**Урок 32. Метод математической индукции**

Мы научились находить сумму большого количества чисел, кратных, например, числу 7.

Мы научились находить сумму большого количества слагаемых – степеней числа 2. А чему равна сумма квадратов первых трёхсот натуральных чисел?

За двести с лишним лет до нашей эры великий греческий учёный Архимед вывел формулу: сумма квадратов первых n натуральных чисел равна…

По этой формуле не составит большого труда найти сумму квадратов натуральных чисел от 1 до 300. Выполнив два умножения в столбик, получим 9 миллионов 45 тысяч пятьдесят.

Но как доказать, что эта формула верна для любого натурального числа n?

Проверим, верна ли формула при n равном единице. В левой части одно слагаемое, оно равно единице. В правой части в числителе дроби получаем 6, дробь равна 1.

При n равном единице формула верна.

Теперь предположим, что формула верна при n равном k,

и докажем, что она верна при n равном k+1.

Во-первых, упростим правую часть равенства.

В левой части воспользуемся предположением и заменим сумму первых k слагаемых дробью,

потом приведём дроби к общему знаменателю и вынесем в числителе общий множитель k+1 за скобки.

Выражение в скобках упростим и разложим на множители.

Мы привели обе части формулы для n равного k+1 к одному и тому же виду, то есть утверждение для n равного k+1 верно.

Итак, мы доказали, что если формула верна для какого-либо натурального числа k , то она верна и для следующего за ним натурального числа k+1. Так как формула верна для n равного 1, то она верна и для n равного двум. А так как она верна для n равного двум, то она верна и для следующего натурального числа n равного трём, и так далее до бесконечности.

Применённый метод доказательства называется методом математической индукции.

Он основан на принципе математической индукции:

Утверждение верно при любом натуральном , если выполняются два условия: Первое.утверждение верно при 

Второе. из того, что утверждение верно для  следует, что оно верно для 

Докажем, что при любом натуральном n число  кратно 7, то есть делится на 7.

При n равном единице  равно 14. 14 кратно семи. При n равном единице утверждение верно.

Теперь предположим, что утверждение верно при n равном k,

и докажем, что оно верно при n равном k+1.

Выполним преобразования. В первом слагаемом есть множитель 14, поэтому оно делится на 14. Второе слагаемое делится на 14 по предположению. Поэтому и вся сумма делится на 14,

то есть утверждение при n равном k+1 верно.

Тогда в силу принципа математической индукции утверждение  кратно 7 верно при любом натуральном n.