# Controle do motor síncrono de relutância

Paulo Henrique Alves da Silva e Silva

Julho de 2023

## 1 Introduction

### 1.1 Descrição do problema

- Características construtivas: O motor síncrono de relutância é amplamente utilizado em aplicações automotivas de baixa potência e velocidade. Esse motor possui simples característica construtiva, assemelhando-se ao motor de indução quanto estrutura do estator. Esse motor é constituido por estator com alimentação trifásica e rotor constituido por material ferromagnético de alta permeabilidade magnética com orientação ao caminho do fluxo magnético gerado pelo estator.
- Características de operação: O motor opera com a mesma frequência da rede, devido o atracamento magnético
  entre fluxo do estator e ranhuras do rotor. Dessa forma, o motor acompanha o sentido do fluxo, modificando
  a sua velocidade a partir da velocidade do fluxo magnético. Essa velocidade pode ser operada através da
  frequência de operação (controle escalar) ou através da compensação das malhas de correntes e velocidade do
  motor (controle vetorial).
- Controle do motor: O motor pode ser controlado através de estruturas simples de ganhos proporcionais e
  integrais, que se aplicam nas malhas de corrente e velocidade. A estratégia para implementação dos ganhos é
  possível devido a possibilidade da representação do sistema em coordenas dq, qua são estacionárias. A partir
  disso, pode-se implementar ganhos para cada corrente e velocidade, atendendo especificações de operação do
  motor.

O motor Síncrono de relutância em questão está concentrado nas instalações do Grupo de Eletrônica de Potência e Controle. Os parâmetros do motor são apresentados na Tabela 1: Esse trabalho apresenta a estrutura de controle

Table 1: Parâmetros do motor	
Parâmetro	Valor
Potência Nominal P	2,2
Tensão $V_{cc}$	400
Corrente Nominal $I_n$	5
Velocidade Nominal $n$	157,079
Resistência estatórica $R_s$	2,4077
Indutância no eixo $d L_d$	326,89
Indutância no eixo $q L_q$	94,36
Coeficiente de atrito viscoso $B$	0,006
Momento de inércia do rotor $J$	0,004
Número de pares de polos $n_p$	2

do motor síncrono de relutância utilizando os conhecimentos adquiridos sobre processamento digital de sinal na disciplina. A estrutura de controle do motor síncrono de relutância é apresentada na Figura 1: O acionamento do

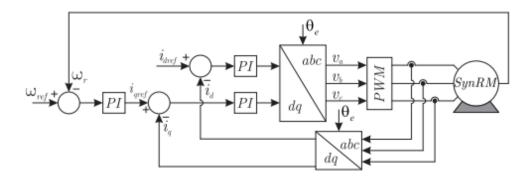


Figure 1: Estrutura do controle do motor síncrono de relutância.

motor conta com a utilização de um sensor de posição para determinação da velocidade através da aplicação de ganhos e operações matemáticas.

### 1.2 Transformadas $\alpha\beta - dq$

As transformações alfa beta e dq são recursos matemáticos que representam as características de operação do motor. A transformada alfa beta é utilizada em aplicações práticas para conversão de um sinal trifásico para bifásico e a partir disso pode ser transformada para um sinal dq para aplicação de ganhos de compensação.

### 1.3 Ganhos do controlador

Sob a perspectiva de controle, o motor é dividido em parte elétrica e parte mecânica. A parte elétrica abrange as malhas de corrente do sistema, enquanto a mecânica envolve a malha de velocidade. Para cada malha são aplicados ganhos PI, conforme apresentam as equações a seguir:

$$G_{cd}(s) = k_{pd} + \frac{k_{id}}{s} \tag{1}$$

$$G_{cq}(s) = k_{pq} + \frac{k_{iq}}{s} \tag{2}$$

$$G_{cmec}(s) = k_{pmec} + \frac{k_{imec}}{s} \tag{3}$$

São aplicadas sobre as malhas de corrente e velocidade do motor ganhos de compensação ganhos do compensador em malha fechada. A estrutura do ganho em malha fechada é apresentada a seguir:

$$G_{mf}(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)}$$
(4)

O ganho em malha fechada da corrente de eixo direto é dada por:

$$G_{mfd}(s) = \frac{\frac{k_{pd}}{L_d}s + \frac{k_{id}}{L_d}}{s^2 + \frac{(R_s + k_{pd})}{L_d}s + \frac{k_{id}}{L_d}}$$
(5)

