  $s > 0$  için her zaman  $\frac{1}{s}$  olarak bulunur. Bu tür hesaplamalar, kontrol teorisi ve sinyal işlemede önemli uygulamalara sahiptir.



Evaluate  $L\{t\}$

from laplace transform

$$L\{t\} = \int_0^{\infty} e^{-st} t dt = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b e^{-st} t dt$$

integrating ..

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t e^{-st} = 0, s > 0$$

$$L\{t\} = \left. \frac{-te^{-st}}{s} \right|_0^{\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \frac{1}{s} L\{1\} = \frac{1}{s} \left( \frac{1}{s} \right) = \frac{1}{s^2}$$

$$\int f(x)g(x) dx = f(x) \int g(x) dx - \int \left( \int g(x) dx \right) d(f(x))$$



### ChatGPT

Bu görsel,  $t$  zaman fonksiyonunun Laplace dönüşümünün nasıl hesaplandığını adım adım gösteriyor. İşte Türkçe açıklaması:

"Laplace dönüşümünden  $\mathcal{L}\{t\}$  değerini hesaplayın.

$$\mathcal{L}\{t\} = \int_0^{\infty} e^{-st} t dt = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b e^{-st} t dt$$

İntegral alınırsa ve  $s > 0$  kabul edilirse,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t e^{-st} = 0$$

olacaktır. İntegralin çözümü:

$$\mathcal{L}\{t\} = -\frac{te^{-st}}{s} \Big|_0^{\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} dt$$

Bu ifadeyi daha da açarsak,

$$\mathcal{L}\{t\} = -\left[\frac{0}{s} - \frac{1}{s} \left(-\frac{1}{s}\right)\right] = \frac{1}{s^2}$$

olarak buluruz. Buradaki  $\mathcal{L}\{1\}$  ifadesi, önceki örnekte hesaplanan sabit fonksiyonun Laplace dönüşümüdür ve  $\frac{1}{s}$  değerine eşittir. Dolayısıyla,  $t$  zaman fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{1}{s^2}$  olarak bulunur."

Bu hesaplama,  $t$  fonksiyonunun  $s$  parametresine bağlı olarak nasıl bir frekans domeni temsiline dönüştürüldüğünü gösterir. Bu tür dönüşümler, sistemin zamana bağlı değişkenlerini daha kolay işlenebilir hale getirmek için kullanılır.

Evaluate  $L\{e^{-3t}\}$

from laplace transform

$$\begin{aligned} L\{e^{-3t}\} &= \int_0^{\infty} e^{-st} e^{-3t} dt = \int_0^{\infty} e^{-(s+3)t} dt \\ &= \frac{-e^{-(s+3)t}}{s+3} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{s+3}, s > -3 \end{aligned}$$



### ChatGPT

Bu görsel,  $e^{-3t}$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünün nasıl hesaplandığını gösteriyor. İşte bu işlemin Türkçe açıklaması:

"Laplace dönüşümünden  $\mathcal{L}\{e^{-3t}\}$  değerini hesaplayın.

$$\mathcal{L}\{e^{-3t}\} = \int_0^{\infty} e^{-st} e^{-3t} dt = \int_0^{\infty} e^{-(s+3)t} dt$$

Bu integrali çözmek için, üstel fonksiyonların çarpımını tek bir üstel fonksiyon olarak birleştiriyoruz:

$$e^{-st} e^{-3t} = e^{-(s+3)t}$$

Bu durumda integral,

$$-\left. \frac{e^{-(s+3)t}}{s+3} \right|_0^{\infty}$$

olarak hesaplanır. Burada  $s > -3$  olduğu sürece,  $t$  sonsuza gittiğinde  $e^{-(s+3)t}$  ifadesi sıfıra gider. Bu nedenle integralin sonucu:

$$\mathcal{L}\{e^{-3t}\} = -\left[ \frac{0}{s+3} - \frac{1}{s+3} \right] = \frac{1}{s+3}$$

olarak bulunur."

Bu hesaplama, belirli bir üstel fonksiyonun s-frekans domenine nasıl taşındığını gösterir. Laplace dönüşümü, sistemin davranışını frekans domeninde analiz etmek için kullanılır ve bu tür hesaplamalar özellikle mühendislik ve fizikte diferansiyel denklemlerin çözümünde yaygın olarak kullanılır.

Evaluate  $L\{\sin 2t\}$

from laplace transform

$$L\{\sin 2t\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \sin 2t dt = \frac{-e^{-st} \sin 2t}{s} \Big|_0^{\infty} + \frac{2}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} \cos 2t dt$$

$$= \frac{2}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} \cos 2t dt, s > 0$$

$$\Rightarrow \frac{2}{s} \left[ \frac{-e^{-st} \cos 2t}{s} \Big|_0^{\infty} - \frac{2}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} \sin 2t dt \right]$$

$$= \frac{2}{s^2} - \frac{4}{s^2} L\{\sin 2t\}$$

$$\therefore L\{\sin 2t\} = \frac{2}{s^2 + 4}$$





### ChatGPT

Bu görselde,  $\sin(2t)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\mathcal{L}\{\sin(2t)\}$  adım adım hesaplanıyor. İşte bu hesaplamanın Türkçe açıklaması:

"Laplace dönüşümünden  $\mathcal{L}\{\sin(2t)\}$  değerini hesaplayın.

$$\mathcal{L}\{\sin(2t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \sin(2t) dt$$

Öncelikle, integrali parçalara ayırarak ve kısmi integrasyon yöntemini kullanarak çözümüne başlarız:

$$= \left. \frac{-1}{s} e^{-st} \sin(2t) \right|_0^{\infty} + \frac{2}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} \cos(2t) dt$$

İntegralin ilk kısmı  $s > 0$  olduğunda  $t$  sonsuza gittiğinde sıfıra gider. İkinci kısım ise  $\cos(2t)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümüdür.

Bu adımı da çözerek sonuca ulaşırız:

$$= \frac{2}{s} \left( \frac{s}{s^2+4} \right) = \frac{2}{s^2+4} \mathcal{L}\{\sin(2t)\}$$

Bu denklemi  $\mathcal{L}\{\sin(2t)\}$  için çözersek:

$$\mathcal{L}\{\sin(2t)\} = \frac{2}{s^2+4}$$

olarak buluruz."

Bu işlem, trigonometrik bir fonksiyonun Laplace dönüşümünün nasıl yapılacağını gösterir ve bu tür hesaplamalar, sistem analizi ve sinyal işlemede kullanılır. Hesaplama, diferansiyel denklemleri daha kolay çözülebilir bir forma dönüştürmekte ve zamandan frekansa geçiş yapmada önemlidir.

👍 👍 👍

## Laplace Transforms of Some Basic Functions

$$(a) L\{1\} = \frac{1}{s}$$

$$(b) L\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}, n = 1, 2, 3, \dots$$

$$(c) L\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}$$

$$(d) L\{\sin kt\} = \frac{k}{s^2 + k^2}$$

$$(e) L\{\cos kt\} = \frac{s}{s^2 + k^2}$$

$$(f) L\{\sinh kt\} = \frac{k}{s^2 - k^2}$$

$$(g) L\{\cosh kt\} = \frac{s}{s^2 - k^2}$$



### ChatGPT

Görsel, bazı temel fonksiyonların Laplace dönüşümlerini içeriyor. İşte bunların Türkçe açıklamaları:

(a)  $\mathcal{L}\{1\}$  fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{1}{s}$ 'dir. Bu, sabit bir fonksiyonun dönüşümüdür.

(b)  $t^n$  fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{n!}{s^{n+1}}$ 'dir. Burada  $n$  pozitif tam sayıdır ve  $n!$   $n$  faktöriyeli ifade eder.

(c)  $e^{at}$  fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{1}{s-a}$ 'dir. Bu, üstel bir fonksiyonun dönüşümüdür ve  $a$  bir sabittir.

(d)  $\sin(kt)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{k}{s^2+k^2}$ 'dir. Burada  $k$  fonksiyonun frekansını ifade eden bir sabittir.

(e)  $\cos(kt)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{s}{s^2+k^2}$ 'dir. Bu da  $k$  ile frekansı ifade edilen bir kosinüs fonksiyonudur.

(f)  $\sinh(kt)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{k}{s^2-k^2}$ 'dir.  $\sinh$  hiperbolik sinüs fonksiyonunu ifade eder.

(g)  $\cosh(kt)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{s}{s^2-k^2}$ 'dir.  $\cosh$  hiperbolik kosinüs fonksiyonudur.

Bu formüller, mühendislik ve fizikteki sistemlerin analizi ve diferansiyel denklemlerin çözümlerinde kullanılır. Her bir fonksiyonun Laplace dönüşümü, o fonksiyonun zamandan s-frekans domenine nasıl taşınacağını belirler.



# Laplace Transforms of Some Basic Functions

	$f(t)$	$\mathcal{L}(f)$		$f(t)$	$\mathcal{L}(f)$
1	1	$1/s$	7	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
2	$t$	$1/s^2$	8	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
3	$t^2$	$2!/s^3$	9	$\cosh at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}$
4	$t^n$ ( $n = 0, 1, \dots$ )	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	10	$\sinh at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}$
5	$t^a$ ( $a$ positive)	$\frac{\Gamma(a + 1)}{s^{a+1}}$	11	$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{s - a}{(s - a)^2 + \omega^2}$
6	$e^{at}$	$\frac{1}{s - a}$	12	$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s - a)^2 + \omega^2}$



## ChatGPT

Bu görselde bazı temel fonksiyonların Laplace dönüşümleri listeleniyor.

İşte bu listeye Türkçe bir açıklama:

1. Sabit "1" fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{1}{s}$ 'dir.
2. "t" zaman fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{1}{s^2}$ 'dir.
3. "t^2" zaman fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{2!}{s^3}$ 'dir.
4. "t^n" (n bir pozitif tam sayı) fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{n!}{s^{n+1}}$ 'dir.
5. "t^a" (a pozitif bir sayı) fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{\Gamma(a+1)}{s^{a+1}}$ 'dir.

Burada  $\Gamma$  gamma fonksiyonunu temsil eder.

6. "e^{at}" (a bir sabit) fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{1}{s-a}$ 'dir.
7. "cos(ωt)" fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{s}{s^2+\omega^2}$ 'dir.
8. "sin(ωt)" fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$ 'dir.
9. "cosh(at)" fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{s}{s^2-a^2}$ 'dir.
10. "sinh(at)" fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{a}{s^2-a^2}$ 'dir.
11. "e^{at} cos(ωt)" fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{s-a}{(s-a)^2+\omega^2}$ 'dir.
12. "e^{at} sin(ωt)" fonksiyonunun Laplace dönüşümü  $\frac{\omega}{(s-a)^2+\omega^2}$ 'dir.

