**Урок 28. Формула суммы первых *n* членов арифметической прогрессии**

Напомним, что арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом *d*. Число d называют разностью арифметической прогрессии.

Зная первый член и разность, можно найти любой член арифметической прогрессии по его номеру. Это позволяет сделать формула n-го члена.

Мы выяснили, что последовательность является арифметической прогрессией **тогда и только тогда**, когда каждый член, начиная со второго, равен среднему арифметическому предыдущего и последующего членов. Это свойство арифметической прогрессии называется её **характеристическим свойством**.

Более того, любой член арифметической прогрессии, равен не только среднему арифметическому своих непосредственных соседей, но и среднему арифметическому членов прогрессии, находящихся от него на одинаковом расстоянии. Например, 10-й член арифметической прогрессии равен среднему арифметическому 9-го и 11-го членов, а также 8-го и 12-го, 7-го и 13-го, … 1-го и 19-го.

Обозначим сумму первых n членов арифметической прогрессии как эс энное и запишем эту сумму дважды.

Первый раз – в порядке возрастания номеров членов, во втором случае в порядке убывания.

Сумма каждой пары членов прогрессии, расположенных друг под другом, равна сумме первого и n-го её членов.

Число таких пар равно n. Поэтому , складывая почленно равенства 1 и 2, получаем…

Разделим обе части полученного равенства на 2 и получим формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии

Вернёмся к задаче, которую мы решали в начале урока. Найдём сумму всех трёхзначных числе, кратных восьми.

Заметим, что эти числа образуют арифметическую прогрессию с разностью 8.

Первый член – наименьшее трёхзначное число, кратное восьми, 104.

Как известно, на 8 делится число 1000, но оно четырёхзначное. Отнимая от тысячи восемь, получим наибольшее трёхзначное число, кратное восьми, - число 992. Это n-й член данной арифметической прогрессии.

По формуле n-го члена найдём число n – номер этого члена.

Таким образом, сумма всех кратных восьми трёхзначных чисел равна сумме первых 112-ти членов данной арифметической прогрессии.

Конечно, последнее действие придётся выполнить в столбик, но это единственное трудоёмкое вычисление при сложении 112-ти трёхзначных чисел.

По полученной формуле можно находить сумму n первых членов арифметической прогрессии, если известны её первый и n-й члены и количество членов. Но далеко не всегда нам известен n -й член.

Воспользуемся формулой n – го члена арифметической прогрессии и выведем ещё одну формулу суммы – через первый член и разность арифметической прогрессии

Найдём сумму первых 97-ми чисел натурального ряда, кратных 11-ти.

Заметим, что эти числа образуют арифметическую прогрессию с первым членом 11 и разностью 11.

Сумма первых 97-ми чисел натурального ряда, кратных 11-ти, равна сумме первых 97-ми членов этой арифметической прогрессии.

Сумма первых 20-ти членов арифметической прогрессии равна –2040, её первый член равен 2,5. Найдём её разность.

Запишем формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии,

подставим в неё известные величины,

решим полученное уравнение.

Разность арифметической прогрессии равна –11.