A malha do sistema pode ser substituida pela frequência do sistema e coeficiente de amortecimento, dada por:

$$G_{mfd}(s) = \frac{2\zeta_1 \omega_{cd} + \omega_{cd}^2}{s^2 + 2\zeta_d \omega_{cd} s + \omega_{cd}^2}$$

$$\tag{6}$$

O ganho em malha fechada da corrente de eixo em quadratura é dada por:

$$G_{mfq}(s) = \frac{\frac{k_{pq}}{L_q}s + \frac{k_{iq}}{L_q}}{s^2 + \frac{(R_s + k_{pq})}{L_q}s + \frac{k_{iq}}{L_q}}$$
(7)

A função de transferência respectiva do sistema é dada por:

$$G_{mfq}(s) = \frac{2\zeta_2\omega_{cq} + \omega_{cq}^2}{s^2 + 2\zeta_q\omega_{cq}s + \omega_{cq}^2}$$
(8)

O ganho em malha fechada da malha de velocidade é dada por:

$$G_{mfmec}(s) = \frac{\frac{k_{pmec}}{J}s + \frac{k_{imec}}{J}}{s^2 + \frac{(B + k_{pmec})}{J}s + \frac{k_{imec}}{J}}$$
(9)

Substituindo em relação a frequência e amorteciemnto, temos:

$$G_{mfmec}(s) = \frac{2\zeta_3\omega_{mec} + \omega_{mec}^2}{s^2 + 2\zeta_{cmec}\omega_{mec}s + \omega_{mec}^2}$$
(10)

O comportamento das maljas de corrente e velocidade do sistema podem ser obtidos através do diagrama de bode. Utilizando a ferramenta matlab, pode-se obter o comportamento das respectivas malhas. A malha de corrente de eixo direto no dominio da frequência é apresentada na Figura 2: A malha de corrente de eixo em quadratura no dominio da frequência é apresentada na Figura 3: A malha de velocidade no dominio da frequência é apresentada na Figura 4:

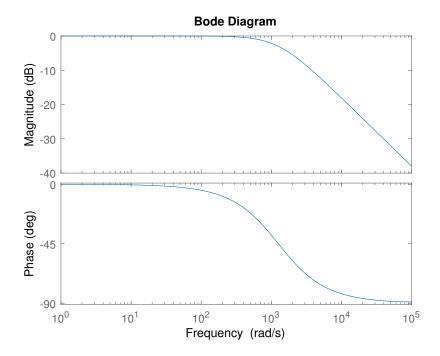


Figure 2: Ganho de malha fechada da corrente de eixo direto.

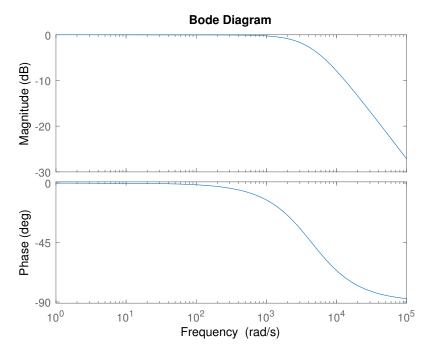


Figure 3: Ganho de malha fechada da corrente de eixo em quadratura.

## 1.3.1 Calculo dos ganhos

Os ganhos do controlador em tempo contínuo são obtidos levando em consideração as seguintes especificações:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{pmec} \gg B \\ \omega_{cd} &= 10 \cdot (R_s/L_d) \\ \omega_{cq} &= 10 \cdot (R_s/L_q) \end{aligned}$$

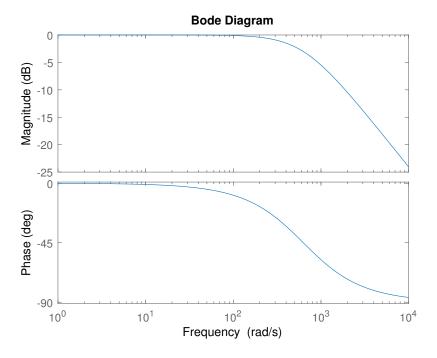


Figure 4: Ganho de malha fechada para velocidade.

O coeficiente de amortecimento  $\zeta$  foi considerado 0,9 para todos os casos, resultando  $\zeta_{cd} = \zeta_{cq} = \zeta_{mec}$ . Dessa forma, os ganhos em tempo contínos podem ser descritos como segue:

$$k_{pd} = 2\zeta_{cd}\omega_{cd}L_d - R_s \tag{11}$$

$$k_{pq} = 2\zeta_{cq}\omega_{cq}L_q - R_s \tag{12}$$

$$k_{id} = \omega_{cd}^2 L_d \tag{13}$$

$$k_{iq} = \omega_{cq}^2 L_q \tag{14}$$

$$k_{pmec} = 2\zeta_{cmec}\omega_{cmec}J\tag{15}$$

$$k_{imec} = \omega_{cmec}^2 J \tag{16}$$

# 1.4 Discretização dos ganhos

Os ganhos devem ser discretizados para implementação da lei de controle. Foi utilizado o método de tustin para discretização do modelo de ganhos. Utilizando a estrutura das equações (1) - (3), pode-se realizar a substituição representada na expressão a seguir:

$$s=2\cdot\frac{(z-1)}{Ts(z+1)}$$

Substituindo na estrutura do PI, temos que:

$$\frac{entrada}{erro} = k_p + \frac{ki}{2 \cdot \frac{(z-1)}{Ts(z+1)}} \tag{17}$$

