Prof. Uwe Hahne Wintersemester 2024/25

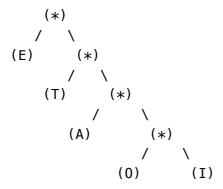


Digitale AV-Technik - Aufgabenblatt 04

Kodieren und Dekodieren mit Huffman-Bäumen

Aufgabe 1: Kodieren mit einem gegebenen Huffman-Baum

Gegeben sei der folgende Huffman-Baum:



- Die Buchstaben sind die Blätter des Baums, und die Häufigkeit wurde bereits in diesem Baum berücksichtigt. Nutze die linke Seite des Baums für die 0 und die rechte Seite für die 1.
- 1. **Erstelle eine Kodierungstabelle**, die jedem Buchstaben den entsprechenden Binärcode zuordnet.

| Symbol | Code |
|--------|------|
| Е | |
| Т | |
| А | |
| 0 | |
| I | |

| | | | _ | | _ | _ | _ | _ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|------|------|---|--------|----|----|---|----|----|---|-----|-----|----|-----|----|-----|----|----|---|----|---|----|-----|----|-----|----|----|----|---|--|---|---|----|-----|----|----|----|---|----|----|----|----|---|----|----|----|----|---|
| Ko Sie | | | | | | | | Si | е | m | nit | t I | Hi | ilf | ·e | · C | d€ | er | K | Ö | d | ie | eri | ur | ารู | gs | tá | ak | е | | Э | d | er | า ์ | Te | ЭX | αt | E | ΞΔ | ΛT | ur | าด | l | no | ot | ie | re | ٢ |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | • | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | ٠. | ٠. | ٠. | | | ٠. | | | - | | | | | | | | ٠. | | | | | | | | - | | | | | | | | | | | | | | | | | | ٠. | ٠. | |
| | | | | ٠. | ٠. | ٠. | | | ٠. | | | - | | | | | | | | ٠. | | | | | | | | - | | | | | | | | | | | | | | | | | | ٠. | ٠. | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| 3. Dek | odieren: Dekodieren Sie, wenn möglich, die folgenden Binärcodes mit dem |
|---------------|---|
| geg | ebenen Baum. Ist es für alle Binärcodes möglich? |
| 0 | 011 |
| 0 | 1010 |
| 0 | 00 |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

Aufgabe 2: Erstellen eines kanonischen Huffman-Baums

Ein kanonischer Huffman-Baum stellt eine optimierte Form des Huffman-Baums dar, bei der der Baum so umsortiert wird, dass Symbole mit den kürzesten Codes nach lexikographischer Ordnung an erster Stelle stehen. Hierbei werden keine Binärbäume benötigt – nur die Länge der Codes ist entscheidend.

1. Gegeben sind folgende Symbole und ihre Binärcode-Längen:

| Symbol | Code-Länge |
|--------|------------|
| Е | 1 |
| Т | 2 |
| О | 3 |
| А | 3 |
| I | 4 |

2. Erstelle einen kanonischen Huffman-Code für jedes der Symbole, wobei E den kürzesten Code und I den längsten Code erhalten soll. Weise dabei dem E die 0 zu und gehe dann zum nächstlängeren Code, also dem T. Weise diesem den Code 10 zu. Die führende 1 muss sein, um die Präfixeigenschaft zu erhalten. Dann wird mit Nullen aufgefüllt, bis die gewünschte Anzahl an Stellen erreicht ist. Gehe so weiter mit den verbleibenden Symbolen vor und beachte, dass sie lexikografisch sortiert werden müssen.

