

# Estatística I

Prof. Fernando de Souza Bastos  
fernando.bastos@ufv.br

Departamento de Estatística  
Universidade Federal de Viçosa  
Campus UFV - Viçosa



# Sumário

- 1 Somatórios
- 2 Somatório Duplo
- 3 Produtório

# Somatório

O somatório é uma forma abreviada para representação de somas. Podemos defini-lo como o operador matemático para a soma dos termos de uma sequência. Usualmente, um somatório é representado pela letra grega sigma maiúscula ( $\sum$ ) e é definido por:

$$\sum_{i=m}^n x_i = x_m + x_{m+1} + \cdots + x_n. \quad (1)$$

em que  $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$  é uma sequência dada,  $i$  é o índice do somatório,  $m$  denota o limite inferior e  $n$  o limite superior.

Como exemplo note que

$$\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-2) + (n-1) + n \quad (2)$$

Se lê: “Soma de  $i$ , para  $i = 1$  até  $n$ .”

Como exemplo note que

$$\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-2) + (n-1) + n \quad (2)$$

Se lê: “Soma de  $i$ , para  $i = 1$  até  $n$ .”

ou,

$$\sum_{i=0}^k (2i+1) = 1 + 3 + \cdots + (2k-1) + (2k+1) \quad (3)$$

que se lê: “Soma de  $(2i+1)$ , para  $i = 0$  até  $k$ .”

1 
$$\sum_{i=m}^n ax_i = a \sum_{i=m}^n x_i \quad \forall a \in \mathbb{R}, m, n \in \mathbb{Z}.$$

2 
$$\sum_{i=m}^n K = [(n - m) + 1]K, \quad K \text{ constante real qualquer. Em}$$

particular para  $m = 1$ , temos 
$$\sum_{i=1}^n K = nK.$$

$$3 \quad \sum_{i=m}^n (a_i x_i + b_i z_i) = \sum_{i=m}^n (a_i x_i) + \sum_{i=m}^n (b_i z_i), \quad \forall m, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4 \quad \sum_{i=k}^n (x_i - x_{i+1}) = x_k - x_{n+1}$$

$$5 \quad \sum_{k=0}^n K = \sum_{k=1}^n K = \frac{n(n+1)}{2} \quad (\text{Soma de Gauss})$$

# Soma de Gauss

**Figura:** Imagem retirada do **Wikipédia** (2021). Visitado em 28/06/2021.



Considere  $S_N = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n$ . A fórmula abaixo foi obtida por Johann Carl Friedrich Gauss (“O príncipe da Matemática”).

$$S_N = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$



# Cuidado!

$$1 \quad \sum_{i=1}^n x_i y_i \neq \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)$$

# Cuidado!

$$1 \quad \sum_{i=1}^n x_i y_i \neq \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)$$

$$2 \quad \sum_{i=m}^n a(x_i + k) \neq \sum_{i=m}^n ax_i + k$$

# Cuidado!

$$1 \quad \sum_{i=1}^n x_i y_i \neq \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)$$

$$2 \quad \sum_{i=m}^n a(x_i + k) \neq \sum_{i=m}^n ax_i + k$$

$$3 \quad \sum_{i=1}^n a_i^2 \neq \left( \sum_{i=1}^n a_i \right)^2$$

**Soma infinita:** é a soma de infinitos termos, a qual, espera-se que convirja para um determinado valor. É muito aplicada na teoria da probabilidade na definição de modelos em espaços infinitos discretos.

$$\sum_{i=1}^{\infty} x_i = x_1 + x_2 + \cdots$$

**Exemplo:** Qual é a fração geradora da dízima  $3.55555 \dots$ ?

$$3.55555 \dots = 3 + 0.5 + 0.05 + 0.005 + 0.0005 + 0.00005 + \dots$$

$$= 3 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{5}{10000} + \dots$$

$$= 3 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{5}{10^i}$$

$$= 3 + \frac{5/10}{1 - 1/10}$$

$$= 3 + \frac{5}{9} = \frac{32}{9}$$

# Somatório Duplo

	1	2	...	$j$	...	$s$	
1	$X_{11}$	$X_{12}$	...	$X_{1j}$	...	$X_{1s}$	$\sum_{j=1}^s X_{1j}$
2	$X_{21}$	$X_{22}$	...	$X_{2j}$	...	$X_{2s}$	$\sum_{j=1}^s X_{2j}$
...	...	...	...	...	...	...	...
$i$	$X_{i1}$	$X_{i2}$	...	$X_{ij}$	...	$X_{is}$	$\sum_{j=1}^s X_{ij}$
...	...	...	...	...	...	...	...
$r$	$X_{r1}$	$X_{r2}$	...	$X_{rj}$	...	$X_{rs}$	$\sum_{j=1}^s X_{rj}$
	$\sum_{i=1}^r X_{i1}$	$\sum_{i=1}^r X_{i2}$	...	$\sum_{i=1}^r X_{ij}$	...	$\sum_{i=1}^r X_{is}$	$G$

# Somatório Duplo

$X_{ij} \rightarrow i = 1, 2, \dots, r$  é o índice da linha

$X_{ij} \rightarrow j = 1, 2, \dots, s$  é o índice da coluna

$G$  é o total geral:

$$\begin{aligned} G &= \sum_{i=1}^r X_{i1} + \sum_{i=1}^r X_{i2} + \dots + \sum_{i=1}^r X_{ij} + \dots + \sum_{i=1}^r X_{is} \\ &= \sum_{i=1}^r (X_{i1} + X_{i2} + \dots + X_{ij} + \dots + X_{is}) \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s X_{ij} \\ &= \sum_{i=1, j=1}^{r, s} X_{ij} \\ &= X_{..} \end{aligned}$$

# Somatório Duplo

Total da i-ésima linha:  $\sum_{j=1}^s X_{ij} = X_{i.}$

Total da j-ésima coluna:  $\sum_{i=1}^r X_{ij} = X_{.j}$



De forma alternativa, como na adição, o produto pode ser escrito usando-se um símbolo de produto, chamado produtório  $\prod$  que é a letra pi maiúscula no alfabeto grego.

$$\prod_{i=1}^n x_i = x_1 x_2 \cdots x_n$$