Dessa forma, o erro é dado por:

$$u_{(k+1)} = u_{(k)} + (K_p + K_i)e_{(k+1)} - K_p e_{(k)}$$
(18)

Atrasando uma amostra, temos:

$$u_{(k)} = u_{(k-1)} + (K_p + K_i)e_{(k)} - K_p e_{(k-1)}$$
(19)

Equações para  $K_{pd}$  e  $K_{pq}$  para as malhas de corrente são dadas por:

$$K_{pd} = k_{pd} - \frac{k_{id}}{2} \cdot T_s \tag{20}$$

$$K_{pq} = k_{pq} - \frac{k_{iq}}{2} \cdot T_s \tag{21}$$

Equações para  $K_{id}$  e  $K_{iq}$  são dadas por:

$$K_{id} = k_{id} \cdot T_s \tag{22}$$

$$K_{iq} = k_{iq} \cdot T_s \tag{23}$$

Equações para  $K_{pmec}$  e  $K_{imec}$ :

$$K_{pmec} = k_{pmec} - \frac{k_{imec}}{2} \cdot T_s \tag{24}$$

$$K_{imec} = k_{imec} \cdot T_s \tag{25}$$

Dessa forma, as seguintes equações representam os ganhos dos controladores e os erros de rastreamento:

$$e_{d(k)} = i_{dref} - i_{d(k)} \tag{26}$$

$$e_{q(k)} = i_{q_r e f(k)} - i_{q(k)} \tag{27}$$

$$e_{\omega(k)} = \omega_{ref(k)} - \omega_{r(k)} \tag{28}$$

As equações a seguir apresentam a as tensões de referência em dq e corrente de eixo em quadratura.

$$v_{d(k)} = v_{d(k-1)} + (K_{pd} + K_{id}) \cdot e_{d(k)} - K_{pd} \cdot e_{d(k-1)}$$
(29)

$$v_{q(k)} = v_{q(k-1)} + (K_{pq} + K_{iq}) \cdot e_{q(k)} - K_{pq} \cdot e_{q(k-1)}$$
(30)

$$i_{qref(k)} = i_{qref(k-1)} + (K_{pmec} + K_{imec}) \cdot e_{\omega(k)} - K_{Pmec} \cdot e_{(k-1)}$$

$$\tag{31}$$

### 1.5 Filtros passa-baixas

### 1.5.1 Filtro de 1º ordem

O filtro de primeira ordem possui estrutura composta por resistor e capacitor. O circuito equivalente é dado por:

$$\frac{V_{out(s)}}{V_{in(s)}} = \frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}} \tag{32}$$

A discretização do filtro de 1º ordem, utilizando Euler, é dado por:

$$x_{(k+1)} = A_{d(k)} + B_{du(k)} (33)$$

$$y_{(k)} = C_{(k)} \tag{34}$$

Onde  $A_d = (I - ATs)$  e  $B_d = (BTs)$ , sendo Ts igual a 1/Fs. Assim, a equação de diferenças resulta em:

$$x_{(k+1)} = 0.5455x_{(k)} + 0.4545u_{(k)} \tag{35}$$

### 1.5.2 Filtro de $2^{\underline{0}}$ ordem

A função de transferência discreta do filtro de segunda ordem passa-baixas de Butterworth é dada por:

$$H(z) = \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{a_0 z^2 + a_1 z + a_2}$$
(36)

Os coeficientes do filtro são calculados pelas seguintes fórmulas:

$$b_0 = \frac{K}{Q^2 + Q\sqrt{2} + 1} \tag{37}$$

$$b_1 = \frac{2K}{Q^2 - 1} \tag{38}$$

$$b_2 = \frac{K}{Q^2 - Q\sqrt{2} + 1} \tag{39}$$

$$a_0 = 1 \tag{40}$$

$$a_1 = \frac{2}{Q^2 - 1} \tag{41}$$

$$a_2 = \frac{Q^2 - Q\sqrt{2} + 1}{Q^2 - 1} \tag{42}$$

Escolhendo um fator de qualidade Q de 0.707 e um ganho K de 1, os coeficientes seriam:

$$b_0 = 0.2929 \tag{43}$$

$$b_1 = 0.5858 \tag{44}$$

$$b_2 = 0.2929 \tag{45}$$

$$a_0 = 1 \tag{46}$$

$$a_1 = -0.1716 (47)$$

$$a_2 = 0.5858 \tag{48}$$

Essas equações podem ser usadas para implementar o filtro de segunda ordem passa-baixas com ganho discreto em uma plataforma digital.

