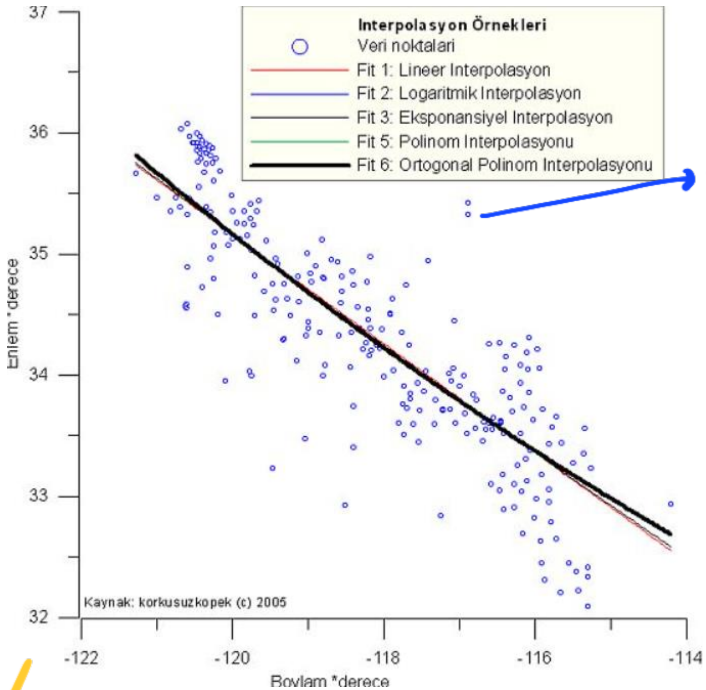



Burdaki mavi noktalar bizim yapmış olduğunuz ölçümler
ben bu mavi noktalardan geçen bir fonk bulmaya çalışıyorum

genelde yaklaşık değerler elde etmeye çalışıyoruz

# ENTERPOLASYON

Her zaman bu noktalardan geçen bir font. bulamıyabilirim
yaklaşık font. bulabilirim

Basit olarak enterpolasyon işlemi; tablo halinde değerleri verilen bir değişkenin, tabloda olmayan bir değerini bulma olarak tanımlanabilir.
Genel anlamda ise enterpolasyon; bilinmeyen bir $f(x)$ fonksiyonunun $x_0, x_1, \ldots, x_n$ gibi ayrık noktalarda verilen $f_0, f_1, \ldots, f_n$ değerlerini kullanarak, bu fonksiyonun daha basit ve bilinen bir $F(x)$ fonksiyonu ile ifade edilmesidir. Bulunan $F(x)$ fonksiyonuna "Enterpolasyon Fonksiyonu" denir. Bu fonksiyon; polinom, üslü bir ifade, trigonometrik fonksiyon veya özel bir fonksiyon olabilir.
Genelde enterpolasyon fonksiyonu olarak polinomlar kullanılır. Periyodik değerlerde ise trigonometrik fonksiyonlar tercih edilir.

Benim bilinmeyen fonksiyonum küçük $f(x)$

Enterpolasyonda biz büyük $F(x)$'i bulucaz biz bu büyük $F(x)$'e enterpolasyon fonksiyonu diyoruz. çünkü ben birebir örtüşen bir fonksiyonda bulamıyabilirim, bazen küçük $f(x)$ büyük $F(x)$'le örtüşebilir

2. benim $f(x)$ fonksiyonum

enterpolasyonla yaklaşık fonksiyon

gerçek

Bu da
hesaplacağ
bir fonk

Enterpolasyon fonksiyonun seçiminde iki teorem kullanılır.

1. Eğer $f(x)$ fonksiyonu $[a,b]$ aralığında sürekli ise anterpolasyon fonksiyonu olarak polinom kullanılabilir. Bu aralıkta

$$|f(x) - F(x)| \leqslant \varepsilon$$ eşitliği sağlanır.