Bu fonksiyonlar ve onların Laplace dönüşümleri, mühendislik ve fizikte zaman domenindeki fonksiyonları frekans domenine çevirmek için kullanılır, böylece sistemlerin davranışını analiz etmek ve diferansiyel denklemler çözmek kolaylaşır.



## Some Inverse Transforms

$$(a) 1 = L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\}$$

$$(b) t^n = L^{-1}\left\{\frac{n!}{s^{n+1}}\right\}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (c) e^{at} = L^{-1}\left\{\frac{1}{s-a}\right\}$$

$$(d) \sin kt = L^{-1}\left\{\frac{k}{s^2 + k^2}\right\} \quad (e) \cos kt = L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2 + k^2}\right\}$$

$$(f) \sinh kt = L^{-1}\left\{\frac{k}{s^2 - k^2}\right\} \quad (g) \cosh kt = L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2 - k^2}\right\}$$

Both  $L$  and  $L^{-1}$  are linear



## ChatGPT

Görselde, bazı Laplace dönüşümlerinin tersi, yani fonksiyonların zaman domenindeki karşılıkları verilmiş. İşte bu ters dönüşümlerin Türkçe açıklamaları:

- (a)  $\frac{1}{s}$  ifadesinin Laplace ters dönüşümü 1'dir.
- (b)  $\frac{n!}{s^{n+1}}$  ifadesinin Laplace ters dönüşümü  $t^n$ 'dir. Burada  $n$  pozitif tam sayıdır.
- (c)  $\frac{1}{s-a}$  ifadesinin Laplace ters dönüşümü  $e^{at}$ 'dir.
- (d)  $\frac{k}{s^2+k^2}$  ifadesinin Laplace ters dönüşümü  $\sin(kt)$ 'dir.
- (e)  $\frac{s}{s^2+k^2}$  ifadesinin Laplace ters dönüşümü  $\cos(kt)$ 'dir.
- (f)  $\frac{k}{s^2-k^2}$  ifadesinin Laplace ters dönüşümü  $\sinh(kt)$ 'dir.
- (g)  $\frac{s}{s^2-k^2}$  ifadesinin Laplace ters dönüşümü  $\cosh(kt)$ 'dir.

Ayrıca, Laplace dönüşümü  $L$  ve ters Laplace dönüşümü  $L^{-1}$ 'in her ikisinin de lineer olduğu belirtilmiş. Bu, herhangi iki fonksiyonun dönüşümlerinin toplamının, bu fonksiyonların her birinin dönüşümünün toplamına eşit olduğu anlamına gelir.

# Examples

(a) Evaluate  $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^5}\right\}$

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{s^5}\right\} = \frac{1}{4!} L^{-1}\left\{\frac{4!}{s^5}\right\} = \frac{1}{24} t^4$$

(b) Evaluate  $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+7}\right\}$

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+7}\right\} = \frac{1}{\sqrt{7}} L^{-1}\left\{\frac{\sqrt{7}}{s^2+7}\right\} = \frac{1}{\sqrt{7}} \sin \sqrt{7} t$$





## ChatGPT

Görselde verilen örneklerde, iki farklı ifadenin ters Laplace dönüşümü hesaplanmış. İşte bu hesaplamaların Türkçe açıklaması:

(a)  $\frac{1}{s^5}$  ifadesinin ters Laplace dönüşümü hesaplanıyor. Ters Laplace dönüşümü, Laplace dönüşümü tablosu kullanılarak yapılıyor. Bu tabloya göre,  $\frac{n!}{s^{n+1}}$  ifadesinin ters Laplace dönüşümü  $t^n$ 'dir. Örnekte  $n = 4$  için,  $4! = 24$  ve  $s^{n+1} = s^5$  olur, bu yüzden ters Laplace dönüşümü  $\frac{1}{24}t^4$  olacaktır.

(b)  $\frac{1}{s^2+7}$  ifadesinin ters Laplace dönüşümü hesaplanıyor. Bu ifade, bir sinüs fonksiyonunun Laplace dönüşümüne benzer bir yapıdadır. Laplace dönüşümü tablosuna göre,  $\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$ 'nin ters Laplace dönüşümü  $\sin(\omega t)$ 'dir. Örnekte  $\omega^2 = 7$  olduğu için  $\omega = \sqrt{7}$  alınır. Dolayısıyla, ifadenin ters Laplace dönüşümü  $\frac{1}{\sqrt{7}} \sin(\sqrt{7}t)$  olacaktır.

Bu hesaplamalar sayesinde, frekans domenindeki ifadelerin zaman domenindeki karşılıkları bulunmuş olur. Bu işlemler, mühendislik ve fizikte sistemlerin davranışını zaman domeninde anlamak için kullanılır.

OR

**You**

## Termwise Division and Linearity

Evaluate  $L^{-1}\left\{\frac{-2s+6}{s^2+4}\right\}$

$$L^{-1}\left\{\frac{-2s+6}{s^2+4}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{-2s}{s^2+4} + \frac{6}{s^2+4}\right\} = -2L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+4}\right\} + \frac{6}{2}L^{-1}\left\{\frac{2}{s^2+4}\right\}$$



## ChatGPT

Görselde, bir ifadenin terim bazında bölünmesi ve doğrusallık özelliği kullanılarak ters Laplace dönüşümünün nasıl hesaplandığı gösteriliyor. İşte bu işlemin Türkçe açıklaması:

Laplace dönüşümü tablosunu kullanarak,  $\frac{-2s+6}{s^2+4}$  ifadesinin ters Laplace dönüşümünü hesaplayın.

İlk olarak, verilen ifadeyi iki ayrı terime ayırıyoruz:

$$L^{-1} \left\{ \frac{-2s}{s^2+4} \right\} + L^{-1} \left\{ \frac{6}{s^2+4} \right\}$$

Sonra, her terimi kendi içinde basitleştiriyoruz. Bu basitleştirme işlemi sırasında, doğrusallık özelliğini kullanarak sabitleri dışarı çıkarıyoruz:

$$-2L^{-1} \left\{ \frac{s}{s^2+4} \right\} + 3L^{-1} \left\{ \frac{2}{s^2+4} \right\}$$

Laplace dönüşümü tablosundan,  $\frac{s}{s^2+\omega^2}$  ifadesinin ters Laplace dönüşümü  $\cos(\omega t)$  ve  $\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$  ifadesinin ters Laplace dönüşümü  $\sin(\omega t)$  olduğunu biliyoruz. Burada  $\omega = 2$  olarak alınmıştır.

Bu bilgilerle birlikte, her iki terimin ters Laplace dönüşümünü hesaplıyoruz:

$$-2 \cos(2t) + 3 \sin(2t)$$

Bu, verilen ifadenin zaman domenindeki karşılığıdır. Yani,  $\frac{-2s+6}{s^2+4}$  ifadesinin ters Laplace dönüşümü  $-2 \cos(2t) + 3 \sin(2t)$  şeklindedir. Bu işlem, frekans domeninde verilen bir fonksiyonun zaman domeninde nasıl ifade edileceğini gösterir ve sinyal işleme veya kontrol teorisindeki sistemlerin analizi için kullanılır.

OR

You

## Partial Fraction Expansions

$$\frac{s+1}{(s+2)(s+3)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s+3}$$

$$\frac{s+1}{(s+2)(s+3)} = \frac{A(s+3) + B(s+2)}{(s+2)(s+3)}$$

$$A+B=1 \quad 3A+2B=1$$

$$\frac{s+1}{(s+2)(s+3)} = \frac{-1}{s+2} + \frac{2}{s+3}$$

- Expand into a term for each factor in the denominator.
- Recombine RHS
- Equate terms in  $s$  and constant terms. Solve.
- Each term is in a form so that inverse Laplace transforms can be applied.



## ChatGPT

Görselde, bir fonksiyonun kısmi kesir açılımının nasıl yapıldığı gösteriliyor. İşte bu sürecin Türkçe açıklaması:

Kısmi kesir açılımı, bir rasyonel fonksiyonun (payda polinomun derecesi pay polinomundan büyük olan fonksiyon) daha basit terimler halinde ifade edilmesi işlemidir. Bu işlem genellikle Laplace dönüşümlerini tersine çevirirken kullanılır. Görseldeki örnek adım adım şöyle açıklanabilir:

1.  $\frac{s+1}{(s+2)(s+3)}$  ifadesini, paydanın her bir faktörü için bir terim olacak şekilde genişletin.
2. Sağ tarafı tekrar birleştirin (RHS: Right Hand Side).
3.  $s$  ve sabit terimleri eşitleyerek çözün.
4. Her bir terim, ters Laplace dönüşümlerinin uygulanabileceği bir formda olacak şekilde düzenlenir.

Örneğin çözümü:

- İlk adımda, ifadeyi  $\frac{A}{s+2} + \frac{B}{s+3}$  şeklinde ayırın.
- İkinci adımda, bu ifadeyi  $\frac{A(s+3)+B(s+2)}{(s+2)(s+3)}$  olarak tekrar birleştirin.
- Üçüncü adımda, paydaki terimleri açarak  $A + B = 1$  ve  $3A + 2B = 1$  denklemlerini elde edin.
- Son adımda, bu iki denklemi çözerek  $A$  ve  $B$  değerlerini bulun. Bu örnekte  $A = -1$  ve  $B = 2$  çözümlerine ulaşılır.
- Sonuç olarak, orijinal ifadeyi  $-\frac{1}{s+2} + \frac{2}{s+3}$  şeklinde kısmi kesirler olarak yazabilirsiniz.

Bu adımlar, elde edilen her terimin ters Laplace dönüşümünün daha kolay uygulanabilmesi için yapılır ve sonuç olarak zaman domenindeki fonksiyonları elde etmeyi sağlar. Bu yöntem, mühendislik ve kontrol sistemleri analizinde sıklıkla kullanılır.