# 2 Simulação computacional

A simulação computacional consiste na implementação das leis de controle para o motor síncrono de relutância. Para realização dessa etapa é utilizado o modelo do motor disponivel na plataforma do *software* PSIM. As leis de controle são aplicadas em um bloco que permite progamação em C e fornecem os valores de corrente e velocidade desejada. A Figura 5 apresenta a estrutura de simulação realizada.

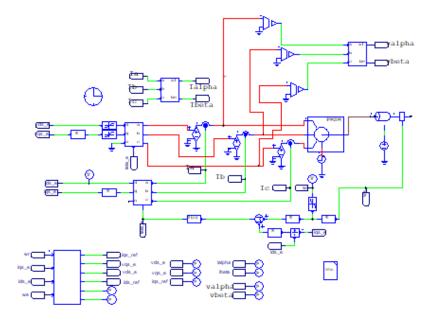


Figure 5: Estrutura do controle do motor síncrono de relutância.

A estrutura da simulação realizada consiste no acionamento para 20 rad/s e um conjugado de saida de 5 Nm. A Figura a seguir apresenta o resultado obtido. São aplicados os filtros digitais implementados e os resultados analisados a seguir:

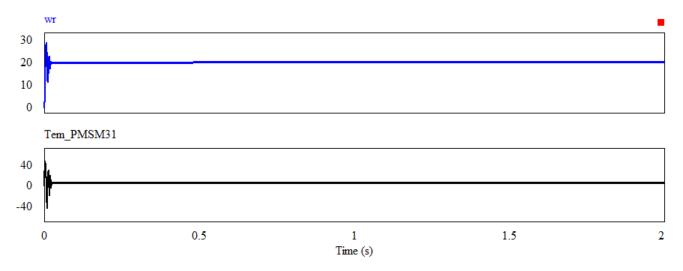


Figure 6: Resposta ao degrau de velocidade sem a aplicação de filtro digital.

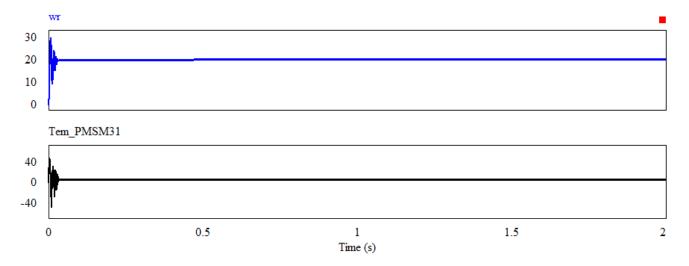


Figure 7: Resposta ao degrau de velocidade com a aplicação de filtro digital de primeira ordem.

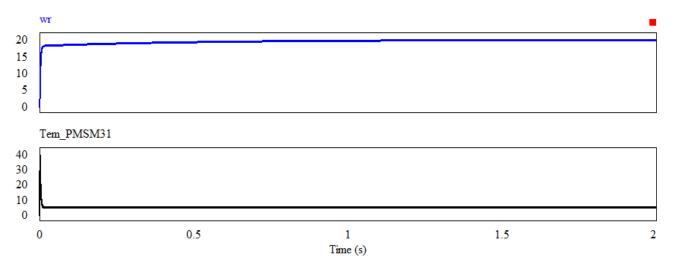


Figure 8: Resposta ao degrau de velocidade com a aplicação de filtro digital de segunda ordem.

A partir dos resultados obtidos nota-se que o filtro passa-baixas de segunda ordem de butterworf possui transição suave e redução significativa na velocidade da máquina, visto que foi aplicado na corrente de eixo em quadratura, impactando diretamente na velocidade do motor. Além disso, mostrou uma redução significativa da oscilação de conjugado na partida, possibilitando partida com carga de forma suave.

# 3 Conclusão

Esse trabalho apresentou a modelagem matemática do motor síncrono de relutância com enfânse no controle vetorial em ambiente contínuo e discreto. Os ganhos do controlador foram abordados em ambos cenários e uma simulação foi realizada em tempo discreto. A fim de melhoras os resultados da velocidade do motor foi aplicado em diferentes testes de simulação aplicação de filtros de primeira e segunda ordem passa-baixas. O filtro de segunda ordem utilizado apresentou melhores resultados possibilitando que o motor opere com velocidades constantes e carga durante a partida, com redução da oscilação de conjugado em relação aos casos sem e com filtro de primeira ordem.