**Урок 14. Целое уравнение и его корни**

Рассмотрим уравнение.

31*x*3 – 10*x* = (*x* – 5)2 + 6*x*2

И левая и правая части уравнения являются целыми выражениями.

Напомним, что подобные уравнения называются целыми уравнениями.

Вернёмся к нашему изначальному уравнению и раскроем скобки, используя формулу квадрата разности.

Перенесем все члены уравнения в левую часть и приведем подобные члены.

Выражения «минус десять икс» и «плюс десять икс» взаимно уничтожаются.

После приведения подобных членов получаем уравнение, в левой части которого стоит многочлен стандартного вида (в общем виде будем называть его «Пэ от икс»), а в правой части — нуль.

Чтобы определить степень целого уравнения, необходимо привести его к виду пэ от икс равно нулю, то есть к уравнению, в левой части которого стоит многочлен стандартного вида, а в правой — нуль.

После этого необходимо определить степень многочлена пэ от икс. Это и будет степенью уравнения.

Рассмотрим пример. Попробуем определить степень данного уравнения.

Раскроем скобки, используя формулу квадрата суммы.

Далее перенесём все члены уравнения в левую часть и приведём подобные члены.

Итак, мы получили уравнение, в левой части которого многочлен стандартного вида второй степени, а в правой нуль. Это значит, что степень данного уравнения – вторая.

От степени уравнения зависит сколько корней оно имеет.

Можно доказать, что уравнение первой степени имеет один корень, уравнение второй степени имеет не более двух корней, уравнение третьей степени – не более трёх корней и так далее.

Степень уравнения также подсказывает нам, каким образом можно это уравнение решить.

Например, уравнение первой степени мы приводим к виду а икс плюс бэ равно цэ, где а не равно нулю.

Уравнение второй степени мы приводим к равносильному уравнению, в левой части которого квадратный трёхчлен, а в правой — нуль. Такое уравнение решается с помощью формулы корней квадратного уравнения или теоремы Виета.

Для решения уравнений более высоких степеней универсального способа нет, но есть основные методы, которые мы рассмотрим на примерах.

Решим уравнение третьей степени икс в третьей степени минус восемь икс во второй степени минус икс плюс восемь равно нулю.

Чтобы решить данное уравнение разложим его левую часть на множители способом группировки и воспользовавшись формулой разности квадратов.

Далее необходимо вспомнить, что произведение равно нули, когда один из множителей равен нулю. На основании этого делаем вывод, что либо икс минус 8 равно нулю, либо икс минус 1 равно нулю, либо икс плюс один равно нулю. Следовательно, корнями уравнения будут числа минус один, один и восемь.

Иногда для решения уравнений степени выше второй удобно использовать введение новой переменной.

Рассмотрим подобный пример.

Если раскрыть скобки, перенести все члены уравнения в левую часть, привести подобные члены и представить левую часть уравнения в виде многочлена стандартного вида, то ни один из известных нам способов не поможет решить это уравнение. В таком случае стоит обратить внимание на то, что в обеих скобках есть одинаковые выражения.

Именно это выражение мы и обозначим новой переменной игрик.

Тогда наше уравнение сведётся к уравнению с переменной игрек..

Далее просто раскроем скобки и перенесём все члены уравнения в левую часть.

Приведём подобные члены и получим уже знакомое нам квадратное уравнение.

Нетрудно найти корни этого уравнения. Игрик один равен шести, игрик два равен минус шестнадцати.

Теперь вернёмся к изначальному уравнению, выполнив обратную замену.

Изначально за игрик мы принимали выражение два икс в квадрате минус икс. А так как у нас два значения переменной игрек, мы получаем два уравнения. В каждом уравнении переносим все члены в левую часть, решаем получившиеся два квадратных уравнения. Корнями первого уравнения являются числа минус одна целая пять десятых и два, а второе уравнение корней не имеет, так как его дискриминант меньше нуля.

Итак, решением данного уравнения четвёртой степени являются числа минус одна целая пять десятых и два.

Особое место в классификации целых уравнений имеет уравнение вида а икс в четвёртой степени плюс бэ икс во второй степени плюс цэ равно нулю. Уравнения такого вида называют биквадратными уравнениями.

Решать подобные уравнения можно с помощью замены переменной.

Рассмотрим на примере.

В данном уравнении обозначим икс квадрат через игрик. При этом стоит обратить внимание, что переменная игрик не может принимать отрицательные значения.

Получим квадратное уравнение, корнями которого являются числа одна двадцать пятая и один.

Выполним обратную замену.

Корни первого уравнения: одна пятая и минус одна пятая, а корни второго: один и минус один.

Таким образом, мы нашли четыре корня исходного биквадратного уравнения.