## Partial Fractions and Linearity

Evaluate  $L^{-1} \left\{ \frac{s^2 + 6s + 9}{(s-1)(s-2)(s+4)} \right\}$

$$\frac{s^2 + 6s + 9}{(s-1)(s-2)(s+4)} = \frac{A}{s-1} + \frac{B}{s-2} + \frac{C}{s+4}$$

$$= \frac{A(s-2)(s+4) + B(s-1)(s+4) + C(s-1)(s-2)}{(s-1)(s-2)(s+4)}$$

$$\rightarrow s^2 + 6s + 9 = A(s-2)(s+4) + B(s-1)(s+4) + C(s-1)(s-2)$$

set  $s = 1, 2, -4$

$$16 = A(-1)(5), \quad 25 = B(1)(6), \quad 1 = C(-5)(-6)$$

$$\therefore A = -\frac{16}{5}, \quad B = \frac{25}{6}, \quad C = \frac{1}{30}$$

$$L^{-1} \left\{ \frac{s^2 + 6s + 9}{(s-1)(s-2)(s+4)} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{-\frac{16}{5}}{s-1} + \frac{\frac{25}{6}}{s-2} + \frac{\frac{1}{30}}{s+4} \right\}$$

$$= -\frac{16}{5} e^t + \frac{25}{6} e^{2t} + \frac{1}{30} e^{-4t}$$



### ChatGPT

Görselde,  $\frac{s^2+6s+9}{(s-1)(s-2)(s+4)}$  ifadesinin ters Laplace dönüşümü için kısmi kesir açılımı yapılarak çözümü gösteriliyor. İşte bu işlemin Türkçe açıklaması:

1. İlk olarak, rasyonel ifadeyi kısmi kesirlere ayırıyoruz:

$$\frac{s^2+6s+9}{(s-1)(s-2)(s+4)} = \frac{A}{s-1} + \frac{B}{s-2} + \frac{C}{s+4}$$

2. Paydaki polinomların çarpımını genişleterek ve  $A, B, C$  için uygun terimlerle ifade ederek her bir sabiti bulmak için denklemler kuruyoruz:

$$s^2 + 6s + 9 = A(s-2)(s+4) + B(s-1)(s+4) + C(s-1)(s-2)$$

3. Farklı  $s$  değerleri için  $A, B, C$  katsayılarını çözüyoruz.  $s = 1, s = 2, s = -4$  değerlerini yerine koyarak:

$$16 = A(-1)(5),$$

$$25 = B(1)(6),$$

$$1 = C(-5)(-6)$$

Böylece  $A = \frac{16}{5}, B = \frac{25}{6}, C = \frac{1}{30}$  elde edilir.

4. Kısmi kesirlerin her birini ters Laplace dönüşümü tablosu kullanarak tersine çeviriyoruz:

$$L^{-1} \left\{ \frac{16}{5(s-1)} \right\} = \frac{16}{5} e^t,$$

$$L^{-1} \left\{ \frac{25}{6(s-2)} \right\} = \frac{25}{6} e^{2t},$$

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{30(s+4)} \right\} = \frac{1}{30} e^{-4t}$$

5. Tüm bu terimleri birleştirerek orijinal ifadenin ters Laplace dönüşümünü elde ederiz:

$$\frac{16}{5} e^t + \frac{25}{6} e^{2t} + \frac{1}{30} e^{-4t}$$

Bu adımlarla, rasyonel fonksiyonun zaman domenindeki karşılığını bulmuş oluruz. Bu yöntem, mühendislik ve kontrol sistemleri gibi alanlarda diferansiyel denklemlerin çözümlerini bulmak için sıklıkla kullanılır.



OR

You

## Transform of a Derivative

If  $f, f', \dots, f^{(n-1)}$  are continuous on  $[0, \infty)$  and are of exponential order and if  $f^{(n)}(t)$  is piecewise continuous on  $[0, \infty)$ , then

$$L\{f^{(n)}(t)\} = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$$

where  $F(s) = L\{f(t)\}$





## ChatGPT

Görselde, bir fonksiyonun türevlerinin Laplace dönüşümü ile ilgili bir formül veriliyor. İşte bu formülün Türkçe açıklaması:

Eğer  $f, f', f'', \dots, f^{(n-1)}$  fonksiyonları  $[0, \infty)$  aralığında sürekli ve üstel sıraya sahipse ve  $f^{(n)}(t)$  fonksiyonu  $[0, \infty)$  aralığında parçalı sürekliyse, o zaman  $f$  fonksiyonunun  $n$ 'inci türevinin Laplace dönüşümü şu şekilde hesaplanır:

$$\mathcal{L}\{f^{(n)}(t)\} = s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$$

Burada  $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$  ifadesi,  $f(t)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü temsil eder.

Bu formül, bir fonksiyonun  $n$ 'inci türevinin Laplace dönüşümünü hesaplariken, fonksiyonun kendisinin ve türevlerinin başlangıç değerlerini de dikkate almanız gerektiğini gösterir. Bu, özellikle mühendislikte ve fizikte diferansiyel denklemlerin çözülmesinde kullanılan önemli bir yöntemdir.

## Laplace Transform of Derivatives

*The transforms of the first and second derivatives of  $f(t)$  satisfy*

$$\mathcal{L}(f') = s\mathcal{L}(f) - f(0)$$

$$\mathcal{L}(f'') = s^2\mathcal{L}(f) - sf(0) - f'(0)$$

bana bunu türkçe açıkla



### ChatGPT

Görselde, bir fonksiyonun birinci ve ikinci türevlerinin Laplace dönüşümleri ile ilgili formüller veriliyor. İşte bu formüllerin Türkçe açıklaması:

- Bir fonksiyonun birinci türevinin Laplace dönüşümü  $L\{f'(t)\}$  şu şekildedir:

$$L\{f'(t)\} = sL\{f(t)\} - f(0)$$

Bu formülde,  $s$  Laplace dönüşümünde kullanılan karmaşık frekans değişkenidir,  $L\{f(t)\}$   $f(t)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümüdür ve  $f(0)$   $f(t)$  fonksiyonunun  $t = 0$  anındaki değeridir.

- Bir fonksiyonun ikinci türevinin Laplace dönüşümü  $L\{f''(t)\}$  ise şöyle hesaplanır:

$$L\{f''(t)\} = s^2L\{f(t)\} - sf(0) - f'(0)$$

Burada  $f'(0)$  fonksiyonunun birinci türevinin  $t = 0$  anındaki değeridir.

Bu formüller, diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılır çünkü türevleri içeren denklemleri Laplace dönüşümü yardımıyla cebirsel denklemlere dönüştürmeyi sağlar. Bu şekilde, denklemlerin çözümü kolaylaşır ve sonra ters Laplace dönüşümü ile orijinal zaman domenindeki çözüme geri dönülebilir.

## Laplace Transform of the Derivative $f^{(n)}$ of Any Order

*Let  $f, f', \dots, f^{(n-1)}$  be continuous for all  $t \geq 0$  and satisfy the growth restriction.*

*Furthermore, let  $f^{(n)}$  be piecewise continuous on every finite interval on the semi-axis  $t \geq 0$ . Then the transform of  $f^{(n)}$  satisfies*

$$\mathcal{L}(f^{(n)}) = s^n \mathcal{L}(f) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0).$$



## ChatGPT

Görselde, bir fonksiyonun herhangi bir dereceden türevinin Laplace dönüşümü ile ilgili bir formül veriliyor. İşte bu formülün Türkçe açıklaması:

Eğer  $f, f', \dots, f^{(n-1)}$  fonksiyonları tüm  $t \geq 0$  için sürekli ve büyüme kısıtlamasını sağlıyorsa ve  $f^{(n)}$  fonksiyonu her sonlu aralıkta yarı-eksende parçalı sürekliyse, o zaman  $f$  fonksiyonunun  $n$ 'inci türevinin Laplace dönüşümü şu şekilde verilir:

$$\mathcal{L}\{f^{(n)}(t)\} = s^n \mathcal{L}\{f(t)\} - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$$

Burada  $s$  Laplace dönüşümünün karmaşık frekans değişkenidir,  $\mathcal{L}\{f(t)\}$   $f(t)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü ifade eder ve  $f(0)$ ,  $f'(0)$ , ...,  $f^{(n-1)}(0)$  terimleri, fonksiyonun ve onun türevlerinin  $t = 0$  anındaki başlangıç değerleridir.

Bu formül, mühendislik ve fizikte kullanılan diferansiyel denklemlerin çözümlerini bulmak için kullanılır. Laplace dönüşümü, türevleri içeren denklemleri, başlangıç koşulları ile birlikte cebirsel denklemlere dönüştürmeyi ve bu şekilde denklemleri çözmeyi kolaylaştırır.

## Laplace Transform of Integral

- *Let  $F(s)$  denote the transform of a function  $f(t)$  which is piecewise continuous for  $t \geq 0$  and satisfies a growth restriction (2), Sec. 6.1. Then, for  $s > 0$ ,  $s > k$ , and  $t > 0$ ,*

$$\mathcal{L} \left\{ \int_0^t f(\tau) d\tau \right\} = \frac{1}{s} F(s), \quad \text{thus} \quad \int_0^t f(\tau) d\tau = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} F(s) \right\}.$$



## ChatGPT

Görselde, bir fonksiyonun integralinin Laplace dönüşümü ile ilgili bir formül veriliyor. İşte bu formülün Türkçe açıklaması:

$f(t)$  fonksiyonunun  $t \geq 0$  için parçalı sürekli olduğunu ve bir büyüme kısıtlamasına sahip olduğunu varsayalım. Bu durumda,  $s > 0$  için,  $f(t)$  fonksiyonunun integralinin Laplace dönüşümü şöyledir:

$$\mathcal{L} \left\{ \int_0^t f(\tau) d\tau \right\} = \frac{1}{s} F(s)$$

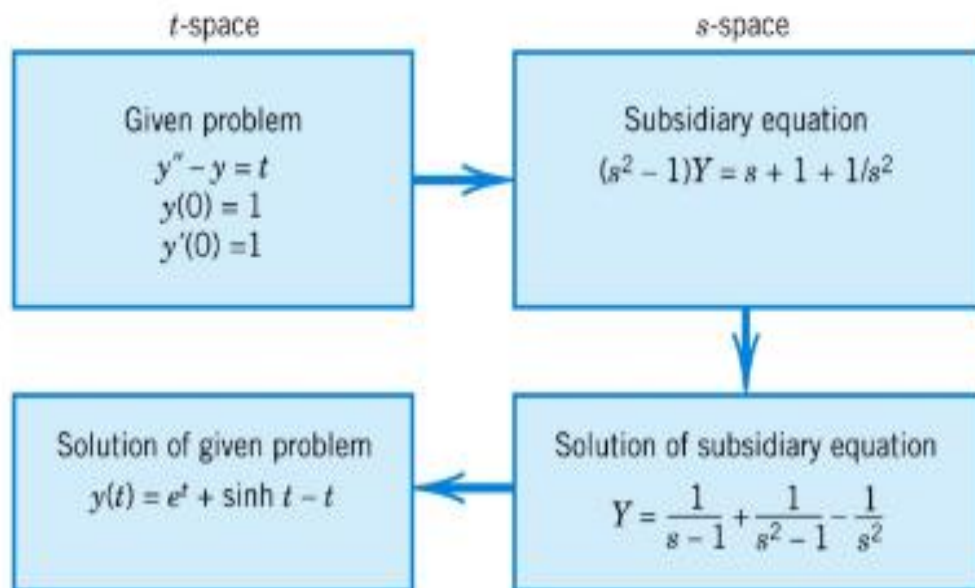
Burada  $F(s)$  ifadesi  $f(t)$ 'nin Laplace dönüşümünü temsil eder.

