**Урок 9. Построение графика квадратичной функции**

На прошлых уроках мы подробно рассмотрели частные случаи квадратичной функции: игрек равен а икс в квадрате, игрек равен а икс в квадрате плюс эн и игрек равен а умножить на квадрат икс минус эм. При этом последние два получаются параллельным переносом из первого случая. Игрек равен а икс в квадрате плюс эн сдвигом вдоль оси игрек на эн единиц вверх, если эн больше нуля, или на эн единиц вниз, если эн меньше нуля. Функция игрек равен а умножить на квадрат икс минус эм получается с помощью сдвига вдоль оси икс на эм единиц вправо, если эм больше нуля, или на эм единиц влево, если эм меньше нуля.

Так же мы получили график функции игрек равен а умножить на квадрат икс минус эм плюс эн с помощью двух параллельных переносов, который можно производить в любом порядке.

Известно, что графиком любой квадратичной функции является парабола. При изображении графика важно знать координаты вершины параболы.

Мы говорили, что парабола игрек равен а умножить на квадрат икс минус эм плюс эн имеет вершину с координатами эм, эн. Как же определить координаты вершины параболы, которая является графиком квадратичной функции, записанной формулой общего вида?

Так как мы умеем находить вершину параболы игрек равен а умножить на квадрат икс минус эм плюс эн, то попробуем привести квадратичную функцию к данному виду. Запишем правую часть и выделим из неё квадрат двучлена. Вынесем а за скобки. Второе слагаемое в скобках представим в виде удвоенного произведения. Тогда второе выражение равно бэ делённое на два а. Добавим и отнимем квадрат второго выражения. Выделим квадрат суммы. После упрощения получаем выражение.

Мы получили формулу вида а умножить на квадрат икс минус эм плюс эн. Значит можем записать следующие равенства: эм равно минус бэ делённое на два а. Эн равно минус дробь в числителе которой бэ в квадрате минус четыре а цэ, в знаменателе четыре а.

Значит, график квадратичной функции есть парабола, которую можно получить из графика функции игрек равен а икс в квадрате с помощью двух параллельных переносов – сдвига вдоль оси икс и сдвига вдоль оси игрек. Вершина параболы имеет координаты эм, эн. При этом эм равно минус бэ делённое на два а. Эн равно минус дробь в числителе которой бэ в квадрате минус четыре а цэ, в знаменателе четыре а.

Осью симметрии параболы служит прямая икс равен эм, параллельная оси игрек.

Найдём координаты вершины параболы игрек равен минус два икс в квадрате плюс пять икс минус три. Для удобства выпишем коэффициенты квадратного трёхчлена. Вычислим значение эм, подставляя соответствующие значения в формулу минус бэ делённое на два а. Получим эм равно одной целой одной четвёртой. Вычислим эн по формуле. Подставим значения коэффициентов и получим эн равно одной восьмой.

Таким образом, получили координаты вершины параболы: одна целая одна четвёртая, одна восьмая.

Так как прямая икс равен эм является осью симметрии параболы, то ординату вершины параболы можно вычислить без формулы для эн. Подставим значение эм в функцию. Получим, значение игрек равно одной восьмой. Оно совпадает со значением эн.

Значит для того, чтобы найти координаты вершины параболы надо вычислить эм по формуле минус бэ делённое на два а и подставить полученное значение в функцию. Получим значение ординаты вершины.

Запишем алгоритм построения графика квадратичной функции. Первый шаг – определить направление ветвей параболы. Ветви направлены вверх, если коэффициент а положительный. Ветви параболы направлены вниз, если коэффициент а отрицательный. Второй шаг - найти координаты вершины параболы и отметить её на координатной плоскости. Третьим шагом определить ось симметрии икс равен эм. Четвёртый шаг - построить ещё несколько точек, принадлежащих параболе. То есть составить таблицу значений функции с учётом оси симметрии. Последний пятый шаг – соединить полученные точки плавной линией.

Построим график квадратичной функции игрек равен икс в квадрате плюс шесть икс плюс один, придерживаясь полученного алгоритма. Сначала определим направление ветвей параболы. А равно единице, это больше нуля. Значит, ветви параболы направлены вверх. Найдём координаты вершины эм, эн. Вычислим эм по формуле минус бэ делённое на два а. Подставим коэффициенты квадратичной функции. Эм равно мину трём. Вычислим эн, подставив вместо икс в формулу полученное значение эм. Эн равно минус восьми. Отметим на координатной плоскости вершину с координатами минус три, минус восемь. Определим ось симметрии. Это прямая икс равен минус трём. Теперь составим таблицу значений, чтобы получить ещё несколько точек параболы. Возьмём значения икс минус шесть, минус пять, минус четыре, минус два, минус один, нуль. Выбранные значения симметричны относительно оси симметрии. Подставим их в формулу. Получим значения игрек один, минус четыре, минус семь, минус семь, минус четыре и один. Отметим полученные точки на координатной плоскости. Соединим их плавной линией. Получили параболу, которая является графиком функции игрек равен икс в квадрате плюс шесть икс плюс один.