**Урок 31. Формула суммы первых *n* членов геометрической прогрессии**

Напомним, что геометрической прогрессией называется последовательность ненулевых чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число. Это число называют знаменателем геометрической прогрессии. Из определения следует, что знаменатель геометрической прогрессии отличен от нуля.

Зная первый член и знаменатель, можно найти любой член геометрической прогрессии по его номеру. Это позволяет сделать формула n-го члена.

Мы выяснили, что последовательность является геометрической прогрессией **тогда и только тогда**, когда квадрат каждого её члена, начиная со второго, равен произведению предыдущего и последующего членов. Это свойство геометрической прогрессии называется её **характеристическим свойством**.

Более того, квадрат любого члена геометрической прогрессии, начиная с некоторого, равен не только произведению своих непосредственных соседей, но и произведению членов прогрессии, находящихся от него на одинаковом расстоянии.

Например, квадрат 10-го члена геометрической прогрессии равен произведению 9-го и 11-го членов, а также 8-го и 12-го, 7-го и 13-го, … 1-го и 19-го.

Обозначим сумму первых n членов геометрической прогрессии как эс энное и запишем эту сумму.

Умножим полученное равенство на знаменатель прогрессии q.

Учитывая, что  , получаем равенство 2.

Вычитаем из равенства 2 равенство 1.

При q, не равном единице, делим обе части равенства на q минус 1 и получаем формулу суммы n первых членов геометрической прогрессии.

Вернёмся к задаче, которую мы решали в начале урока. Найдём количество зёрен, которые попросил в награду у принца создатель шахмат: на первую клетку шахматной доски он просил положить одно зерно, на каждую следующую в два раза больше зёрен, чем на предыдущую.

Заметим, что эти числа образуют геометрическую прогрессию с первым членом 1 и знаменателем 2. В этой прогрессии 64 члена – по количеству клеток на шахматной доске. На последнюю клетку нужно было положить 2 в 63-й степени зёрен.

А общее количество зёрен равно сумме первых 64-х членов данной геометрической прогрессии.

Вычислим приближённо массу всего зерна. Заметим, что 2 в десятой степени равно 1024, округлим до 1000. Тогда в награду изобретателю нужно дать 16, умноженное на 10 в 18-й степени зёрен.

Масса одного пшеничного зерна составляет примерно 0,06 грамма.

Масса всех зёрен должна составить примерно 10 в 12-й степени тонн, то есть триллион тонн. Однако, такого количества пшеницы не собрало человечество за все годы своего существования.

По полученной формуле можно находить сумму n первых членов геометрической прогрессии, если известны её первый и n-й члены, знаменатель и количество членов. Но далеко не всегда нам известен n -й член. И не обязательно его находить.

Воспользуемся формулой n – го члена геометрической прогрессии и выведем ещё одну формулу суммы первых n членов – через первый член и знаменатель геометрической прогрессии.

Найдём сумму первых семи членов геометрической прогрессии с первым членом 4400 и знаменателем –0,1.

Сумма первых шести членов геометрической прогрессии равна 364, её знаменатель равен 3. Найдём первый член.

Запишем формулу суммы n первых членов геометрической прогрессии,

подставим в неё известные величины,

решим полученное уравнение.

Первый член геометрической прогрессии равен 1.