Böylelikle,  $\int_0^t f(\tau) d\tau$  integralinin Laplace dönüşümünün tersi şu şekilde ifade edilir:

$$\int_0^t f(\tau) d\tau = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} F(s) \right\}$$

Bu formül, bir fonksiyonun integralinin Laplace dönüşümünü hesaplamak için kullanılır ve genellikle mühendislikte ve fizikte diferansiyel denklemlerin çözümünde karşılaşılan integrallerin işlenmesi için kullanılır.

## Initial Value Problem: The Basic Laplace Steps







## ChatGPT

Görselde, bir başlangıç değer problemi için Laplace dönüşümü adımları gösteriliyor. İşte bu sürecin Türkçe açıklaması:

- Verilen problem, zaman alanında (t-uzayında) şu diferansiyel denklemdir:

$$y'' - y = et$$

İlk koşullar  $y(0) = 1$  ve  $y'(0) = 1$  olarak verilmiş.

- Bu diferansiyel denklem Laplace dönüşümü kullanılarak s-alanına (s-uzayına) taşınır. Burada,  $y''$  ve  $y$  için Laplace dönüşümleri alınır ve ilk koşullar dikkate alınarak yardımcı denklem elde edilir:

$$(s^2 - 1)Y = s + 1 + \frac{1}{s^2}$$

Burada  $Y$   $y(t)$ 'nin Laplace dönüşümüdür.

- Yardımcı denklemin çözümü, s-uzayında şu şekilde ifade edilir:

$$Y = \frac{1}{s-1} + \frac{1}{s^2-1} - \frac{1}{s^2}$$

Bu çözüm, verilen diferansiyel denklemin s-alanındaki çözümüdür ve kısmi kesirler açılımı yapıp ters Laplace dönüşümü uygulanarak zaman alanındaki çözüme dönüştürülebilir.

- Zaman alanındaki çözüm, yani  $y(t)$ , ters Laplace dönüşümü uygulandıktan sonra şu şekilde bulunur:

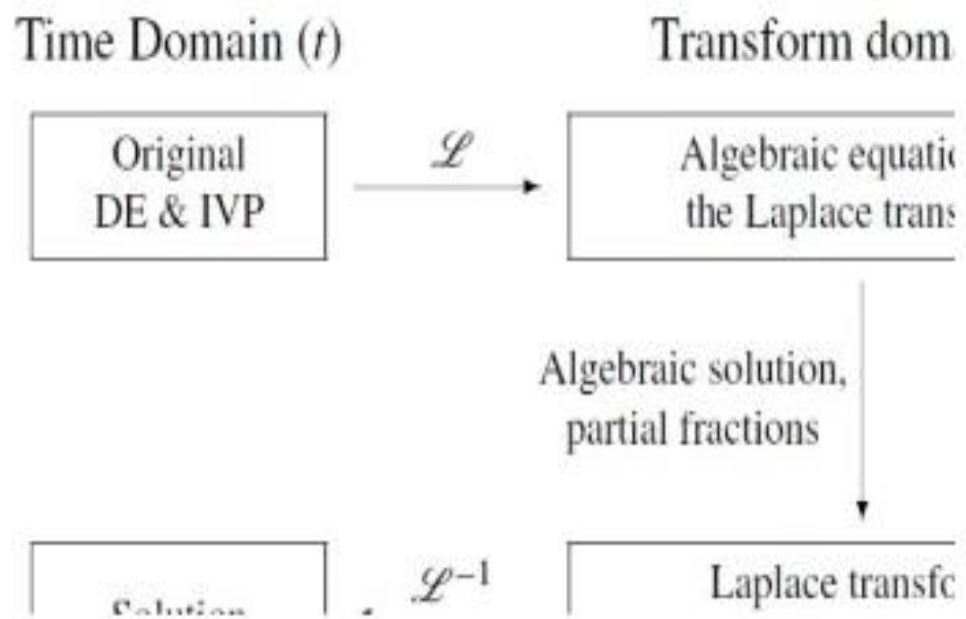
$$y(t) = et + \sinh t - t$$

Bu ifade, verilen başlangıç değer problemi için zaman alanındaki (t-uzayındaki) çözümdür.

Laplace dönüşümü, diferansiyel denklemlerin çözümünde başlangıç koşullarını kolayca entegre etmeyi ve diferansiyel denklemleri cebirsel denklemlere dönüştürmeyi sağlayarak çözüm sürecini basitleştirmekte ve çözümü hızlandırmaktadır. Bu yöntem özellikle mühendislik ve fizikte sıkça kullanılır.



## How Laplace Transforms Turn Initial Value Problems Into Algebraic Equations





## ChatGPT

Görselde, Laplace dönüşümünün başlangıç değer problemlerini nasıl cebirsel denklemlere dönüştürdüğü anlatılıyor. İşte bu sürecin Türkçe açıklaması:

- Zaman alanı ( $t$  alanı) içinde orijinal diferansiyel denklem (DE) ve başlangıç değer problemi (IVP) verilir.
- Laplace dönüşümü ( $\mathcal{L}$ ) uygulanarak, bu diferansiyel denklem ve başlangıç değer problemleri,  $s$  alanındaki cebirsel denklemlere dönüştürülür.
- Elde edilen cebirsel denklemin çözümü için gerektiğinde kısmi kesir açılımı yapılır.
- Son olarak, bu cebirsel çözümün ters Laplace dönüşümü ( $\mathcal{L}^{-1}$ ) alınarak zaman alanındaki çözüme geri dönülür.

Bu süreç, diferansiyel denklemlerin çözümünü kolaylaştırır çünkü Laplace dönüşümü ile diferansiyel denklemler cebirsel denklemlere dönüştürülür ve bu cebirsel denklemler genellikle daha kolay çözülebilir. Sonra elde edilen cebirsel çözüm ters Laplace dönüşümü ile orijinal zaman alanına geri çevrilir. Bu yöntem, mühendislik ve fizikte sıkça karşılaşılan karmaşık diferansiyel denklemleri çözmek için kullanılır.

solve the IVP )  $\frac{dy}{dt} + 3y = 13 \sin 2t$ ,  $y(0) = 6$

$$L\left\{\frac{dy}{dt}\right\} + 3L\{y\} = 13L\{\sin 2t\}$$

$$L\left\{\frac{dy}{dt}\right\} = sY(s) - y(0) = sY(s) - 6$$

$$\text{Since } L\{\sin 2t\} = 2/(s^2 + 4)$$

$$sY(s) - 6 + 3Y(s) = \frac{26}{s^2 + 4}, (s + 3)Y(s) = 6 + \frac{26}{s^2 + 4}$$

$$Y(s) = \frac{6}{s + 3} + \frac{26}{(s + 3)(s^2 + 4)} = \frac{6s^2 + 50}{(s + 3)(s^2 + 4)}$$

$$\frac{6s^2 + 50}{(s + 3)(s^2 + 4)} = \frac{A}{s + 3} + \frac{Bs + C}{s^2 + 4}$$

$$\text{set } s = -3, A = 8$$

$$6 = A + B, 0 = 3B + C, \rightarrow B = -2, C = 6$$

$$\frac{6s^2 + 50}{(s + 3)(s^2 + 4)} = \frac{8}{s + 3} + \frac{-2s + 6}{s^2 + 4}$$

$$y(t) = 8L^{-1}\left\{\frac{1}{s + 3}\right\} - 2L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2 + 4}\right\} + 3L^{-1}\left\{\frac{2}{s^2 + 4}\right\}$$

$$= 8e^{-3t} - 2 \cos 2t + 3 \sin 2t$$

Görselde, bir başlangıç değer problemi (IVP) için Laplace dönüşümü yöntemiyle çözüm adımları gösteriliyor. İşte bu adımların Türkçe açıklaması:

1. Verilen diferansiyel denklem:  $\frac{dy}{dt} + 3y = 13 \sin(2t)$ , başlangıç koşulu:  $y(0) = 6$ .
2. Denklemin her iki tarafının da Laplace dönüşümü alınır:
  - $\mathcal{L}\left\{\frac{dy}{dt}\right\} + 3\mathcal{L}\{y\} = 13\mathcal{L}\{\sin(2t)\}$ .
3. Laplace dönüşümü kurallarından yararlanarak,  $\frac{dy}{dt}$  için  $sY(s) - y(0)$  ve  $\sin(2t)$  için  $\frac{2}{s^2+4}$  kullanılır.
4. Laplace dönüşümleri yerine koyulduktan sonra denklem:
  - $sY(s) - 6 + 3Y(s) = \frac{26}{s^2+4}$ .
5. Denklemin  $Y(s)$  cinsinden ifadesi düzenlenir:
  - $Y(s)(s+3) = \frac{26}{s^2+4} + 6$ .
6.  $Y(s)$  için kısmi kesirler açılımı yapılır:
  - $Y(s) = \frac{6}{s+3} + \frac{26(s+3)}{(s+3)(s^2+4)}$ .
7. Kısmi kesirler açılımı için sabitler  $A, B, C$  bulunur:
  - $6s^2 + 50 = A(s^2 + 4) + B(s + 3) + Cs$ .
8. Belirli  $s$  değerleri için  $A, B, C$  çözülür ve sonuçlar:
  - $A = 8, B = -2, C = 6$ .
9.  $Y(s)$  ifadesi kısmi kesirlere ayrılır ve ters Laplace dönüşümü uygulanır:
  - $Y(s) = \frac{8}{s+3} - \frac{2s+6}{s^2+4}$ .
10. Ters Laplace dönüşümü sonucunda  $y(t)$  bulunur:
  - $y(t) = 8e^{-3t} - 2 \cos(2t) + 3 \sin(2t)$ .

Bu süreç, Laplace dönüşümünün, başlangıç koşulları dahil, lineer diferansiyel denklemlerin çözümünü nasıl kolaylaştırdığını gösterir.

Laplace dönüşümü, diferansiyel denklemleri cebirsel denklemlere çevirir ve çözümü daha yönetilebilir hale getirir. Çözülen cebirsel denklemler, sonra ters Laplace dönüşümü ile orijinal zaman fonksiyonuna dönüştürülür.