2. Periyodu $2\pi$ olan sürekli bir fonksiyon için

$$F(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k \cos kx + \sum_{k=1}^{n} b_k \sin kx$$

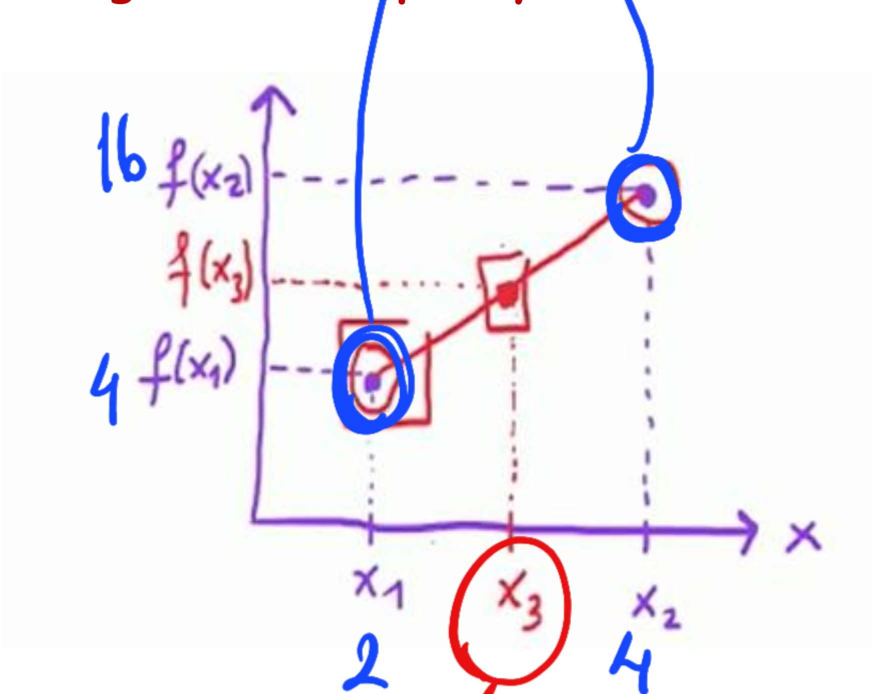
gibi sonlu bir tirigonometrik açılım, enterpolasyon fonksiyonu olarak kullanılabilir. Belli bir $n$ değeri $|f(x) - F(x)| \leqslant \varepsilon$ sağlanabilir.

Enterpolasyon fonk. nasıl seçicem acaba ben bu noktalardan polinom mu geçirmeliyim yoksa trigonometrik bir fonksiyon mu geçirmeliyim

2 noktadan bir doğru geçiriyoruz böyle → Doğruyu nasıl buluruz ?

eğimini hesaplarız

## Doğrusal Enterpolasyon




$f(x) = x^2$ → meseLa böyle bir fonk. var ama biz bu fonksiyonu bilmiyoruz

2 ile 4 arasında bir nokta seçiyoruz ve bunun fonksiyondaki değerinin ne olacağına

Eğim üzerinden doğru denklemini bulmak

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_3) - f(x_1)}{x_3 - x_1}$$

karar veriyo

## Örnek

| x | f(x) |
|---|---|
| -2 | -0,909297 |
| -1 | -0,841471 |
| 0 | 0 |
| 1 | 0,841471 |
| 3 | 0,141120 |
| 4 | -0,756802 |
| 6 | -0,279415 |

x = 2

Yanda f(x) fonksiyonu için bazı değerler verilmiştir. Buna göre,

a) f(2) değerini x=1 ve x=3 kullanarak doğrusal interpolasyon metodu ile bulunuz.

b) f(2) değerini x=-2 ve x=6 kullanarak doğrusal interpolasyon metodu ile bulunuz.

a) f(2) = ?
f(1) = 0,841471
f(3) = 0,141120

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{f(2)-f(1)}{2-1}$$

$$\frac{0{,}141120-0{,}841471}{2}=\frac{f(2)-0{,}841471}{1}$$

f(2) = 0,4912955

b) f(2) = ?
f(-2) = -0,909297
f(6) = -0,279415

$$\frac{f(6)-f(-2)}{6-(-2)}=\frac{f(2)-f(6)}{2-6}$$

## DOĞRUSAL ENTERPOLASYON

Enterpolasyon fonksiyonu olarak 1. dereceden bir polinom (doğru) kullanılıyorsa bu şekildeki enterpolasyona doğrusal (lineer) enterpolasyon denir.

