**Урок 6. Функция *y* = *ax*², её график и свойства**

Одной из важных функций, к изучению которой мы переходим, является квадратичнаяфункция. Сформулируем определение. Квадратичной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида игрек равен а икс в квадрате плюс бэ икс, плюс цэ, где икс – независимая переменная или аргумент функции, а, бэ, цэ – некоторые числа, причем а неравно нулю.

Изучение квадратичной функции начнём с частного случая игрек равен а икс в квадрате. При а равном одному формула игрек равен а икс в квадрате принимает вид игрек равен икс в квадрате. С этой функцией вы уже знакомы. Её графиком является парабола.

Изобразим график функции схематично и обратим внимание на некоторые её свойства. Возможны два случая изображения графика. Если коэффициент а больше нуля, то ветви параболы направлены вверх. И если коэффициент а меньше нуля, то ветви параболы направлены вниз. Областью определения в обоих случаях является множество действительных чисел. Область значений в первом случае равна промежутку от нуля до плюс бесконечности, включая нуль. Во втором случае промежутку от минус бесконечности до нуля, включая нуль.

Функция такого вида обращается в нуль только при икс равном нулю. График будет пересекать ось абсцисс в одной точке. Запишем это свойство. Если икс равен нулю, то игрек равен нулю. График функции всегда проходит через начало координат. Если же икс неравен нулю, то график расположен выше оси икс или ниже оси икс. Заметим, что противоположным значениям аргумента соответствуют равные значения функции. Иными словами, график функции симметричен относительно оси игрек. Значит, ось игрек является осью симметрии параболы. Точку пересечения параболы с осью симметрии называют вершиной параболы.

Опишем промежутки монотонности. Если а положительно, то функция убывает в промежутке от минус бесконечности до нуля, включая нуль, и возрастает в промежутке от нуля до плюс бесконечности, включая нуль.

Если а отрицательно, то функция возрастает в промежутке от минус бесконечности до нуля, включая нуль, и убывает в промежутке от нуля до плюс бесконечности.

По графику видно, что в первом случае функция имеет наименьшее значение нуль при икс равном нулю. А наибольшего значения нет. Во втором случае функция имеет наибольшее значение равное нулю при икс равном нулю. А наименьшего значения не имеет.

Таким образом, мы рассмотрели свойства функции вида игрек равен а икс в квадрате.

Потренируемся строить график такой функции. Изобразим в одной координатной плоскости графики следующих функций игрек равен минус одна вторая икс в квадрате и игрек равен ода вторая икс в квадрате.

Составим таблицу значений для первой функции.

Для этого возьмем значение аргумента, равное минус двум. Значение функции будет минус два. При икс равном минус одному игрек равен минус одной второй. При икс равном нулю игрек равен нулю. При икс равном одному игрек равен минус одной второй. При икс равном двум, игрек равен минус двум.

Обратите внимание, противоположным значениям аргумента действительно соответствуют одинаковые значения функции. Отметим полученные пять точек на координатной плоскости. Соединим их плавной линией. Получим параболу, ветви которой направлены вниз.

Составим таблицу значений для второй функции с теми же значениями аргумента. Для значения аргумента, равного минус двум значение функции равно двум. При икс равном минус одному игрек равен одной второй. При икс равном нулю игрек равен нулю. При икс равном одному игрек равен одной второй. При икс равном двум, игрек равен двум. Нанесём на координатную плоскость полученные точки. Соединим их плавной линией. Получим параболу, ветви которой направлены вверх.

Получили два графика. Нетрудно заметить, что они симметричны относительно оси икс.

Сделаем вывод. График функции игрек равен минус эф от икс можно получить из графика функции игрек равен эф от икс с помощью симметрии относительно оси икс.

Рассмотрим ещё один пример. Построим в одной системе координат графики функций игрек равен икс в квадрате, игрек равен двум икс в квадрате и игрек равен одной второй икс в квадрате.

График функции игрек равен икс в квадрате мы строили ранее много раз. Составим таблицу значений и построим параболу.

Составим таблицу значений для функции два икс в квадрате с теми же значениями аргумента. Построим параболу два икс в квадрате. Осталось изобразить график функции игрек равен одной второй икс в квадрате. Составим таблицу значений с теми же значениями икс. Отметим точки и проведем параболу.

Заметим, что график функции два икс в квадрате можно получить из графика функции игрек равен икс в квадрате растяжением от оси абсцисс. А график функции игрек равен одной второй икс в квадрате путем сжатия к оси абсцисс.

Сделаем вывод. График функции игрек равен а эф от икс можно получить из графика функции игрек равен эф от икс с помощью растяжения от оси икс в а раз, если а больше одного, и с помощью сжатия к оси икс в один делённое на а раза, если а больше нуля, но меньше одного.

Сегодня на уроке мы изучили частный случай квадратичной функции игрек равен а икс в квадрате. Выяснили, что её графиком является парабола, ветви которой направлены вверх, если а больше нуля и вниз, если а меньше нуля.

Узнали правила преобразований графика функции, которые используются при построении графика игрек равен а икс в квадрате. Запишем в общем виде. График функции игрек равен минус эф от икс симметричен относительно оси О*х*. График функции а эф от икс можно получить растяжением графика игрек равен эф от икс от оси о икс в а раз, если а больше одного. И сжатием к оси о икс, если а больше нуля, но меньше одного.