## How Laplace Transforms Turn Initial Value Problems Into Algebraic Equations

1. The first key property of the Laplace transform is derivatives are transformed.
  - 1.1  $\mathcal{L}\{y\}(s) =: Y(s)$  (This is just notation.)
  - 1.2  $\mathcal{L}\{y'\}(s) = sY(s) - y(0)$
  - 1.3  $\mathcal{L}\{y''\}(s) = s^2Y(s) - sy(0) - y'(0)$
  - 1.4  $\mathcal{L}\{y^{(n)}(t)\}(s) = s^nY(s) - s^{n-1}y(0) - s^{n-2}y'(0) \dots$
2. The right sides above do not involve derivatives of whatever  $Y$  is.
3. The other key property is that constants and sums



## ChatGPT

Görselde, Laplace dönüşümünün türevleri cebirsel ifadelere nasıl dönüştürdüğü açıklanıyor. İşte bu sürecin Türkçe açıklaması:

1. Laplace dönüşümünün ilk temel özelliği, türevlerin dönüştürülmesidir:
  - $\mathcal{L}\{y(t)\}$  ifadesi  $Y(s)$  ile gösterilir ve bu sadece bir gösterimdir.
  - $\mathcal{L}\{y'(t)\}$  ifadesi  $sY(s) - y(0)$  olarak dönüştürülür.
  - $\mathcal{L}\{y''(t)\}$  ifadesi  $s^2Y(s) - sy(0) - y'(0)$  olarak dönüştürülür.
  - $\mathcal{L}\{y^{(n)}(t)\}$  ifadesi  $s^nY(s) - s^{n-1}y(0) - s^{n-2}y'(0) - \dots - y^{(n-1)}(0)$  olarak dönüştürülür.
2. Yukarıdaki sağ tarafta yer alan ifadeler,  $Y$  ne olursa olsun,  $Y$  ile ilgili türevleri içermez.
3. Laplace dönüşümünün diğer temel özelliği, sabitlerin ve toplamaların dönüşümde sabit kalmasıdır.

Bu özellikler, Laplace dönüşümünün başlangıç değer problemlerini cebirsel denklemlere dönüştürme yeteneğinin temelini oluşturur. Böylelikle diferansiyel denklemlerin çözümleri, cebirsel denklemler çözülerek ve ardından elde edilen cebirsel ifadelerin ters Laplace dönüşümü uygulanarak bulunabilir. Bu yöntem, özellikle mühendislik ve fizik alanlarında diferansiyel denklemlerin çözümünde yaygın olarak kullanılır.



## Solve the Initial Value Problem

$$y'' + 7y' + 12y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$$

Finding the Laplace transform of the solution.

$$y'' + 7y' + 12y = 0, y(0) = 1,$$

$$s^2 Y - s - 2 + 7sY - 7 + 12Y = 0$$

$$(s^2 + 7s + 12)Y = s + 9$$

$$Y = \frac{s + 9}{s^2 + 7s + 12}$$

$$= \frac{s + 9}{(s + 3)(s + 4)}$$





### ChatGPT

Görselde bir başlangıç değer problemi (IVP) ve onun Laplace dönüşümü yoluyla çözümü gösteriliyor. İşte bu sürecin Türkçe açıklaması:

- Verilen diferansiyel denklem:  $y'' + 7y' + 12y = 0$ , başlangıç koşulları:  $y(0) = 1, y'(0) = \frac{1}{2}$ .

- Diferansiyel denklemin Laplace dönüşümü alınır ve başlangıç koşulları kullanılarak cebirsel bir denkleme dönüştürülür:

$$s^2Y - sy(0) - y'(0) + 7sY - 7y(0) + 12Y = 0$$

Bu ifadeyi  $Y$  cinsinden çözerek:

$$(s^2 + 7s + 12)Y = s + \frac{9}{2}$$

- Elde edilen cebirsel denklemi  $Y$  için çözümlenir:

$$Y = \frac{s + \frac{9}{2}}{s^2 + 7s + 12}$$

Bu ifadeyi basitleştirerek:

$$Y = \frac{s + \frac{9}{2}}{(s+3)(s+4)}$$

Bu,  $y(t)$  fonksiyonunun  $s$ -alanındaki (Laplace dönüşümü alanındaki) formudur ve bu form kısmi kesirler açılımı ve ters Laplace dönüşümü yoluyla zaman alanındaki  $y(t)$  fonksiyonuna çevrilebilir.

Görseldeki son adım, yani bu ifadenin ters Laplace dönüşümünü almak ve zaman domenindeki çözümü elde etmek gösterilmemiştir, ancak süreç bu şekildedir. Bu yöntem, mühendislik ve fizikte sıkça karşılaşılan lineer diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılır ve başlangıç koşullarını kolayca entegre etmenin yanı sıra, çözüm sürecini basitleştirir.

## Solve the Initial Value Problem

$$y'' + 7y' + 12y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$$

Partial fraction decomposition.

$$\begin{aligned}
 Y &= \frac{s+9}{(s+3)(s+4)} = \frac{A}{s+3} + \frac{B}{s+4} \\
 \frac{s+9}{(s+3)(s+4)} &= \frac{A(s+4) + B(s+3)}{(s+3)(s+4)} \\
 s+9 &= A(s+4) + B(s+3) \\
 &\text{Heaviside's Method} \\
 s = -3 \quad A &= 6
 \end{aligned}$$

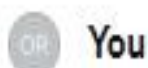


## ChatGPT

Görselde, bir başlangıç değer problemi (IVP) ve bu problemin çözümü için yapılan kısmi kesir açılımı adımları gösteriliyor. İşte bu sürecin Türkçe açıklaması:

- Verilen diferansiyel denklem:  $y'' + 7y' + 12y = 0$ , başlangıç koşulları:  $y(0) = 1, y'(0) = 2$ .
- Laplace dönüşümü kullanarak elde edilen cebirsel denklem  $Y$ 'nin çözümü için kısmi kesir açılımı yapılır:
$$Y = \frac{s+9}{(s+3)(s+4)}$$
- Kısmi kesir açılımı  $\frac{A}{s+3} + \frac{B}{s+4}$  şeklinde ifade edilir ve sonra genişletilir:
$$\frac{s+9}{(s+3)(s+4)} = \frac{A(s+4)+B(s+3)}{(s+3)(s+4)}$$
- Heaviside kapak yöntemi (Heaviside's Method) kullanılarak  $A$  ve  $B$  değerleri bulunur. Bu yöntemde,  $s$ 'nin bir değeri yerine konularak ilgili katsayı çözülür. Örneğin,  $s = -3$  konulduğunda,  $A = 6$  bulunur.

Görselde sadece  $A$ 'nın nasıl bulunduğunu gösterilmiş,  $B$ 'nin nasıl bulunacağı gösterilmemiştir.  $B$  değeri de benzer bir yöntemle,  $s = -4$  konularak bulunabilir. Elde edilen  $A$  ve  $B$  değerleri ile kısmi kesirlerin ters Laplace dönüşümü alınarak zaman domenindeki çözüme ulaşılır. Bu yöntem, mühendislik ve fizikte sık karşılaşılan lineer diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılır.



## Solve the Initial Value Problem

$$y'' + 7y' + 12y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$$

Inverting the Laplace Transform.

$$Y = \frac{6}{s+3} - \frac{5}{s+4}$$

Use the transform table.

$$\mathcal{L}\{e^{at}\}(s) = \frac{1}{s-a}$$

$$= 6\frac{1}{s-(-3)} - 5\frac{1}{s-(-4)}$$



### ChatGPT

Görselde, ikinci mertebeden bir lineer homojen diferansiyel denklemin başlangıç değer problemi ve Laplace dönüşümü yoluyla çözümü gösteriliyor. İşte bu çözümün Türkçe açıklaması:

- Verilen diferansiyel denklem:  $y'' + 7y' + 12y = 0$ , başlangıç koşulları:  $y(0) = 1, y'(0) = \frac{1}{2}$ .
- Laplace dönüşümü kullanılarak elde edilen denklem  $Y$  ( $y$ 'nin Laplace dönüşümü) için çözüldüğünde:
$$Y = \frac{6}{s+3} - \frac{5}{s+4}$$
- Laplace dönüşümü tablosu kullanılarak, bu ifadenin zaman domenindeki karşılığı bulunur.  $\mathcal{L}^{-1}$  ile gösterilen ters Laplace dönüşümü formülüne göre:
$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s-a} \right\} = e^{at}$$
- Verilen  $Y$  için ters Laplace dönüşümü uygulanır ve elde edilen çözüm:
$$y(t) = 6e^{-3t} - 5e^{-4t}$$

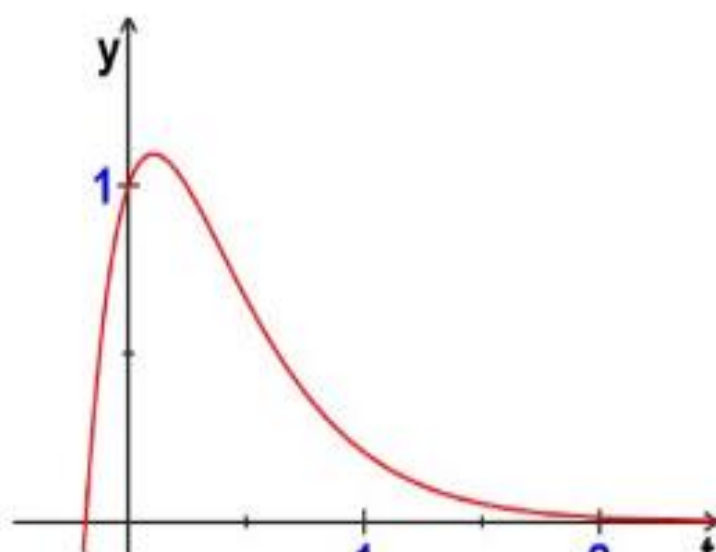
Bu ifadeler, verilen başlangıç değer problemi için zaman domenindeki çözümü verir. Bu yöntem, mühendislik ve fizikte diferansiyel denklemlerin çözümü için sıklıkla kullanılır çünkü başlangıç koşullarını içeren diferansiyel denklemleri cebirsel denklemlere dönüştürür ve bu cebirsel denklemler genellikle daha kolay çözülebilir. Elde edilen cebirsel çözümler, ters Laplace dönüşümü ile orijinal zaman fonksiyonlarına dönüştürülür.



OR You

Solve the Initial Value Problem

$$y'' + 7y' + 12y = 0, y(0) = 1, y'(0) =$$





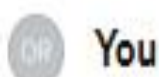
## ChatGPT

Görselde, ikinci dereceden bir lineer homojen diferansiyel denklemin başlangıç değer problemi ve bu problemi çözen fonksiyonun grafiği gösteriliyor. İşte bu içeriğin Türkçe açıklaması:

- Diferansiyel denklem:  $y'' + 7y' + 12y = 0$ . Bu, zamana bağlı  $y$  fonksiyonunun ikinci türevinin, ilk türevinin 7 katının ve kendisinin 12 katının toplamının sıfır olduğu anlamına gelir.
- Başlangıç koşulları:  $y(0) = 1$ , ancak  $y'(0)$  değeri görselde gösterilmemiştir.
- Grafiği gösterilen fonksiyon  $y(t)$ , verilen diferansiyel denklemin ve başlangıç koşullarının bir çözümüdür. Grafiği, başlangıçta  $y = 1$  değerinden başlayarak zamanla azalan ve sonunda sıfıra yaklaşan bir fonksiyonu temsil eder.