Eğer $x$ değişkeni $[a,b]$ aralığında bir $f(x)$'e aitse enterpolasyon fonksiyonu olarak;

$F(x) = Ax+B$ seçilirse,

$$f(a) = F(a)$$
$$f(b) = F(b)$$

bağıntılarının sağlanması gerekir. Buradan;

$$Aa + B = f(a)$$
$$Ab + B = f(b)$$

yazılır.

$$A = \frac{f(a)-f(b)}{a-b} \quad , \quad B = \frac{bf(a)-af(b)}{b-a}$$

yazılır.

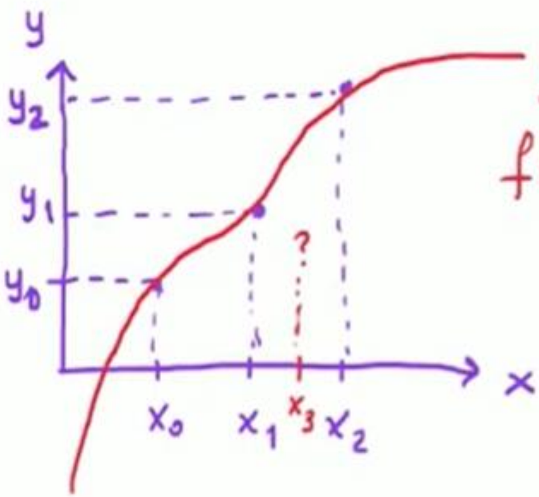
$F(x)$ fonksiyonu ise;

$$\boxed{F(x) = \frac{f(a)-f(b)}{a-b}\,x + \frac{bf(a)-af(b)}{b-a}}$$

olur.

# Eğrisel İnterpolasyon Yöntemi
# Quadratic Interpolation Methods

* Uygulanabilmesi için 3 nokta gereklidir.




$y=ax^2+bx+c$ $\quad (x_0, y_0)$, $(x_1, y_1)$, $(x_2, y_2)$

$f(x)=ax^2+bx+c$

$f(x_3)=?$

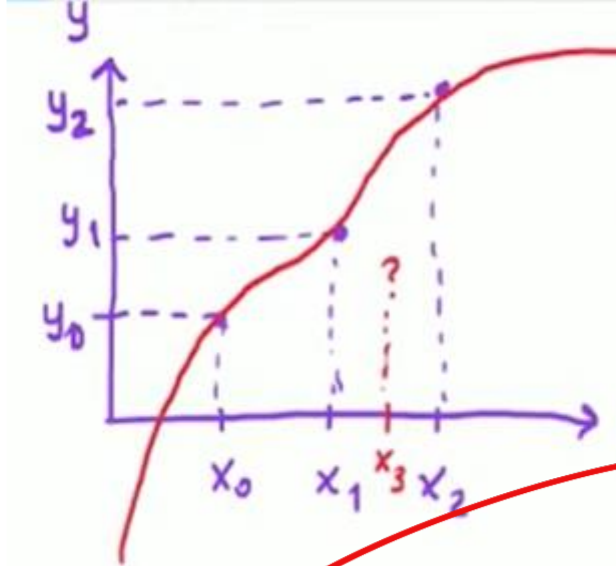
1. yol:

$$\left.\begin{aligned} a x_0^2 + b x_0 + c &= y_0 \\ a x_1^2 + b x_1 + c &= y_1 \\ a x_2^2 + b x_2 + c &= y_2 \end{aligned}\right\}$$

üç bilinmeyenli denklem sistemini çözüp a, b, c bulunur.

$f(x)=ax^2+bx+c$

$f(x_3)= \dots\dots$




2-yol:

$$\boxed{f(x) = b_0 + b_1.(x-x_0) + b_2.(x-x_0).(x-x_1)} \rightarrow$$

eğrisel interpolasyon fonksiyonu

$$b_0 = f(x_0)$$

$$b_1 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

$$b_2 = \frac{\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} - \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_0}$$

$f(x_3) = ---$

# Örnek

(1, -2) , (2, -1) ve (3, 4) noktaları veriliyor. Bu noktalar kullanılarak eğrisel interpolasyon metodu ile $x = 2{,}5$ değerine karşılık gelen y değerini bulunuz.

