**Урок 3. Свойства функций**

На прошлых уроках мы изучили понятия функция, график функции, область определения и область значений функции.

По графику функции можно определять и другие свойства функции. Рассмотрим их.

Нули функции.

Не трудно догадаться что мы будем рассматривать при каких значениях икс функция обращается в нуль. То есть, нулями функции называют значения аргумента, при которых функция обращается в нуль.

Рассмотрим на примере.

На экране изображен график функции. Он пересекает ось абсцисс в четырех точках. Найдем координаты этих точек. Первая точка имеет координаты минус два нуль, вторая – один нуль, третья – четыре нуль и четвертая – семь нуль. То есть у всех этих точек ордината равна нулю, а абсциссы имеют разные значения.

Можем записать, что наша функция равна нулю при икс равном минус двум, икс равном одному, икс равном четырем и икс равном семи. То есть, нулями нашей функции являются числа минус два, один, четыре и семь.

Также нули функции можно находить по формуле, с помощью которой задана функция.

Найдем нули функции, заданной формулой.

Для этого составим соответствующее уравнение игрек равен нулю. Решив его, мы найдем значения икс, при которых функция равна нулю, то есть нули функции. Получаем икс равен нулю или двум. Нулями данной функции являются числа нуль и два.

Любая ли функция будет иметь нули?

Для ответа на этот вопрос рассмотрим функцию игрек равен икс в квадрате плюс два. Квадрат любого числа есть число неотрицательное. Прибавляя к неотрицательному числу два, получим число положительное. Значит, график этой функции не пересекает ось абсцисс ни в одной точке.

Таким образом, не любая функция имеет нули функции.

Вернемся к первому примеру. По графику видно, что аргумент икс принимает значения от минус пяти до восьми. Значит областью определения функции является промежуток от минус пяти до восьми.

Нули функции разбивают область определения функции на несколько промежутков. Определите, какой знак имеют значения функции на каждом из промежутков.

На промежутках от минус пяти до минус двух, от одного до четырех и от семи до восьми график функции расположен выше оси абсцисс, значит, функция принимает на этих промежутках положительные значения. Запишем это следующим образом: игрек принимает положительные значения при икс, принадлежащем объединению промежутков от минус пяти до минус двух, от одного до четырех и от семи до восьми, включая минус пять и восемь. На промежутках от минус двух до одного и от четырех до семи график функции расположен ниже оси абсцисс, следовательно, функция на этих промежутках принимает отрицательные значения. Запишем это так: игрек принимает отрицательные значения при икс, принадлежащем объединению промежутков от минус двух до одного и от четырех до семи.

Таким образом, промежутки в которых функция принимает значения только одного знака, называют промежутками знакопостоянства функции.

Выясним теперь, как изменяются (увеличиваются или уменьшаются) значения данной функции с изменением икс от минус пяти до восьми.

На графике видно, что с возрастанием икс от минус пяти до нуля и от двух целых пяти десятых до пяти значения игрек уменьшаются. А с возрастанием икс от нуля до двух целых пяти десятых и от пяти до восьми значения игрек увеличиваются.

Говорят, что в промежутках от минус пяти до нуля и от двух целых пяти десятых до пяти функция является убывающей, а на промежутках от нуля до двух целых пяти десятых и от пяти до восьми – возрастающей.

Запишем определения.

Функция называется возрастающей в некотором промежутке, если большему значению аргумента из этого промежутка соответствует большее значение функции. Другими словами, функцию игрек равен эф от икс называют возрастающей, если для любых икс один и икс два из этого промежутка, таких что икс два больше икс один, выполняется неравенство эф от икс два больше чем эф от икс один. Функция называется убывающей в некотором промежутке, если большему значению аргумента из этого промежутка соответствует меньшее значение функции. Другими словами, функцию игрек равен эф от икс называют убывающей, если для любых икс один и икс два из этого промежутка, таких что икс два больше икс один, выполняется неравенство эф от икс два меньше чем эф от икс один.

Если функция возрастает на всей области определения, то ее называют возрастающей функцией, а если убывает, то убывающей функцией.

Обычно термины «возрастающая функция», «убывающая функция» объединяют общим названием монотонная функция

На рисунке изображен график функции игрек равен эф от икс, где икс принимает значения из промежутка от минус семи до пяти, включая минус семь и пять. Укажите промежутки, в которых функция возрастает, и промежутки, в которых она убывает.

Таким образом, сегодня мы рассмотрели следующие свойства функций: нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки монотонности функции. Давайте ещё раз вспомним эти понятия.

*Нули функции* это значения аргумента, при которых функция обращается в нуль. *Промежутки знакопостоянства функции* это промежутки из области определения, на которых функция сохраняет знак (либо положительна, либо отрицательна). *Промежутки монотонности функции* это такие промежутки из области определения, на которых функция либо возрастает, либо убывает.

Опишите свойства функции игрек равен минус два икс плюс три. Удобнее определять свойства функции по графику. Поэтому построим график заданной функции.

Нам дана линейная функция, графиком которой является прямая. Для построения прямой достаточно знать координаты двух точек. Определим их. Значение функции при икс равном нулю равно трем. При икс равном двум значений функции равно минус одному. Проведем прямую через эти точки.

Опишем свойства заданной функции. Областью определения функции является множество всех действительных чисел. Областью значений функции также является множество всех действительных чисел. Найдем нули функции. При определении их по графику мы можем получить неточные значения. Поэтому найдем их по формуле, задающей данную функцию. Находим нули функции из линейного уравнения. Решив его, получаем значение икс, равное одной целой пяти десятым. То есть функция равна нулю при икс равном одной целой пяти десятым.

Запишем промежутки знакопостоянства. Функция принимает положительные значения на промежутке от минус бесконечности до одной целой пяти десятых, не включая концы. И отрицательные значения на промежутке от одной целой пяти десятых до плюс бесконечности, не включая концы.

Что касается промежутков монотонности функции, то по графику видно, что функция убывает на всей области определения. Так и запишем.