Grafik, diferansiyel denklemin çözümünün genel davranışını gösterir: başlangıçta belirli bir değerden başlar (bu örnekte  $y(0) = 1$ ) ve zamanla azalır, muhtemelen bir ya da birden fazla kez salınımdan geçerek sonunda sıfıra yaklaşır. Görselde eksik olan  $y'(0)$  değeri, problemin tam çözümü için gereklidir ve bu değer verilmeden doğru çözüme ulaşmak mümkün değildir.





Does  $y = 6e^{-3t} - 5e^{-4t}$  Really Solve the Value Problem  $y'' + 7y' + 12y = 0$ ,  $y(0) : y'(0) = 2$ ?

Checking the differential equation.

$$\begin{aligned} & \left(54e^{-3t} - 80e^{-4t}\right) + 7 \left(-18e^{-3t} + 20e^{-4t}\right) + 12 \left(6e^{-3t} - 5e^{-4t}\right) \\ & \quad (54 - 126 + 72)e^{-3t} + (-80 + 140 - 60)e^{-4t} \end{aligned}$$



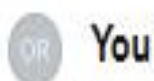


### ChatGPT

Görselde,  $y = 6e^{-3t} - 5e^{-4t}$  fonksiyonunun, verilen başlangıç değer problemi  $y'' + 7y' + 12y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$  için bir çözüm olup olmadığı kontrol ediliyor.

Verilen fonksiyonun türevleri alınmış ve diferansiyel denklemin sol tarafına yerleştirilmiş. İlk türev  $y'$ , ikinci türev  $y''$ , ve bunların lineer kombinasyonu olan  $7y'$  ve  $12y$  ifadeleri hesaplanmış. Sonra, bu türevlerin toplamının denklemin sağ tarafı ile (ki bu örnekte 0) eşit olup olmadığı kontrol edilmiştir.

Son satırda gösterilen işlem, türevlerin ve fonksiyonun katsayılarının toplanmasıyla, denklemin sol tarafının sadeleştirilmiş halidir. Eğer bu ifade sıfıra eşitse,  $y = 6e^{-3t} - 5e^{-4t}$  fonksiyonu verilen diferansiyel denklemin çözümüdür. Ancak, görselde sadeleştirme işlemi tamamlanmamış ve sonucun sıfır olup olmadığı gösterilmemiştir. Tamamlanmış bir kontrol için bu ifadenin tüm terimleri sıfır olmalıdır.



Does  $y = 6e^{-3t} - 5e^{-4t}$  Really Solve the  
Value Problem  $y'' + 7y' + 12y = 0$ ,  $y(0)$   
 $y'(0) = 2$ ?

Checking the initial values.

$$\begin{aligned}y &= 6e^{-3t} - 5e^{-4t} \\y(0) &= 6 - 5 = 1 \quad \checkmark \\y' &= -18e^{-3t} + 20e^{-4t}\end{aligned}$$



### ChatGPT

Görselde,  $y = 6e^{-3t} - 5e^{-4t}$  fonksiyonunun verilen başlangıç değer problemi için doğru bir çözüm olup olmadığı kontrol ediliyor. İşte bu kontrolün Türkçe açıklaması:

- Verilen diferansiyel denklem:  $y'' + 7y' + 12y = 0$ , başlangıç koşulları:  $y(0) = 1, y'(0) = 2$ .
- $y$  fonksiyonunun başlangıçtaki değeri  $y(0)$  hesaplanıyor:  
$$y(0) = 6e^0 - 5e^0 = 6 - 5 = 1$$

Bu doğru, çünkü  $y(0) = 1$  koşulu sağlanıyor.
- $y$  fonksiyonunun türevi alınıyor ve başlangıçtaki değeri  $y'(0)$  hesaplanıyor:  
$$y'(t) = -18e^{-3t} + 20e^{-4t}$$

ve

$$y'(0) = -18e^0 + 20e^0 = -18 + 20 = 2$$

Bu da doğru, çünkü  $y'(0) = 2$  koşulu sağlanıyor.

Görselde gösterilen işlem, verilen çözümün başlangıç koşullarını karşıladığını doğrulamaktadır. Bu,  $y(t)$  fonksiyonunun verilen diferansiyel denklemin bir çözümü olabileceğine işaret eder. Ancak, bu fonksiyonun diferansiyel denklemi genel olarak sağlayıp sağlamadığını görmek için,  $y(t)$  fonksiyonunu ve onun türevlerini denkleme yerine koyup eşitliği kontrol etmek gerekir.

# Laplace Transform: General Formulas

Formula	Name, Comments
$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty e^{-st}f(t) \, dt$ $f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	<div>Definition of Transform</div> <div>Inverse Transform</div>
$\mathcal{L}\{af(t) + bg(t)\} = a\mathcal{L}\{f(t)\} + b\mathcal{L}\{g(t)\}$	Linearity
$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = F(s - a)$ $\mathcal{L}^{-1}\{F(s - a)\} = e^{at}f(t)$	<div>s-Shifting</div> <div>(First Shifting Theorem)</div>



## ChatGPT

Görselde, Laplace dönüşümüne ait genel formüller ve onların açıklamaları veriliyor. İşte bu formüllerin Türkçe açıklaması:

- $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$  formülü, Laplace dönüşümünün tanımını verir. Bir fonksiyonun Laplace dönüşümü,  $f(t)$  fonksiyonunun  $e^{-st}$  ile çarpımının  $t$  üzerinden 0'dan sonsuza kadar integralinin alınmasıyla hesaplanır.
- $f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$  formülü, ters Laplace dönüşümünü ifade eder. Bir fonksiyonun  $s$ -uzayındaki ifadesinin zaman uzayındaki karşılığını bulmak için kullanılır.
- $\mathcal{L}\{af(t) + bg(t)\} = a\mathcal{L}\{f(t)\} + b\mathcal{L}\{g(t)\}$  formülü, Laplace dönüşümünün doğrusallık özelliğini gösterir. İki fonksiyonun toplamının Laplace dönüşümü, her bir fonksiyonun Laplace dönüşümünün aynı katsayılarla çarpımına eşittir.
- $\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = F(s - a)$  formülü,  $s$ -kaydırma ( $s$ -shifting) veya ilk kaydırma teoremi olarak bilinir. Eğer bir fonksiyonun  $e^{at}$  ile çarpımının Laplace dönüşümünü almak istiyorsanız, orijinal fonksiyonun Laplace dönüşümünü alıp,  $s$  yerine  $s - a$  yazabilirsiniz.
- $\mathcal{L}^{-1}\{F(s - a)\} = e^{at}f(t)$  formülü,  $s$ -kaydırma teoreminin ters dönüşümünü verir. Eğer bir fonksiyonun  $s$ -uzayındaki ifadesinden  $s - a$  şeklinde bir ifade varsa, zaman uzayındaki karşılığını bulmak için fonksiyonu  $e^{at}$  ile çarpmak gerektiğini gösterir.

Bu formüller, mühendislik ve fizikte diferansiyel denklemlerin çözümünde ve sistem analizinde sıklıkla kullanılır. Laplace dönüşümü, karmaşık zaman domenindeki problemleri daha basit cebirsel denklemlere dönüştürerek çözümleri kolaylaştırır.

## Laplace Transform: General Formulas

$\mathcal{L}(f') = s\mathcal{L}(f) - f(0)$ $\mathcal{L}(f'') = s^2\mathcal{L}(f) - sf(0) - f'(0)$ $\mathcal{L}(f^{(n)}) = s^n\mathcal{L}(f) - s^{(n-1)}f(0) - \dots$ $\dots - f^{(n-1)}(0)$ $\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(\tau) d\tau\right\} = \frac{1}{s} \mathcal{L}(f)$	<p>Differentiation of Function</p> <p>Integration of Function</p>
$(f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t - \tau) d\tau$ $= \int_0^t f(t - \tau)g(\tau) d\tau$ $\mathcal{L}(f * g) = \mathcal{L}(f)\mathcal{L}(g)$	<p>Convolution</p>



## ChatGPT

Görselde, Laplace dönüşümünün bazı genel formülleri ve bunların işlevleri veriliyor. İşte bu formüllerin Türkçe açıklamaları:

- $\mathcal{L}\{f'\} = s\mathcal{L}\{f\} - f(0)$ : Bir fonksiyonun birinci türevinin Laplace dönüşümü, orijinal fonksiyonun Laplace dönüşümünün  $s$  ile çarpımından başlangıç değerinin çıkarılmasıyla bulunur.
- $\mathcal{L}\{f''\} = s^2\mathcal{L}\{f\} - sf(0) - f'(0)$ : Fonksiyonun ikinci türevinin Laplace dönüşümü, orijinal fonksiyonun Laplace dönüşümünün  $s^2$  ile çarpımından,  $s$  ile çarpılmış başlangıç değeri ve birinci türevin başlangıç değerinin çıkarılmasıyla hesaplanır.
- $\mathcal{L}\{f^{(n)}\} = s^n\mathcal{L}\{f\} - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$ :  $n$ 'inci dereceden türevin Laplace dönüşümü benzer bir yöntemle, yüksek mertebeden başlayarak tüm düşük mertebedeki türevlerin başlangıç değerlerinin çıkarılmasıyla bulunur.
- $\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(\tau)d\tau\right\} = \frac{1}{s}\mathcal{L}\{f\}$ : Bir fonksiyonun integralinin Laplace dönüşümü, orijinal fonksiyonun Laplace dönüşümünün  $s$ 'ye bölünmesiyle elde edilir.
- Konvolüsyon teoremi:
  - $(f * g)(t)$  ifadesi  $f(t)$  ve  $g(t)$  fonksiyonlarının konvolüsyonunu ifade eder ve şu şekilde hesaplanır:
$$(f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t - \tau)d\tau$$
  - Konvolüsyonun Laplace dönüşümü, iki fonksiyonun Laplace dönüşümlerinin çarpımına eşittir:
$$\mathcal{L}\{f * g\} = \mathcal{L}\{f\}\mathcal{L}\{g\}$$

Bu formüller, mühendislik ve fizikte diferansiyel denklemlerin çözümü, sistem analizi ve sinyal işleme gibi alanlarda yaygın olarak kullanılır. Laplace dönüşümü, zaman domenindeki karmaşık işlemleri daha basit cebirsel işlemlere dönüştürerek çözüm sürecini kolaylaştırır.



