



# Digitale AV-Technik - Aufgabenblatt 04

## Arithmetische Codierung

### Hintergrundinformationen zur Arithmetischen Codierung

Die arithmetische Codierung ist eine Technik zur Datenkomprimierung, bei der ein Symbolstrom als eine einzelne Zahl in einem Intervall  $[0, 1)$  dargestellt wird. Anstatt jedem Symbol eine eindeutige Bitfolge zuzuweisen, repräsentiert die arithmetische Codierung eine Nachricht als eine Kommazahl in einem Intervall, das durch die Wahrscheinlichkeiten der Symbole bestimmt wird.

**Vorgehensweise:**

- 1. Teile das Intervall  $[0, 1)$  in Segmente auf, deren Größe der Wahrscheinlichkeit jedes Symbols entspricht.
- 2. Aktualisiere das Intervall für jedes neue Symbol, das codiert wird.
- 3. Nach der Codierung aller Symbole ergibt sich eine Zahl, die eindeutig die Nachricht beschreibt.

### Aufgabe 1: Intervalle berechnen

Gegeben sind die Symbole und ihre Wahrscheinlichkeiten:

| Symbol | Wahrscheinlichkeit |
|--------|--------------------|
| A      | 0.5                |
| B      | 0.3                |
| C      | 0.2                |

- 1. **Bestimme die Intervalle für jedes Symbol:**
  - Berechne die Intervalle für **A**, **B** und **C** im Intervall  $[0, 1)$  basierend auf ihren Wahrscheinlichkeiten.
- 2. **Codierung der Nachricht "AB":**
  - Verwende die berechneten Intervalle, um die Nachricht "**AB**" zu codieren. Beginne mit dem Intervall  $[0, 1)$  und aktualisiere das Intervall Schritt für Schritt für jedes Symbol.
- 3. **Ausgabe:**
  - Gib das finale Intervall für die Nachricht "**AB**" an und nenne eine Zahl innerhalb dieses Intervalls, die als Codierung für die Nachricht genutzt werden kann.

.....

.....

.....

.....

## Aufgabe 2: Dekodierung eines Codes

Gegeben sei der gleiche Satz von Symbolen und Wahrscheinlichkeiten wie in Aufgabe 1.

1. **Dekodiere den Code 0.325**, der in dem Intervall  $[0, 1)$  liegt, und bestimme die Originalnachricht.
2. Verwende dabei die Intervalle für jedes Symbol, um die Nachricht wiederherzustellen.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## Aufgabe 3: Probleme bei der Implementierung

Teste die in der Vorlesung vorgestellte Implementierung. Funktioniert sie auch für längere Nachrichten? Wenn nicht, was ist das Problem und wie könnte man es beheben?

**Tipp:** Schau dir die [Implementierung von Ahmed Gad](#) an.

.....

.....

.....

.....

# Lösungen von ChatGPT

---

Prüfe ob die Lösungen richtig sind.

## Lösung zu Aufgabe 1

### 1. Berechnung der Intervalle für jedes Symbol:

- Das Intervall  $[0, 1)$  wird basierend auf den Wahrscheinlichkeiten aufgeteilt:
  - **A** hat 0.5: Intervall  $[0, 0.5)$
  - **B** hat 0.3: Intervall  $[0.5, 0.8)$
  - **C** hat 0.2: Intervall  $[0.8, 1)$

Die Intervalle lauten also:

| Symbol | Intervall    |
|--------|--------------|
| A      | $[0, 0.5)$   |
| B      | $[0.5, 0.8)$ |
| C      | $[0.8, 1)$   |

### 2. Codierung der Nachricht "AB":

- Startintervall ist  $[0, 1)$ .
- Das 1. Symbol **A**: Wähle das Intervall für **A**, das von  $[0, 0.5)$  reicht.
- Das 2. Symbol **B**: Wähle innerhalb dieses Intervalls das Segment für **B** (berechne das Teilintervall).
  - Das aktuelle Intervall für **A** ist  $[0, 0.5)$ .
  - Innerhalb dieses Intervalls entspricht **B** dem Segment  $[0.25, 0.4)$  (denn  $0 + (0.5 \times 0.5) = 0.25$  und  $0 + (0.8 \times 0.5) = 0.4$ ).

**Finales Intervall für "AB":**  $[0.25, 0.4)$ .

### 3. Codierungsausgabe:

- Eine mögliche Zahl, die die Nachricht "AB" repräsentiert, ist **0.3**, da diese im Intervall  $[0.25, 0.4)$  liegt.

## Lösung zu Aufgabe 2

### 1. Dekodierung von 0.325:

- Startintervall ist  $[0, 1)$ .
- **Schritt 1:** Prüfe, in welches Symbolintervall 0.325 fällt.
  - Da 0.325 im Intervall  $[0, 0.5)$  liegt, entspricht das Symbol **A**.
- Aktualisiere das Intervall auf  $[0, 0.5)$ .
- **Schritt 2:** Prüfe erneut mit dem aktualisierten Intervall für den nächsten Symbolbereich.
  - 0.325 fällt im neuen Intervall  $[0, 0.5)$  in das Segment für **B**, das von  $[0.25, 0.4)$  reicht.

Die dekodierte Nachricht lautet also "AB".