(1, -2) (2, -1) (3, 4)
$(x_0, y_0)$ $(x_1, y_1)$ $(x_2, y_2)$

$$f(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2 (x - x_0)(x - x_1) = b_0 + b_1(x-1) + b_2 (x-1)(x-2)$$

$$b_0 = f(x_0) = -2$$

$$b_1 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = \frac{-1-(-2)}{2-1} = 1$$

$$b_2 = \frac{\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x2-x1} - \frac{f(x_1)-f(x_0)}{x1-x0}}{x2-x0} = \frac{\frac{4-(-1)}{3-2} - \frac{(-1)-(-2)}{2-1}}{3-1} = 2$$

$f(x) = -2 + x - 1 + 2(x^2 - 3x + 2)$
$f(x) = 2x^2 - 5x + 1$
$f(2{,}5) = 1$

# GREGORY NEWTON ENTERPOLASYONU

$$F(x) = f_0 + \sum_{i=1}^{n} \binom{k}{i} \Delta^i f_0$$ olarak verilir. Bu formül açıldığında;

$$F(x) = f_0 + \binom{k}{1} \Delta f_0 + \binom{k}{2} \Delta^2 f_0 + \ldots + \binom{k}{n} \Delta^n f_0$$

$k = \dfrac{x_i - x_0}{h}$ olarak enterpolasyon değişkeni adını alır.

$$\binom{k}{i} = \frac{k(k-1)(k-2)\ldots(k-i+1)}{i!}$$

$$F(x) = f_0 + \frac{k}{1!} \Delta f_0 + \frac{k(k-1)}{2!} \Delta^2 f_0 + \frac{k(k-1)(k-2)}{3!} \Delta^3 f_0 + \ldots + \frac{k(k-1)\ldots(k-n+1)}{n!} \Delta^n f_0$$

$k = \dfrac{x_i - x_0}{h}$ konulursa;

$$F(x) = f_0 + \frac{k}{1!}\Delta f_0 + \frac{k(k-1)}{2!}\Delta^2 f_0 + \frac{k(k-1)(k-2)}{3!}\Delta^3 f_0 + \dots + \frac{k(k-1)\cdots(k-n+1)}{n!}\Delta^n f_0$$

$$F(x) = f_0 + \frac{\frac{x_i - x_0}{h}}{1!}\Delta f_0 + \frac{\frac{x_i - x_0}{h}\left(\frac{x_i - x_0}{h} - 1\right)}{2!}\Delta^2 f_0 + \frac{\frac{x_i - x_0}{h}\left(\frac{x_i - x_0}{h} - 1\right)\left(\frac{x_i - x_0}{h} - 2\right)}{3!}\Delta^3 f_0 + \dots$$

$$F(x) = f_0 + \frac{x_i - x_0}{h}\Delta f_0 + \frac{x_i - x_0}{h}\,\frac{x_i - x_0 - h}{h}\,\frac{\Delta^2 f_0}{2!} + \frac{x_i - x_0}{h}\,\frac{x_i - x_0 - h}{h}\,\frac{x_i - x_0 - 2h}{h}\,\frac{\Delta^3 f_0}{3!} + \dots$$

$$F(x) = f_0 + \frac{x_i - x_0}{h}\Delta f_0 + \frac{x_i - x_0}{h}\,\frac{x_i - \overbrace{(x_0 + h)}^{x_1}}{h}\,\frac{\Delta^2 f_0}{2!} + \frac{x_i - x_0}{h}\,\frac{x_i - \overbrace{(x_0 + h)}^{x_1}}{h}\,\frac{x_i - \overbrace{(x_0 + 2h)}^{x_2}}{h}\,\frac{\Delta^3 f_0}{3!}$$

$$F(x) = f_0 + \frac{x_i - x_0}{h}\Delta f_0 + \frac{(x_i - x_0)(x_i - x_1)}{h^2}\,\frac{\Delta^2 f_0}{2!} + \frac{(x_i - x_0)(x_i - x_1)(x_i - x_2)}{h^3}\,\frac{\Delta^3 f_0}{3!} + \dots$$

$h = 1$ ve $x_0 = 0$ alınırsa formül şu şekle dönüşür.

