**Урок 49. Умножение вероятностей**

Мы уже знаем, как найти вероятность зависимых событий, то есть несовместных или противоположных.

Рассмотрим, как можно вычислить вероятность события, состоящего в совместном появлении двух независимых событий.

Два события называются независимым, если наступление одного из них не влияет на вероятность наступления другого.

Рассмотрим пример

Пусть в одном из двух ящиков находится 15 деталей, из которых 2-е нестандартные, а в другом – 20 деталей, из которых 3 нестандартные. Из каждого ящика наугад вынимают по одной детали. Какова вероятность того, что обе детали окажутся нестандартными?

Рассмотрим такие события:

А – из первого ящика вынимают нестандартную деталь

Б – из второго ящика вынимают нестандартную деталь

Ц – совместное появление событий А и Б

Для события А благоприятными являются два исхода из пятнадцати, а для события Б благоприятными являются три исхода из двадцати

Очевидно, что событие А и Б являются независимыми, то есть наступление события А никак не влияет на наступление события Б.

Общее число равновозможных исходов испытания для события Ц равно произведению количества равновозможных исходов для событий А и Б

Благоприятными для события Ц являются исходы, при которых обе вынутые детали являются нестандартными.

Каждому из двух возможных извлечений нестандартной детали из первого ящика соответствует три возможности извлечения нестандартной детали из второго ящика, то есть число благоприятных исходов для события Ц, равно 2·3.

Тогда вероятность события Ц рассчитывается следующим образом.

Вообще, если событие Ц означает совместное наступление двух независимых событий А и Б, то вероятность события Ц равна произведению вероятностей событий А и Б

Решим задачу

В непрозрачном пакете лежат 9 жетонов с номерами от одного до девяти включительно. Из пакета наугад вынимают один жетон, записывают его номер и жетон возвращают в пакет. Затем опять вынимают жетон и записывают его номер. Какова вероятность того, что оба раза будут вынуты жетоны, номера которых являются простыми числами?

Пусть событие А состоит в том, что в первый раз вынут жетон, номер которого является простым числом, а событие Б в том, что во второй раз вынут жетон, номер которого является простым числом. Тогда вероятность событий и А и Б равна четырем девятым, так как из имеющихся чисел четыре числа являются простыми.

Событие Ц состоит в том, что оба раза вынуты жетоны, номера которых являются простыми числами.

Так как жетонов 9, то и равновозможных исходов тоже 9.

Благоприятных исходов для извлечения жетона с простым числом и в первой и во второй попытке – четыре.

Вероятность событий А и Б одинаковая

Тогда вероятность двух независимых событий равна произведению вероятностей каждого события.

При возвращении жетона в пакет, событие Б не зависит от события А, так как на повторное извлечение жетона не влияет то, какой жетон был вынут в первый раз.

Если бы после первого извлечения жетон не возвращался обратно, то события А и Б были бы зависимыми.

Так как если в первый раз извлекли жетон, номер которого простое число, то вероятность извлечь жетон с простым числом во второй попытке станет равной трем восьмым.

Если же в первый раз будет извлечен жетон, номер которого не простое число, то вероятность извлечь простое число во второй попытке будет равна четырём девятым

Рассмотрим еще один пример.

В результате многократных наблюдений установили, что вероятность попадания в мишень одного стрелка ноль целых девять десятых, а другого ноль целых восемь десятых. Каждый из стрелков сделал по одному выстрелу по мишени. Какова вероятность того, что мишень будет поражена?

Попадание или промах первого стрелка никак не влияет на результат второго стрелка, то есть события А и Б – независимые.

Но событие Ц – поражение мишени, наступает и тогда, когда в мишень попал хотя бы один стрелок.

В этом случае умножением вероятностей воспользоваться нельзя

Поступим следующим образом. Рассмотрим противоположные события.

Промах первого и второго стрелка – независимые события. И событие «мишень не поражена» означает совместное появление событий а с чертой и б с чертой

В этом случае можно воспользоваться формулой умножения вероятностей.

Вероятность промаха первого стрелка одна десятая

Вероятность промаха второго стрелка две десятых

Вероятность промаха обоих стрелков, то есть мишень не поражена - две сотых.

Тогда вероятность события мишень поражена, как противоположного равна девяносто восьми сотым.