**Урок 18. Некоторые приёмы решения целых уравнений**

Начнём с того, что рассмотрим две теоремы, которые будут полезны для решения целых уравнений.

Теорема о корне многочлена.

Эта теорема позволит нам понизить степень уравнения, что заметно упрощает решение целого уравнения.

Если у целого уравнения, имеющего целые коэффициенты, есть целый корень, то найти этот корень можно с помощью теоремы о целых корнях целого уравнения.

Две эти теоремы значительно облегчают поиск корней уравнения, а также дают возможность выполнять разложение многочлена на множители.

Рассмотрим пример.

Если данное уравнение имеет целый корень, то в силу теоремы два этот корень будет являться делителем свободного члена минус два, то есть будет равен одному из чисел: минус два, минус один, один или два.

Последовательно подставляем каждое из этих чисел в уравнение и убеждаемся, что число минус два является одним из корней данного уравнения.

Теперь с помощью теоремы 1 мы можем представить многочлен, стоящий в левой части уравнения, в виде произведения многочлена второй степени и двучлена икс плюс два. Для этого выполним деление исходного многочлена на двучлен уголком.

Теперь можно записать уравнение, равносильное исходному.

Решить получившееся уравнение уже не составит труда. Оно имеет три корня.

Рассмотрим ещё одно уравнение.

Стоит обратить внимание на то, что коэффициенты этого уравнения симметричны относительно центра уравнения. Уравнения подобного вида называются возвратными.

Вернёмся к рассматриваемому уравнению.

Чтобы решить его разделим обе части уравнения на икс в квадрате. Стоит обратить внимание, что делить мы можем, только удостоверившись, что икс не равен нулю, то есть что число нуль не является корнем уравнения.

Сгруппируем первое и последнее слагаемое левой части уравнения, а также второе и четвертое.

Вынесем из первой скобки общий множитель два, а из второй общий множитель три.

Далее выполним замену переменной.

Найдем значение игрек в квадрате и раскроем скобки, используя формулу квадрата суммы.

Таким образом, получаем.

Подставим полученные выражения в уравнение.

Раскроем скобки, приведём подобные члены и получим знакомое нам квадратное уравнение, корнями которого являются числа минус один и две целые пять десятых.

Выполним обратную замену.

Чтобы избавиться от дробных чисел, умножим обе части первого уравнения на икс, а обе части второго уравнения на два икс. Затем в обоих уравнениях перенесём все члены в левую часть.

Решим получившиеся квадратные уравнения. Первое уравнение не имеет корней, а корнями второго являются числа нуль целых пять десятых и два.

Значит, исходное уравнение имеет два корня. Запишем ответ.