$$F(x) = f_0 + x_i\,\Delta f_0 + \frac{x_i(x_i - 1)}{2!}\Delta^2 f_0 + \frac{x_i(x_i - 1)(x_i - 2)}{3!}\Delta^3 f_0 + \dots$$

$h=1$ ve $x_0=0$ alınırsa formül şu şekle dönüşür.

$$F(x) = f_0 + x_i \Delta f_0 + \frac{x_i(x_i-1)}{2!} \Delta^2 f_0 + \frac{x_i(x_i-1)(x_i-2)}{3!} \Delta^3 f_0 + \dots$$

$x_i \to x$ alınırsa

$$\boxed{F(x) = f_0 + x \Delta f_0 + \frac{x(x-1)}{2!} \Delta^2 f_0 + \frac{x(x-1)(x-2)}{3!} \Delta^3 f_0 + \dots}$$

$x - x_0$

$0$

ÖRNEK:

| $x$ | $f(x)$ | $\Delta f(x)$ | $\Delta^2 f(x)$ | $\Delta^3 f(x)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | -4 | 2 | 14 | 18 |
| 1 | -2 | 16 | 32 | 18 |
| 2 | 14 | 48 | 50 | 18 |
| 3 | 62 | 98 | 68 | 18 |
| 4 | 160 | 166 | 86 | |
| 5 | 326 | 252 | | |
| 6 | 578 | | | |

$x_0 = 0$

$h = 1$

$$F(x) = -4 + x \cdot 2 + \frac{x(x-1)}{2} \cdot 14 + \frac{x(x-1)(x-2)}{6} \cdot 18$$

$$F(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 4 \qquad F(4) = 160$$

ÖRNEK:

| $x$ | $f(x)$ | $\Delta f(x)$ | $\Delta^2 f(x)$ |
|---|---|---|---|
| 2 | 10 | | |
| 4 | 50 | 40 | |
| 6 | 122 | 72 | 32 |
| 8 | 226 | 104 | 32 |
| 10 | 362 | 136 | 32 |

$x_0 \neq 0$

$h \neq 1$

$$F(x) = f_0 + \frac{x - x_0}{h}\Delta f_0 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{h^2}\frac{\Delta^2 f_0}{2!}$$

$$F(x) = 10 + \frac{x-2}{\cancel{2}}\overset{20}{\cancel{40}} + \frac{(x-2)(x-4)}{\cancel{4}}\frac{\overset{8}{\cancel{32}}}{2!}$$

$$F(x) = 4x^2 - 4x + 2 \Rightarrow F(8) = 226$$

## Değişken dönüşümü yapılarak ayrık noktaların eşit aralıklı yapılması:

| $x$ | $f(x)$ | $\Delta f(x)$ | $\Delta^2 f(x)$ | $\Delta^3 f(x)$ | $\Delta^4 f(x)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| -1 | 2 | | | | |
| | | -1 | | | |
| 0 | 1 | | 10 | | |
| | | 9 | | 26 | |
| 3 | 10 | | 46 | | 24 |
| | | 55 | | 60 | |
| 8 | 65 | | 106 | | 24 |
| | | 161 | | 84 | |
| 15 | 226 | | 190 | | |
| | | 351 | | | |
| 24 | 577 | | | | |

| $z$ | $F(z)$<br>$x$ | $\Delta x$ | $\Delta^2 x$ |
|---|---|---|---|
| 0 | -1 | | |
| | | 1 | |
| 1 | 0 | | 2 |
| | | 3 | |
| 2 | 3 | | 2 |
| | | 5 | |
| 3 | 8 | | 2 |
| | | 7 | |
| 4 | 15 | | 2 |
| | | 9 | |
| 5 | 24 | | |

| z | $F(z)$<br>x | $\Delta x$ | $\Delta^2 x$ |
|---|---|---|---|
| 0 | -1 | | |
| | | 1 | |
| 1 | 0 | | 2 |
| | | 3 | |
| 2 | 3 | | 2 |
| | | 5 | |
| 3 | 8 | | 2 |
| | | 7 | |
| 4 | 15 | | 2 |
| | | 9 | |
| 5 | 24 | | |

$$F(x) = f_0 + x\Delta f_0 + \frac{x(x-1)}{2!}\Delta^2 f_0$$

$$x = F(z) = x_0 + z.\Delta x + \frac{z.(z-1)}{2!}\Delta^2 x = -1 + z.1 + \frac{z^2 - z}{2}.2$$

$$x = z^2 - 1 \Rightarrow z = \mp\sqrt{x+1}$$

$$f(z) = f_0 + z.\Delta f_0 + \frac{z(z-1)}{2}\Delta^2 f_0 + \frac{z(z-1)(z-2)}{6}\Delta^3 f_0 + \frac{z(z-1)(z-2)(z-3)}{24}\Delta^4 f_0$$

