**Урок 35. Размещения**

Пусть имеется 4 шара и 3 пустые ячейки. Обозначим шары буквами А Бэ Цэ Дэ. В каждую ячейку можно поместить по одному шару из этого набора.

Если мы поместим шар А в первую ячейку, шар Бэ во вторую ячейку, а шар Цэ в третью ячеку, то получим одну из упорядоченных троек шаров.

Выбирая по-разному шары для первой, второй и третьей ячеек, будем получать различные упорядоченные тройки шаров

Каждую упорядоченную тройку, которую можно составить из четырех элементов, называют размещением из четырех элементов по три

Определение:

Размещением из эн элементов по ка называется любое множество, состоящее из любых ка элементов, взятых в определенном порядке из данных Эн элементов.

Число размещений из n элементов по k обозначают "а из эн по ка".

Составим из элементов а, бэ, цэ, дэ все размещения по три элемента. Выпишем сначала те размещения, которые начинаются с элемента А

затем те, которые начинаются с элемента Бэ

с элемента Цэ

с элемента дэ

Из составленной таблицы видно, что А из четырех по три равно 24

Число размещений из четырех элементов по три можно найти, не выписывая самих размещений. Будем рассуждать так.

Первый элемент можно выбрать четырьмя способами, так как им может быть любой из четырех элементов.

Для каждого выбранного первого элемента можно тремя способами выбрать из трех оставшихся второй элемент

Наконец, для каждых первых двух элементов можно двумя способами выбрать из двух оставшихся третий элемент.

В результате получаем, что А из четырех по три равно 24

С помощью тех же рассуждений нетрудно посчитать, сколько можно составить размещений из эн элементов по ка при ка меньше эн.

Первый элемент можно выбрать эн способами

Так как после этого останется эн минус один элементов,

то для каждого выбора первого элемента можно эн минус один способами выбрать второй элемент

Далее, для каждого выбора первых двух элементов можно эн минус два способами выбрать третий элемент из эн минус два оставшихся

и так далее.

Наконец, для каждого выбора первых ка минус один элементов можно эн минус ка минус один способами выбрать катый элемент из оставшихся.

Значит, а из эн по ка равно

Раскроем скобки

Умножим и разделим правую часть этого равенства на эн минус ка факториал

Заменим эн минус ка факториал произведением и расположим множители в порядке возрастания

В числителе дроби записано произведение всех натуральных чисел от единицы до эн. Это произведение равно эн факториал

Мы получили формулу для вычисления числа размещений из эн элементов по к при ка меньше эн.

Формула верна и в том случае, когда ка равно эн, если условиться считать, что ноль факториал равно 1

Заметим, что размещения из эн элементов по эн отличаются друг от друга только порядком элементов, то есть представляют собой перестановки из эн элементов.

Пример 1

Учащиеся второго класса изучают девять предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было четыре различных предмета?

Любое расписание на один день, составленное из четырех различных предметов, отличается от другого либо набором предметов, либо порядком следования. Значит, в этом примере речь идет о размещениях из девяти элементов по четыре.

Итак, мы нашли, что расписание можно составить три тысячи 2вадцатью четырьмя способами.

Пример 2

Сколько трехзначных чисел без повторения цифр в записи числа можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6?

Если среди семи цифр нет нуля, то число трехзначных чисел, которые можно составить из них, равно числу размещений из Семи элементов по три.

Однако среди данных цифр есть цифра ноль, с которой не может начинаться трехзначное число. Поэтому из числа этих размещений надо исключить те, у которых первым элементом является цифра ноль. Их число равно числу размещений из шести элементов по 2.

Из данных цифр можно составить 180 трехзначных чисел без повторения цифр.