**Урок 30. Свойство геометрической прогрессии**

Напомним, что геометрической прогрессией называется последовательность ненулевых чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число. Это число называют знаменателем геометрической прогрессии.

Из определения геометрической прогрессии следует, что отношение любого её члена, начиная со второго, к предыдущему члену равно её знаменателю, причём знаменатель геометрической прогрессии отличен от нуля.

Зная первый член и знаменатель, можно найти любой член геометрической прогрессии по его номеру. Это позволяет сделать формула n-го члена.



Свойство геометрической прогрессии.

Квадрат каждого члена геометрической прогрессии, начиная со второго, равен произведению предыдущего и последующего её членов.

Верно и обратное утверждение: если в последовательности ненулевых чисел квадрат каждого члена, начиная со второго, равен произведению предыдущего и последующего членов, то последовательность является геометрической прогрессией.

Таким образом, мы получили, что последовательность ненулевых чисел является геометрической прогрессией **тогда и только тогда**, когда квадрат каждого её члена, начиная со второго, равен произведению предыдущего и последующего членов. Это свойство геометрической прогрессии называется её **характеристическим свойством**.

Заметим, что при этом модуль каждого члена геометрической прогрессии, начиная со второго, равен арифметическому квадратному корню из произведения предыдущего и последующего

членов, а значит и корню из произведения их модулей.

Корень из произведения двух положительных чисел называется средним геометрическим этих чисел.

Таким образом, модуль каждого члена геометрической прогрессии, начиная со второго, равен среднему геометрическому модулей предыдущего и последующего

членов. Возможно, именно это свойство и дало название последовательности – **геометрическая** прогрессия.

Вернёмся к задаче, которую мы решали в начале урока. В геометрической прогрессии третий член равен 75, пятый 3. Найти модуль четвёртого её члена.

По характеристическому свойству геометрической прогрессии квадрат её четвёртого члена равен произведению третьего и пятого членов.

Тогда модуль четвёртого члена равен арифметическому квадратному корню из произведения третьего и пятого членов. Разложим число 75 на множители и найдём корень из произведения.

Можно доказать, что квадрат любого члена геометрической прогрессии, начиная с некоторого, равен не только произведению своих непосредственных соседей, но и произведению членов прогрессии, находящихся от него на одинаковом расстоянии.

Например, квадрат 10-го члена геометрической прогрессии равен произведению 9-го и 11-го членов, а также 8-го и 12-го, 7-го и 13-го, … 1-го и 19-го.

В геометрической прогрессии 23-й член равен минус 27, а 45-й – минус 3. Модуль какого члена геометрической прогрессии равен среднему геометрическому модулей данных членов прогрессии? Найдите этот член прогрессии.

Заметим, что точно посередине между 23-м и 45-м членами арифметической прогрессии находится 34-й её член, поэтому его модуль равен среднему геометрическому модулей 23-го и 45-го членов.