F

$$f(z) = f_0 + z.\Delta f_0 + \frac{z(z-1)}{2}\Delta^2 f_0 + \frac{z(z-1)(z-2)}{6}\Delta^3 f_0 + \frac{z(z-1)(z-2)(z-3)}{24}\Delta^4 f_0$$

| $x$ | $f(x)$ | $\Delta f(x)$ | $\Delta^2 f(x)$ | $\Delta^3 f(x)$ | $\Delta^4 f(x)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| -1 | 2 | | | | |
| | | -1 | | | |
| 0 | 1 | | 10 | | |
| | | 9 | | 36 | |
| 3 | 10 | | 46 | | 24 |
| | | 55 | | 60 | |
| 8 | 65 | | 106 | | 24 |
| | | 161 | | 84 | |
| 15 | 226 | | 190 | | |
| | | 351 | | | |
| 24 | 577 | | | | |

$$x = z^2 - 1 \Rightarrow z = \mp\sqrt{x+1}$$

$$f(z) = 2 - z + \cancel{10}^{5}\,\frac{z(z-1)}{\cancel{2}} + \cancel{36}^{6}\,\frac{z(z-1)(z-2)}{\cancel{6}} + \cancel{24}\,\frac{z(z-1)(z-2)(z-3)}{\cancel{24}}$$

$$f(z) = z^4 - 2z^2 + 2 \rightarrow \text{Ara Enterpolasyon Formülü}$$

$$F(x) = (\mp\sqrt{x+1})^4 - 2(\mp\sqrt{x+1})^2 + 2$$

$$F(x) = x^2 + 1$$

ÖRNEK:

| $x$ | $z$ | $f(x)$ | $\Delta f(x)$ | $\Delta^2 f(x)$ |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 3 | 4 | |
| | | | | 8 |
| 4 | 1 | 7 | 12 | |
| | | | | 8 |
| 6 | 2 | 19 | 20 | |
| | | | | 8 |
| 8 | 3 | 39 | 28 | |
| 10 | 4 | 67 | | |

| $z$ | $x$ | $\Delta x$ |
|---|---|---|
| 0 | 2 | |
| | | 2 |
| 1 | 4 | |
| | | 2 |
| 2 | 6 | |
| | | 2 |
| 3 | 8 | |
| | | 2 |
| 4 | 10 | |

$$x = F(z) = x_0 + z.\Delta x$$

$$x = 2 + 2z$$

$$z = \frac{x-2}{2}$$

| $x$ | $z$ | $f(x)$ | $\Delta f(x)$ | $\Delta^2 f(x)$ |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 3 | 4 | 8 |
| 4 | 1 | 7 | 12 | 8 |
| 6 | 2 | 19 | 20 | 8 |
| 8 | 3 | 39 | 28 | |
| 10 | 4 | 67 | | |

$$f(z) = f_0 + z . \Delta f_0 + \frac{z(z-1)}{2} \Delta^2 f_0$$

$$= 3 + 4z + \cancel{8}^{4} \frac{z(z-1)}{\cancel{2}} \Rightarrow f(z) = 4z^2 + 3$$

$$F(z) = 4z^2 + 3$$

$$= 4\left(\frac{x-2}{2}\right)^2 + 3 \Rightarrow F(z) = (x-2)^2 + 3$$

$$F(z) = x^2 - 4x + 7$$

II. yol

$$F(x) = f_0 + \frac{(x-x_0)}{h} \Delta f_0 + \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{h^2 \, 2!} \Delta^2 f_0$$

# LAGRANGE ENTERPOLASYONU

Bir $f(x)$ fonksiyonunun, $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n$ gibi ayrı noktalardaki bilinen $y_0, y_1, y_2, \ldots, y_n$ değerleri varsa (bu noktaların aralıkları eşit olsun olmasın) ve $f(x)$ fonksiyonunun enterpolasyon fonksiyonuna $g(x)$ dersek;

$$g(x) = \sum_{i=0}^{n} L_i(x)\, y_i$$ şeklindedir.

