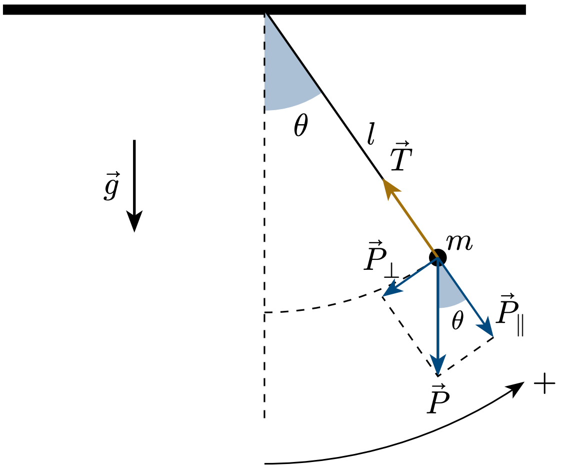
UNIVERSIDADE FEDERAL DO **TOCANTINS**
Câmpus Universitário de **Palmas**
Laboratório de Ensino de Física

PÊNDULO SIMPLES

1. INTRODUÇÃO

Considere um pêndulo simples formado por uma massa pontual m presa a um fio inextensível de comprimento l, oscilando no plano vertical sem atrito sob a aceleração da gravidade $\vec{g}$. O movimento é descrito pelo ângulo θ que o fio faz com a vertical (Halliday; Resnick; Walker, 2016).

Figura 1: Pêndulo Simples



Como ilustrado na Figura 1, atuam sobre a massa m duas forças: o peso $\vec{P} = m\vec{g}$ e a tensão $\vec{T}$ no fio. O peso pode ser decomposto em duas componentes:

(i) a componente radial $\vec{P}_\parallel = mg\cos\theta$, paparela ao fio e equilibrada pela tensão;

$$\vec{T} = \vec{P}_\parallel \Rightarrow T = mg\cos\theta \tag{1}$$

(ii) a componente tangencial $\vec{P}_\perp = mg\,\mathrm{sen}\,\theta$, perpendicular ao fio e responsável pela aceleração ao longo da trajetória.

Como o movimento se dá em um arco de raio l, descrevemos a dinâmica pelo deslocamento ao longo do arco, s, medido a partir do equilíbrio e positivo no sentido anti-horário. Aplicando a 2ª Lei de Newton,

$$\begin{aligned} \vec{F}_r = \vec{P}_\perp &\Rightarrow F_r = -mg\,\mathrm{sen}\,\theta \\ &\Rightarrow m\ddot{s} = -mg\,\mathrm{sen}\,\theta \\ &\Rightarrow \ddot{s} = -g\,\mathrm{sen}\,\theta \end{aligned} \tag{2}$$

O sinal negativo aparece visto que a força $\vec{P}_\perp$ sempre aponta no sentido oponto ao deslocamento θ, o que caracteriza $\vec{P}_\perp$ como como uma **força restauradora**.

Lembrando que o comprimento de arco s está relacionado ao ângulo θ por $s = l\theta$, e portanto, $\ddot{s} = l\ddot{\theta}$, a equação Equação 2 pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= -\frac{g}{l}\,\mathrm{sen}\,\theta \\ \ddot{\theta} &+ \omega^2\,\mathrm{sen}\,\theta = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

em que $\omega = \sqrt{g/l}$.

A Equação 3 é uma equação diferencial não linear que não possui solução explicita. Entretanto, aplicando a aproximação para pequenos ângulos, temos $\mathrm{sen}\,\theta \approx \theta$, resultado na conhecida equação do oscilador harmônico simples:

$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0 \tag{4}$$

Após resolver a Equação 4, a solução geral pode ser escrita como (ver Boyce; DiPrima (2010)):

$$\theta(t) = A\cos(\omega t + \varphi) \tag{5}$$

em que os parâmetros A e φ dependem das concições iniciais do movimento.

Finalmente, para de pequenas amplitudes, o pêndulo simples descreve um movimento periódico, cujo período é dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{6}$$

2. OBJETIVOS

(i) Verificar experimentalmente a relação teórica entre o período de oscilação e o comprimento de um pêndulo simples.

3. MATERIAL NECESSÁRIO

- Aparato de pêndulo simples com massa e fio ajustável;
- Cronômetro e Trena.

4. PROCEDIMENTOS

(i) Ajuste o comprimento do fio para $l = 0,5$ m.

(ii) Desloque o pêndulo de seu ponto de equilíbrio (aproximadamente 5 cm) e deixe-o oscilar livremente.

(iii) Meça o tempo t para 10 oscilações completas. Calcule o período experimental T_{exp}.

(iv) Use a Equação 6 para calcular o período teórico T correspondente ao comprimento de $l = 0,5$ m.

(v) Registre os valores encontrados na Tabela 1.

(vi) Repita os passos acima para o comprimento $l = 0,8$ m.

Tabela 1: Coleta de dados

l (m)	t (s)	T_{exp} (s)	T (s)	Δ Err (%)
0,5				
0,8				

5. ANÁLISE DE RESULTADOS

(i) Para cada comprimeto l do fio na Tabela 1, calcule o erro percencual com base na Equação 7.

$$\Delta \text{ Err } (\%) = \left|\frac{T_{\text{exp}} - T}{T}\right| \times 100\% \tag{7}$$

(ii) Os períodos experimentais obtidos para cada comprimento concordam, dentro da incerteza, com os valores teóricos previstos pela Equação 6?

(iii) Quais limitações experimentais (amplitude inicial, atrito do ar, ponto de suspensão, medição de tempo, etc.) podem ter influenciado os resultados? Comente.

REFERÊNCIAS

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valor de Contorno**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. v. 2