



USO DO PAPEL MILIMETRADO

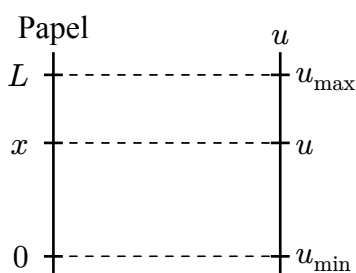
1. INTRODUÇÃO

O papel milimetrado é uma ferramenta essencial em diversas áreas da ciência e engenharia, principalmente para a **análise gráfica de dados**. Seu *layout*, com linhas horizontais e verticais finamente espaçadas, facilita a plotagem precisa de pontos e a visualização de relações entre variáveis. Ele é especialmente útil para determinar a relação linear entre duas grandezas, como a posição e o tempo, e para calcular coeficientes como a inclinação da reta.

Consideremos um estudo experimental no qual foram coletados dados das variáveis (u, v) . Deseja-se representar esses dados em um papel milimetrado de comprimento L e altura H . Podemos usar o conceito de proporção para relacionar a medida de uma variável de estudo com sua representação no papel milimetrado.

Sem perda de generalidade, associando a variável u à escala horizontal do papel, temos a seguinte relação de proporção mostrada na Figura 1.

Figura 1: Relação de proporção da variável u



Observe que o valor mínimo u_{\min} equivale ao 0 (zero) do papel; o valor máximo u_{\max} equivale ao comprimento útil do papel. Assim, um valor arbitrário da variável u ficará associado a uma posição x do papel milimetrado. Matematicamente, tem-se:

$$\frac{x}{L} = \frac{u - u_{\min}}{u_{\max} - u_{\min}}$$

Podemos reescrever a expressão acima como:

$$u = u_{\min} + e_x \cdot x \quad (1)$$

em que

$$e_x = \frac{u_{\max} - u_{\min}}{L} \quad (2)$$

é a razão de escala horizontal. O mesmo raciocínio permite obter as equações para a escala vertical:

$$v = v_{\min} + e_y \cdot y \quad (3)$$

em que

$$e_y = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{H} \quad (4)$$

é a razão de escala vertical.

2. OBJETIVOS

- 2.1. Compreender o uso do papel milimetrado para a representação gráfica de dados experimentais;
- 2.2. Representar graficamente os pontos experimentais de um conjunto de dados;

- 2.3. Traçar a “melhor” reta que se ajusta aos dados;
 2.4. Calcular a inclinação da reta ajustada.

3. MATERIAL NECESSÁRIO

- Papel milimetrado;
- Régua.

4. PROCEDIMENTOS

Para esta atividade, utilizamos os seguintes dados, relativos à posição (em metros) e tempo (em segundos) de um móvel, para determinar a velocidade por meio de análise gráfica:

Tabela 1: Dados fictícios de Tempo e Posição de um móvel

t (s)	s (m)
0,2078	0,4
0,3708	0,5
0,5448	0,6
0,6849	0,7
0,9424	0,8

4.1. CÁLCULO E CRIAÇÃO DAS ESCALAS

Atenção

Nesta atividade, optamos por incluir a Origem (0, 0) no gráfico. Assim, no cálculo das amplitudes, o valor mínimo usado foi igual a 0 (zero). Caso deseje limitar o gráfico estritamente ao intervalo de dados, escolha como valor mínimo o menor valor na tabela de dados coletados.

- 4.1.1. Eixo Horizontal ($u \rightarrow t$). Aplique a equação Equação 2 para calcular o valor da razão de escala horizontal. Note que a largura do papel é igual a 160 mm. Entretanto, a fim de ter uma *margem de segurança*, utilizaremos $L = 150$ mm. Preencha a Tabela 2.

Tabela 2: Cálculo da escala horizontal

t_{\min}	t_{\max}	L	e_x
0			

- 4.1.1. Eixo Vertical ($v \rightarrow s$). Aplique a equação Equação 4 para calcular o valor da razão de escala vertical. Note que a altura do papel é igual a 210 mm. Entretanto, a fim de ter uma *margem de segurança*, utilizaremos $H = 200$ mm. Preencha a Tabela 3.