$L_i(x)$ katsayıları

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}$$ şeklinde hesaplanır.

Örnek:

Bir $y = f(x)$ fonksiyonunun $x_i$'ler için $y_i$ değerleri şöyle olsun.

| $i$ | $x_i$ | $y_i$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | -5 |
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 3 | 25 |

$n = 2$

$$L_0(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq 0}}^{2} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} = \cancel{\frac{x - x_0}{x_0 - x_0}} \cdot \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} \cdot \frac{x - x_2}{x_0 - x_2} = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} \frac{x - x_2}{x_0 - x_2}$$

$$= \frac{x - 1}{0 - 1} \frac{x - 3}{0 - 3} \Rightarrow L_0(x) = \frac{1}{3}(x - 1)(x - 3)$$

$$L_1(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq 1}}^{2} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \cancel{\frac{x - x_1}{x_1 - x_1}} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2}$$

$$= \frac{x - 0}{1 - 0} \frac{x - 3}{1 - 3} \Rightarrow L_1(x) = -\frac{1}{2}(x^2 - 3x)$$

$$L_2(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq 2}}^{2} \frac{(x-x_j)}{(x_i-x_j)} = \frac{x-x_0}{x_2-x_0}\,\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{x-0}{3-0}\,\frac{x-1}{3-1} = \frac{1}{6}(x^2-x)$$

$$g(x) = \frac{1}{3}(x-1)(x-3)(-5) + \left(-\frac{1}{2}\right)(x^2-3x)(1) + \frac{1}{6}(x^2-x)(25)$$

$g(x) = 2x^2 + 4x - 5$ bulunur. $\Rightarrow$ $g(1) = 1$ $\quad g(2) = 11$

ÖRNEK:

| $i$ | $x$ | $y$ |
|---|---|---|
| 0 | 3 | 1 |
| 1 | 7 | -8 |
| 2 | 15 | -22 |
| 3 | 22 | -9 |

$n=3$

$$g(x)=\sum_{i=0}^{3} L_i(x)\, y_i$$

$$L_0(x)=\prod_{\substack{j=0\\ j!=0}}^{3}\frac{x-x_j}{x_i-x_j}=\cancel{\frac{x-x_0}{x_0-x_0}}*\frac{x-x_1}{x_0-x_1}*\frac{x-x_2}{x_0-x_2}*\frac{x-x_3}{x_0-x_3}=-\frac{1}{912}(x-7)(x-15)\,(x-22)$$

$$L_1(x)=\prod_{\substack{j=0\\ j!=1}}^{3}\frac{x-x_j}{x_i-x_j}=\frac{x-x_0}{x_1-x_0}*\frac{x-x_2}{x_1-x_2}*\frac{x-x_3}{x_1-x_3}=\frac{1}{480}(x-3)(x-15)\,(x-22)$$

$$L_2(x)=\prod_{\substack{j=0\\ j!=2}}^{3}\frac{x-x_j}{x_i-x_j}=\frac{x-x_0}{x_2-x_0}*\frac{x-x_1}{x_2-x_1}*\frac{x-x_3}{x_2-x_3}=-\frac{1}{672}(x-3)(x-7)\,(x-22)$$

$$L_3(x)=\prod_{\substack{j=0\\ j!=3}}^{3}\frac{x-x_j}{x_i-x_j}=\frac{x-x_0}{x_3-x_0}*\frac{x-x_1}{x_3-x_1}*\frac{x-x_2}{x_3-x_2}=\frac{1}{1995}(x-3)(x-7)\,(x-15)$$

$$g(x) = -\frac{1}{912}(x-7)(x-15)(x-22)*(1) + \frac{1}{480}(x-3)(x-15)(x-22)*(-8) - \frac{1}{672}(x-3)(x-7)(x-22)*(-22) + \frac{1}{1995}(x-3)(x-7)(x-15)*(-9)$$

$$g(4) = -1.0296854$$

$$g(10) = -14.973684$$