# Laplace Transform: General Formulas

$\mathcal{L}\{f(t-a)u(t-a)\} = e^{-as}F(s)$ $\mathcal{L}^{-1}\{e^{-as}F(s)\} = f(t-a)u(t-a)$	$t$ -Shifting (Second Shifting Theorem)
$\mathcal{L}\{tf(t)\} = -F'(s)$ $\mathcal{L}\left\{\frac{f(t)}{t}\right\} = \int_s^\infty F(\tilde{s})\,d\tilde{s}$	Differentiation of Transform  Integration of Transform
$\mathcal{L}(f) = \frac{1}{1-e^{-ps}}\int_0^p e^{-st}f(t)\,dt$	$f$ Periodic with Period $p$



Görselde, Laplace dönüşümüyle ilgili genel formüller verilmiştir. İşte bu formüllerin Türkçe açıklamaları:

- $t$ -Kaydırma (İkinci Kaydırma Teoremi):

$$\mathcal{L}\{f(t-a)u(t-a)\} = e^{-as}F(s)$$

Bu formül,  $f(t)$  fonksiyonunun  $a$  kadar kaydırılmış halinin Laplace dönüşümünü verir. Burada  $u(t-a)$  Heaviside (birim basamak) fonksiyonudur ve  $e^{-as}$  çarpanı kaydırma etkisini gösterir.

- İkinci Kaydırma Teoreminin Tersi:

$$\mathcal{L}^{-1}\{e^{-as}F(s)\} = f(t-a)u(t-a)$$

Bu formül,  $s$ -uzayında  $e^{-as}$  ile çarpılmış bir fonksiyonun ters Laplace dönüşümünü alırken, zaman uzayında  $f(t)$  fonksiyonunun  $a$  kadar gecikmiş halini elde etmek için kullanılır.

- Laplace Dönüşümünün Türevi:

$$\mathcal{L}\{tf(t)\} = -F'(s)$$

Bu formül, zaman domenindeki fonksiyonun  $t$  ile çarpımının Laplace dönüşümünü bulurken,  $s$ -uzayındaki fonksiyonun türevinin negatifini kullanmamız gerektiğini gösterir.

- Laplace Dönüşümünün İntegrali:

$$\mathcal{L}\left\{\frac{f(t)}{t}\right\} = \int_s^\infty F(\sigma)d\sigma$$

Bu formül,  $f(t)$  fonksiyonunun  $t$ 'ye bölümünün Laplace dönüşümünü bulurken,  $s$ -uzayındaki fonksiyonun  $s$ 'den sonsuza kadar olan integralini almak gerektiğini belirtir.

- Periyodik Fonksiyonlar için Laplace Dönüşümü:

$$\mathcal{L}\{f\} = \frac{1}{1-e^{-ps}} \int_0^p e^{-st}f(t)dt$$

Bu formül, periyodu  $p$  olan bir fonksiyonun Laplace dönüşümünü hesaplarken kullanılır. Fonksiyonun bir periyodu üzerinden integral alınır ve bu integral  $1 - e^{-ps}$  ile bölünerek normalize edilir.

Bu formüller, mühendislik ve bilimde, özellikle kontrol sistemleri, sinyal işleme ve fiziksel sistemlerin analizi gibi alanlarda, diferansiyel denklemlerin çözümünde ve sistemlerin davranışının analizinde kullanılan önemli matematiksel araçlardır.

	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	$f(t)$
1	$1/s$	1
2	$1/s^2$	$t$
3	$1/s^n \quad (n = 1, 2, \dots)$	$t^{n-1}/(n-1)!$
4	$1/\sqrt{s}$	$1/\sqrt{\pi t}$
5	$1/s^{3/2}$	$2\sqrt{t/\pi}$
6	$1/s^a \quad (a > 0)$	$t^{a-1}/\Gamma(a)$
7	$\frac{1}{s-a}$	$e^{at}$
8	$\frac{1}{(s-a)^2}$	$te^{at}$
9	$\frac{1}{(s-a)^n} \quad (n = 1, 2, \dots)$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{at}$
10	$\frac{1}{(s-a)^k} \quad (k > 0)$	$\frac{1}{\Gamma(k)} t^{k-1} e^{at}$



## ChatGPT

Görselde, bazı yaygın fonksiyonların Laplace dönüşümlerinin bir tablosu yer almaktadır. İşte bu tablonun Türkçe açıklaması:

1. Sabit 1 fonksiyonunun Laplace dönüşümü:  $\frac{1}{s}$
2.  $t$  (zaman) fonksiyonunun Laplace dönüşümü:  $\frac{1}{s^2}$
3.  $t^n$  (zamanın  $n$ 'inci kuvveti,  $n$  pozitif bir tam sayı) fonksiyonunun Laplace dönüşümü:  $\frac{n!}{s^{n+1}}$
4.  $\frac{1}{\sqrt{t}}$  (zamanın karekökünün tersi) fonksiyonunun Laplace dönüşümü:  $\frac{1}{\sqrt{s}}$
5.  $\frac{1}{t^{3/2}}$  (zamanın 3/2 kuvvetinin tersi) fonksiyonunun Laplace dönüşümü:  $\frac{1}{3\sqrt{\pi s^3}}$
6.  $t^{a-1}$  (zamanın  $a - 1$  kuvveti,  $a > 0$ ) fonksiyonunun Laplace dönüşümü:  $\frac{1}{s^a \Gamma(a)}$  burada  $\Gamma(a)$  gamma fonksiyonudur.
7.  $e^{at}$  (zamanın  $a$  katsayılı üssü) fonksiyonunun Laplace dönüşümü:  $\frac{1}{s-a}$
8.  $te^{at}$  (zaman ile çarpılmış  $e^{at}$ ) fonksiyonunun Laplace dönüşümü:  $\frac{1}{(s-a)^2}$
9.  $\frac{t^n}{n!} e^{-at}$  (zamanın  $n$ 'inci kuvveti ile çarpılmış  $e^{-at}$ ,  $n$  pozitif bir tam sayı) fonksiyonunun Laplace dönüşümü:  $\frac{1}{(s+a)^{n+1}}$
10.  $\frac{1}{t^k} e^{-at}$  (zamanın  $k$  kuvvetinin tersi ile çarpılmış  $e^{-at}$ ,  $k > 0$ ) fonksiyonunun Laplace dönüşümü:  $\frac{1}{(s+a)^k \Gamma(k)}$  burada  $\Gamma(k)$  gamma fonksiyonudur.

Bu tablo, mühendislik ve bilim alanlarında farklı zaman fonksiyonlarının Laplace dönüşümlerini hızlı bir şekilde bulmak için kullanılır. Laplace dönüşümü, özellikle kontrol sistemleri, sinyal işleme ve fiziksel sistemlerin analizi gibi alanlarda diferansiyel denklemlerin çözümünde önemli bir araçtır.

# Table of Laplace Transforms

11	$\frac{1}{(s-a)(s-b)}$	$(a \neq b)$	$\frac{1}{a-b}(e^{at} - e^{bt})$
12	$\frac{s}{(s-a)(s-b)}$	$(a \neq b)$	$\frac{1}{a-b}(ae^{at} - be^{bt})$
13	$\frac{1}{s^2 + \omega^2}$		$\frac{1}{\omega} \sin \omega t$
14	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$		$\cos \omega t$
15	$\frac{1}{s^2 - a^2}$		$\frac{1}{a} \sinh at$
16	$\frac{s}{s^2 - a^2}$		$\cosh at$
17	$\frac{1}{(s-a)^2 + \omega^2}$		$\frac{1}{\omega} e^{at} \sin \omega t$
18	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + \omega^2}$		$e^{at} \cos \omega t$



Görselde, bazı yaygın fonksiyonların Laplace dönüşümleri için bir tablo veriliyor. İşte bu tablonun Türkçe açıklaması:

1.  $\frac{1}{(s-a)(s-b)}$  ( $a \neq b$ ): İki farklı kutup içeren bir fonksiyonun Laplace dönüşümü,  $\frac{1}{a-b}(e^{at} - e^{bt})$  olarak ifade edilir.
2.  $\frac{s}{(s-a)(s-b)}$  ( $a \neq b$ ): İki farklı kutup içeren ve  $s$  ile çarpılmış bir fonksiyonun Laplace dönüşümü,  $\frac{1}{a-b}(ae^{at} - be^{bt})$  şeklinde verilir.
3.  $\frac{1}{s^2 + \omega^2}$ : Bir osilatörün veya sinüsoidal bir fonksiyonun Laplace dönüşümü,  $\frac{1}{\omega} \sin(\omega t)$  olarak bulunur.
4.  $\frac{s}{s^2 + \omega^2}$ : Bir cosinüsoidal fonksiyonun Laplace dönüşümü,  $\cos(\omega t)$  olarak ifade edilir.
5.  $\frac{1}{s^2 - a^2}$ : Hiperbolik sinüs fonksiyonunun Laplace dönüşümü,  $\frac{1}{a} \sinh(at)$  şeklinde hesaplanır.
6.  $\frac{s}{s^2 - a^2}$ : Hiperbolik kosinüs fonksiyonunun Laplace dönüşümü,  $\cosh(at)$  olarak bulunur.
7.  $\frac{1}{(s-a)^2 + \omega^2}$ :  $e^{at}$  ile çarpılmış bir sinüsoidal fonksiyonun Laplace dönüşümü,  $\frac{1}{\omega} e^{at} \sin(\omega t)$  olarak verilir.
8.  $\frac{s-a}{(s-a)^2 + \omega^2}$ :  $e^{at}$  ile çarpılmış bir cosinüsoidal fonksiyonun Laplace dönüşümü,  $e^{at} \cos(\omega t)$  şeklinde ifade edilir.

Bu tablo, mühendislik ve bilim alanlarında, özellikle kontrol sistemleri, sinyal işleme ve fiziksel sistemlerin analizi gibi konularda, diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılır. Laplace dönüşümü, bu tür hesaplamaları yaparken zaman domenindeki karmaşık işlemleri daha basit cebirsel işlemlere dönüştürmek için kullanılır.

