**Урок 8. График функции *y* = *a*(*x* – *m*)²**

На прошлых уроках мы рассмотрели два частных случая квадратичной функции: игрек равен а икс в квадрате и игрек равен а икс в квадрате плюс эн. Сегодня мы изучим третий частный случай игрек равен а умножить на квадрат икс минус эм.

Для того чтобы установить взаимосвязь между графиками функций игрек равен а икс в квадрате и игрек равен а умножить на квадрат икс минус эм, изобразим в одной координатной плоскости графики следующих функций: игрек равен три икс в квадрате, игрек равен три умножить на квадрат икс плюс два и игрек равен три умножить на квадрат икс минус два. Составим таблицы значений для каждой функции. Возьмём значения аргумента минус два, минус один, нуль, один и два. Чтобы найти значения переменной игрек, подставим каждое значение икс в формулу. Значения функции игрек равен три икс в квадрате соответственно равны двенадцати, трём, нулю, трём и двенадцати. Получаем точки с координатами минус два двенадцать, минус один три, нуль нуль, один три, два двенадцать. Построим параболу три икс в квадрате.

Построим график функции три умножить на квадрат икс плюс два. В этом случае эм равно минус двум. Значения функции найдём для икс равного минус четыре, минус три, минус два, минус один и нуль. При икс равном минус четырём значение функции равно двенадцати. При икс равном минус трём равно трём. При икс равном минус двум равно нулю. При икс равном минус одному равно трём и при икс равном нулю равно двенадцати. Получили точки с координатами минус четыре двенадцать, минус три три, минус два нуль, минус один три и нуль двенадцать. Соединим эти точки и получим график функции три умножить на квадрат икс плюс два.

Изобразим последний график игрек равен три умножить на квадрат икс минус два. Значения этой функции найдём при икс равном нулю, одному, двум, трём и четырём. Соответственно получим значения двенадцать, три, нуль, три и двенадцать. Отметим точки с координатами нуль двенадцать, один три, два нуль, три три, четыре двенадцать. Проведём параболу три умножить на квадрат икс минус два.

Посмотрим внимательно на полученные графики функций.

Заметим, что график функции игрек равен три умножить на квадрат икс плюс два можно получить с помощью параллельного переноса вдоль оси икс графика три икс в квадрате на два единичных отрезка влево и эм равно минус двум. А график функции игрек равен три умножить на квадрат икс минус два с помощью параллельного переноса вдоль оси икс параболы три икс в квадрате на два единичных отрезка вправо, эм равно двум.

Сделаем вывод. График функции игрек равен а умножить на квадрат икс плюс эм является параболой, которую можно получить из графика функции игрек равен а икс в квадрате с помощью параллельного переноса вдоль оси икс на эм единиц вправо, если эм больше нуля, или на минус эм единиц влево, если эм меньше нуля.

Так как выполняется параллельный перенос вправо на эм единиц или влево на минус эм единиц, то вершина параболы а умножить на квадрат икс минус эм будет иметь координаты эм, нуль.

Рассмотрим пример. Используя шаблон параболы игрек равен икс в квадрате, постройте график функции игрек равен икс плюс три всё в квадрате.

Сначала построим шаблон. Составим таблицу значений проведём параболу икс в квадрате. Это мы делали не один раз.

Построим график функции игрек равен икс плюс три всё в квадрате. Так как эм равно минус трём и меньше нуля, то перенесём ключевые точки графика икс в квадрате на три единицы влево. Проведём через полученные точки параболу. Получили график функции игрек равен икс плюс три всё в квадрате с вершиной в точке минус три нуль.

Объединим два частных случая и рассмотрим график функции игрек равен а умножить на квадрат икс минус эм плюс эн. График этой функции является параболой, которую можно получить из графика функции а икс в квадрате с помощью двух параллельных переносов: сдвига вдоль оси икс на эм единиц вправо, если эм больше нуля, или на минус эм единиц влево, если эм меньше нуля, и сдвига вдоль оси игрек на эн единиц вверх, если эн больше нуля, или на минус эн единиц вниз, если эн меньше нуля.

Заметим, что производить параллельные переносы можно в любом порядке: сначала выполнить параллельный перенос вдоль оси икс, а затем вдоль оси игрек или наоборот.

Приведём пример. Используя шаблон параболы игрек равен икс в квадрате, постройте график функции игрек равен разности квадрата икс минус три и двух.

Изобразим параболу игрек равен икс в квадрате. Заметим, что у заданной функции эм равно трём и больше нуля. Значит сдвинем точки шаблона на три единицы вправо. Эн равно минус двум и меньше нуля, значит сдвинем полученный график на две единицы вниз. Получили график функции игрек равен разности квадрата икс минус три и двух. Координаты вершины параболы три, минус два.

Для построения графика функции игрек равен разности квадрата икс минус три и двух мы использовали два вспомогательных графика.

Можно ли обойтись без них?

Заметим, что графиком функции игрек равен разности квадрата икс минус три и двух является та же парабола, что служила графиком функции игрек равен икс в квадрате, только вершина переместилась из начала координат в точку три минус два. Поэтому можно сделать так: перейти к вспомогательной системе координат с началом в точке три минус два. Для этого построим пунктиром прямые икс равен трём и игрек равен минус двум. В этой вспомогательной системе координат построим шаблон парабола игрек равен икс в квадрате, то есть «привяжем» график функции игрек равен икс в квадрате к новой системе координат и в итоге получим требуемый график.

Подведём итог. Сегодня на уроке мы рассмотрели ещё один частный случай квадратичной функции и его график. Это парабола, которую можно получить из из графика функции игрек равен а икс в квадратес помощью параллельного переноса вдоль оси икс на эм единиц вправо, если эм больше нуля, или на минус эм единиц влево, если эм меньше нуля. Вершина будет иметь координаты эм нуль.

Объединив два частных случая, выяснили, что график функции игрек равен а умножить на квадрат икс минус эм плюс эн. является параболой, которую можно получить из графика функции а икс в квадрате с помощью двух параллельных переносов: сдвига вдоль оси икс на эм единиц вправо, если эм больше нуля, или на минус эм единиц влево, если эм меньше нуля, и сдвига вдоль оси игрек на эн единиц вверх, если эн больше нуля, или на минус эн единиц вниз, если эн меньше нуля.

При этом производить параллельные переносы можно в любом порядке.

Так же мы рассмотрели способ построения графика функции с помощью вспомогательной системы координат.