Tabela 3: Cálculo da escala vertical

s_{\min}	s_{\max}	H	e_y
0			

4.2. MARCAÇÃO DOS PONTOS E TRAÇADO DA RETA

- 4.2.1. Localize cada par (tempo, posição) no gráfico e marque-os com pequenos pontos. Por exemplo, para localizar no papel o par ordenado ($t = 0,5448$ s, $s = 0,6$ m), faça:

- Para o eixo horizontal (x), aplique a Equação 1 ($u \rightarrow t$):

$$t = t_{\min} + e_x \cdot x$$

$$\Rightarrow x = \frac{t - t_{\min}}{e_x} = \frac{0,5448}{0,0063} \approx 86 \text{ mm}$$

- Para o eixo vertical (y), aplique a Equação 3 ($v \rightarrow s$):

$$s = s_{\min} + e_y \cdot y$$

$$\Rightarrow y = \frac{s - s_{\min}}{e_y} = \frac{0,6}{0,004} \approx 150 \text{ mm}$$

- 4.2.2. Com a régua, trace uma reta que passe o mais próximo possível de todos os pontos, equilibrando os que ficam acima e abaixo (Ver Figura 2).

4.3. CÁLCULO DA INCLINAÇÃO

- 4.3.1. Escolha dois pontos distintos da reta (preferencialmente distante um do outro) $P_1 = (t_1, s_1)$ e $P_2 = (t_2, s_2)$ e calcule a velocidade (inclinação) pela fórmula:

$$m = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

4.3.1. Observando a Figura 2, percebemos que a reta passa pelos pontos $P_1 = (30, 100)$ e $P_2 = (110, 170)$. Sabendo que cada 1 mm no eixo horizontal equivale a 0,0059 s e que cada 1 mm no eixo vertical equivale a 0,0040 m, temos:

$$P_1 = (30, 100) \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 30 \times 0,0063 = 0,189 \\ s_1 = 100 \times 0,004 = 0,4 \end{cases}$$

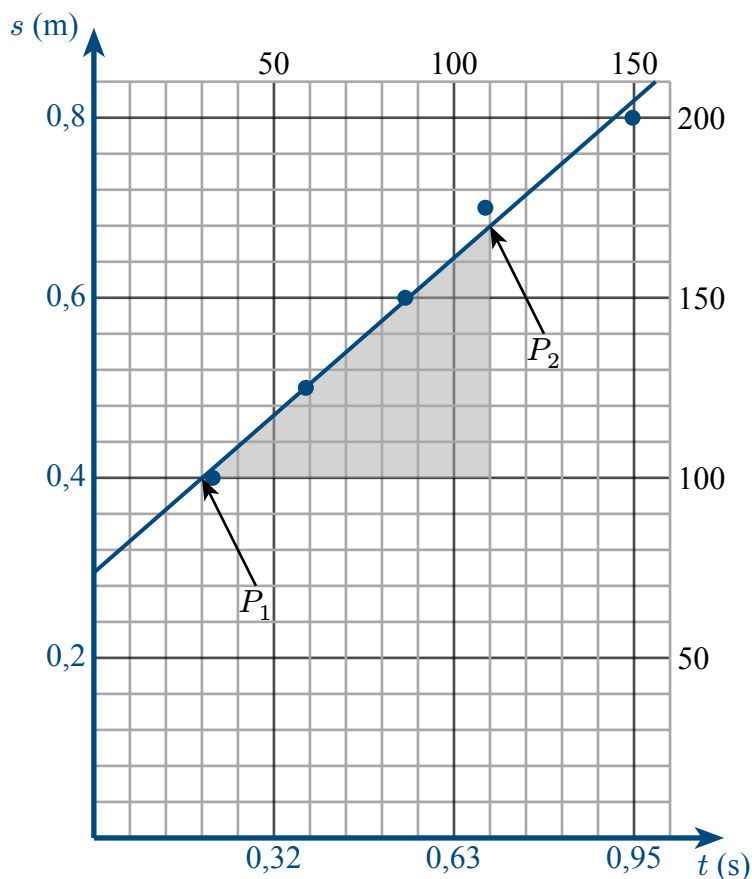
$$P_2 = (110, 170) \Rightarrow \begin{cases} t_2 = 110 \times 0,0063 = 0,693 \\ s_2 = 170 \times 0,004 = 0,68 \end{cases}$$

Então,

$$m = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{0,68 - 0,4}{0,693 - 0,189} \approx 0,556 \text{ m/s}$$

4.3.1. Especifique no papel milimetrado os eixos para as variáveis tempo (t) e posição (s). Aplicando a Equação 1, perceba que 50 mm no papel equivalem a 0,32 s no eixo horizontal e, aplicando a Equação 3, para o eixo vertical, 50 mm equivalem a 0,2 m.

Figura 2: Análise gráfica dos dados de exemplo



5. EXERCÍCIO

5.1. Aplique o procedimento acima aos seguintes dados e calcule a velocidade do móvel:

Tabela 4: Dados para exercício

Tempo (s)	Posição (m)
0,9	0,31
1,4	0,51
1,9	0,69
2,4	0,84
2,9	1,02