# Table of Laplace Transforms

19	$\frac{1}{s(s^2 + \omega^2)}$	$\frac{1}{\omega^2}(1 - \cos \omega t)$
20	$\frac{1}{s^2(s^2 + \omega^2)}$	$\frac{1}{\omega^3}(\omega t - \sin \omega t)$
21	$\frac{1}{(s^2 + \omega^2)^2}$	$\frac{1}{2\omega^3}(\sin \omega t - \omega t \cos \omega t)$
22	$\frac{s}{(s^2 + \omega^2)^2}$	$\frac{t}{2\omega} \sin \omega t$
23	$\frac{s^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$	$\frac{1}{2\omega}(\sin \omega t + \omega t \cos \omega t)$
24	$\frac{s}{(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)} \quad (a^2 \neq b^2)$	$\frac{1}{b^2 - a^2}(\cos at - \cos bt)$



## ChatGPT

Görselde, Laplace dönüşümü tablosunun devamı olan ve belli fonksiyonların Laplace dönüşümlerini içeren bir tablo görülmektedir. İşte bu tablonun Türkçe açıklamaları:

1.  $\frac{1}{s(s^2 + \omega^2)}$ : Bu ifade, zaman domenindeki  $\frac{1}{\omega^2}(1 - \cos(\omega t))$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü gösterir.
2.  $\frac{1}{s^2(s^2 + \omega^2)}$ : Bu ifade,  $\frac{1}{\omega^3}(\omega t - \sin(\omega t))$  fonksiyonunun Laplace dönüşümüdür.
3.  $\frac{1}{(s^2 + \omega^2)^2}$ : Bu ifade,  $\frac{1}{2\omega^3}(\sin(\omega t) - \omega t \cos(\omega t))$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü ifade eder.
4.  $\frac{s}{(s^2 + \omega^2)^2}$ : Bu ifade,  $\frac{t}{2\omega} \sin(\omega t)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümüdür.
5.  $\frac{s^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$ : Bu ifade,  $\frac{1}{2\omega}(\sin(\omega t) + \omega t \cos(\omega t))$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü gösterir.
6.  $\frac{s}{(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)}$  ( $a \neq b$ ): Bu ifade,  $\frac{1}{b^2 - a^2}(\cos(at) - \cos(bt))$  fonksiyonunun Laplace dönüşümüdür.

Bu formüller, mühendislik ve bilim alanlarında, özellikle kontrol sistemleri, sinyal işleme ve fiziksel sistemlerin analizi gibi konularda, diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılır. Laplace dönüşümü, zaman domenindeki karmaşık işlemleri daha basit cebirsel işlemlere dönüştürmek için kullanılır ve analiz sürecini kolaylaştırır.

## Table of Laplace Transforms

25	$\frac{1}{s^4 + 4k^4}$	$\frac{1}{4k^3}(\sin kt \cos kt - \cos kt \sinh kt)$
26	$\frac{s}{s^4 + 4k^4}$	$\frac{1}{2k^2} \sin kt \sinh kt$
27	$\frac{1}{s^4 - k^4}$	$\frac{1}{2k^3}(\sinh kt - \sin kt)$
28	$\frac{s}{s^4 - k^4}$	$\frac{1}{2k^2}(\cosh kt - \cos kt)$
29	$\sqrt{s-a} - \sqrt{s-b}$	$\frac{1}{2\sqrt{\pi t^3}}(e^{bt} - e^{at})$
30	$\frac{1}{\sqrt{s+a}\sqrt{s+b}}$	$e^{-(a+b)t/2} I_0\left(\frac{a-b}{2}t\right)$
31	$\frac{1}{\sqrt{s^2 + a^2}}$	$J_0(at)$





## ChatGPT

Görselde, bazı fonksiyonların Laplace dönüşümlerini içeren bir tablo bulunmaktadır. İşte bu tablonun Türkçe açıklamaları:

1.  $\frac{1}{s^4+4k^4}$ : Bu ifade,  $\frac{1}{4k^3} (\sin(kt) \cos(kt) - \cos(kt) \sin(kt))$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü gösterir.
2.  $\frac{s}{s^4+4k^4}$ : Bu ifade,  $\frac{1}{2k^2} \sin(kt) \sinh(kt)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümüdür.
3.  $\frac{1}{s^4-k^4}$ : Bu ifade,  $\frac{1}{2k^3} (\sinh(kt) - \sin(kt))$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü ifade eder.
4.  $\frac{s}{s^4-k^4}$ : Bu ifade,  $\frac{1}{2k^2} (\cosh(kt) - \cos(kt))$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü gösterir.
5.  $\frac{\sqrt{s-a}-\sqrt{s-b}}{s}$ : Bu ifade,  $\frac{1}{2\sqrt{\pi t^3}} (e^{bt} - e^{at})$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü ifade eder.
6.  $\frac{1}{\sqrt{s+a}\sqrt{s+b}}$ : Bu ifade,  $e^{-(a+b)t/2} I_0\left(\frac{a-b}{2}t\right)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü gösterir. Burada  $I_0$  modifiye edilmiş birinci tür Bessel fonksiyonudur.
7.  $\frac{1}{\sqrt{s^2+a^2}}$ : Bu ifade,  $J_0(at)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü ifade eder. Burada  $J_0$  sıfırıncı tür Bessel fonksiyonudur.

Bu formüller, mühendislik ve bilimde, özellikle kontrol sistemleri, sinyal işleme ve fiziksel sistemlerin analizi gibi konularda, diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılır. Laplace dönüşümü, bu tür hesaplamaları yaparken zaman domenindeki karmaşık işlemleri daha basit cebirsel işlemlere dönüştürmek için kullanılır ve analiz sürecini kolaylaştırır.

## Table of Laplace Transforms

32	$\frac{s}{(s-a)^{3/2}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{at} (1 + 2at)$
33	$\frac{1}{(s^2 - a^2)^k} \quad (k > 0)$	$\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(k)} \left(\frac{t}{2a}\right)^{k-1/2} I_{k-1/2}(at)$
34	$\frac{e^{-as}}{s}$	$u(t-a)$
35	$e^{-as}$	$\delta(t-a)$
36	$\frac{1}{s} e^{-k/s}$	$J_0(2\sqrt{kt})$
37	$\frac{1}{\sqrt{s}} e^{-k/s}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} \cos 2\sqrt{kt}$
38	$\frac{1}{s^{3/2}} e^{-k/s}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi k}} \sinh 2\sqrt{kt}$
39	$e^{-k\sqrt{s}} \quad (k > 0)$	$\frac{k}{2\sqrt{\pi t^3}} e^{-k^2/4t}$



## ChatGPT

Tablo, bazı fonksiyonların Laplace dönüşümlerini göstermektedir. İşte bu formüllerin Türkçe açıklamaları:

1.  $\frac{s}{(s-a)^{3/2}}$ : Bu formül,  $\frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{at} (1 + 2at)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü ifade eder.
2.  $\frac{1}{(s^2 - a^2)^k}$  ( $k > 0$ ): Bu formül,  $\frac{1}{\sqrt{\pi t}} \frac{t^{k-1/2}}{\Gamma(k)(2a)^k} I_{k-1/2}(at)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümüdür. Burada  $I_{k-1/2}$  modifiye edilmiş Bessel fonksiyonudur.
3.  $\frac{e^{-as}}{s}$ : Bu formül,  $u(t - a)$  (Heaviside basamak fonksiyonu) fonksiyonunun Laplace dönüşümünü gösterir.
4.  $e^{-as}$ : Bu formül,  $\delta(t - a)$  (Dirac delta fonksiyonu) fonksiyonunun Laplace dönüşümünü ifade eder.
5.  $\frac{1}{s} e^{-k/s}$ : Bu formül,  $J_0(2\sqrt{kt})$  (sıfırıncı dereceden Bessel fonksiyonu) fonksiyonunun Laplace dönüşümüdür.
6.  $\frac{1}{\sqrt{s}} e^{-k/s}$ : Bu formül,  $\frac{1}{\sqrt{\pi t}} \cos(2\sqrt{kt})$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü gösterir.
7.  $\frac{1}{s^{3/2}} e^{-k/s}$ : Bu formül,  $\frac{1}{\sqrt{\pi t}} \sinh(2\sqrt{kt})$  fonksiyonunun Laplace dönüşümüdür.
8.  $e^{-\sqrt{ks}}$  ( $k > 0$ ): Bu formül,  $\frac{k}{2\sqrt{\pi t^3}} e^{-k^2/4t}$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü ifade eder.

Laplace dönüşümleri, mühendislik ve bilimde diferansiyel denklemlerin çözümü, sinyal işleme ve kontrol teorisi gibi alanlarda geniş bir kullanım alanına sahiptir. Bu formüller, zaman domenindeki işlemleri s-domene (Laplace domeni) taşıyarak, karmaşık matematiksel işlemleri basitleştirmek için kullanılır.

## Table of Laplace Transforms

	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	$f(t)$
40	$\frac{1}{s} \ln s$	$-\ln t - \gamma \quad (\gamma \approx 0.5772)$
41	$\ln \frac{s-a}{s-b}$	$\frac{1}{t}(e^{bt} - e^{at})$
42	$\ln \frac{s^2 + \omega^2}{s^2}$	$\frac{2}{t}(1 - \cos \omega t)$
43	$\ln \frac{s^2 - a^2}{s^2}$	$\frac{2}{t}(1 - \cosh at)$
44	$\arctan \frac{\omega}{s}$	$\frac{1}{t} \sin \omega t$
45	$\frac{1}{s} \operatorname{arccot} s$	$\operatorname{Si}(t)$

Windows'u Etkinleştir



## ChatGPT

Tablo, bazı fonksiyonların Laplace dönüşümlerini içeriyor. İşte bu formüllerin Türkçe açıklamaları:

1.  $\frac{1}{s} \ln s$ : Bu formül,  $-\ln t - \gamma$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü ifade eder. Burada  $\gamma$  Euler-Mascheroni sabitidir ve yaklaşık olarak 0.5772 değerindedir.
2.  $\frac{s-a}{s-b} \ln s$ : Bu formül,  $\frac{1}{t}(e^{bt} - e^{at})$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü gösterir.
3.  $\frac{s^2+\omega^2}{s^2} \ln s$ : Bu formül,  $\frac{2}{t}(1 - \cos \omega t)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümüdür.
4.  $\frac{s^2-a^2}{s^2} \ln s$ : Bu formül,  $\frac{2}{t}(1 - \cosh at)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü ifade eder.
5.  $\arctan \frac{\omega}{s}$ : Bu formül,  $\frac{1}{t} \sin \omega t$  fonksiyonunun Laplace dönüşümüdür.
6.  $\frac{1}{s} \backslash \text{arccot} s$ : Bu formül,  $\text{Si}(t)$  fonksiyonunun Laplace dönüşümünü gösterir. Burada  $\text{Si}(t)$  sinüs integral fonksiyonudur.

Bu dönüşümler, matematik ve mühendislikte diferansiyel denklemlerin çözümü, sinyal işleme ve fiziksel sistemlerin analizi gibi alanlarda kullanılır. Laplace dönüşümü, bu tür hesaplamaları yaparken zaman domenindeki işlemleri s-domene (Laplace domeni) taşıyarak, karmaşık matematiksel işlemleri basitleştirmek için kullanılır.