| Symbol | Code |
|--------|------|
| Е | |
| Т | |
| О | |
| Α | |
| I | |

| | | • • | | | • • | | | | ٠. | ٠. | • • | • • | • • | ٠. | • • | • • | • • | • • | • • | | ٠. | • • | • • | ٠ | ٠. | ٠. | • • | | • • | • • | | ٠. | • • | | | ٠. | ٠. | • |
|---------|-----------|----------|-------------|-----------------------|------------------------|---------------------------|-----------------------------|-------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|---|--|--|---|---|--|---|---|---|---|--|--|--|--|--|---|---|---|---|--|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | ٠. | | | | ٠. | ٠. | ٠. | | | | ٠. | | | | | | ٠. | | | | ٠. | ٠. | ٠. | | | | | ٠. | ٠. | | | ٠. | ٠. | |
| | | | | | | | | | ٠. | ٠. | | | | | ٠. | | ٠. | | | | ٠. | | | | ٠. | ٠. | ٠. | | ٠. | | | ٠. | | | | ٠. | | |
| | | | | | | | | | ٠. | | | | | | ٠. | | | | | | ٠. | | | | | ٠. | ٠. | | | | | | | | | ٠. | ٠. | |
| (od | (odie | (odierer | (odieren: ۱ | (odieren : Nu | (odieren : Nutz | (odieren : Nutze o | (odieren : Nutze die | (odieren : Nutze die k | (odieren : Nutze die ka | (odieren : Nutze die kano | (odieren : Nutze die kanoni | (odieren : Nutze die kanonisc | (odieren: Nutze die kanonisch | (odieren : Nutze die kanonischer | (odieren : Nutze die kanonischen (| (odieren : Nutze die kanonischen Co | (odieren : Nutze die kanonischen Cod | (odieren : Nutze die kanonischen Codes | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, เ | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um c | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das V | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das Wo | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das Wort | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das Wort E | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das Wort ETA | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das Wort ETA | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das Wort ETA zu | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das Wort ETA zu k | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das Wort ETA zu kod | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das Wort ETA zu kodie | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das Wort ETA zu kodieren | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das Wort ETA zu kodieren. | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das Wort ETA zu kodieren. | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das Wort ETA zu kodieren. | (odieren : Nutze die kanonischen Codes, um das Wort ETA zu kodieren. | (odieren: Nutze die kanonischen Codes, um das Wort ETA zu kodieren. |

| 4. Dek | kodieren: Lassen sich die folgenden Binärcodes mit dem kanonischen Huffman- |
|--------|--|
| Coc | de dekodieren? Wenn ja, welche Nachricht ergibt sich? |
| 0 | 011 |
| 0 | 100 |
| 0 | 01 |
| | |
| | |
| • • • | |
| | |
| | eatzfrage: Warum sind kanonische Huffman-Codes besonders praktisch in der enkompression und Speicherung? |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| • • | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

Aufgabe 3

Gegeben ist die folgende Codierung einer kanonischen Huffman Codetabelle.

Wie lautet die zugehörige Codetabelle?

| Symbol | Code |
|--------|------|
| А | |
| С | |
| D | |
| Е | |

Aufgabe 4

Wie sieht die Codierung der folgenden Tabelle aus?

| Symbol | Code |
|--------|------|
| А | 0 |
| В | 10 |
| С | 110 |
| D | 111 |

| • | • | • | • | • | • | • | • | • | ٠. | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | ٠. | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | ٠. | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | ٠. | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | | | • | • | ٠. | • | • | . • | | • |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|------|-------|---|----|---|---|-----|-----|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | ٠. | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | | ٠. | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | | | | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | ٠. | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | | • | | | • | • | | , , | • |
| _ | _ | _ | | | _ | | _ | _ | | _ | _ | _ | _ | | | | _ | _ | _ | | _ | _ | _ | _ | _ | _ | | | _ | | | | _ | _ | _ | | | | _ | | | | | | | _ | _ | _ | _ | | _ | _ | | | _ | _ | | | | | _ | _ | _ | | | | | _ | _ | | | | | | | | | | _ |
| • | · | • | • | • | • | • | • | | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | | • | • | | | • | | | • | • | • | • | • | • | • | • | • | | | | | • | • | • | • | • | • | · | ľ | • | • | • | • | • | • | | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | | | • | | | • | | • | | • |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Von ChatGPT generierte Lösungen

Prüfe die Lösungen und korrigiere sie wenn nötig.

Lösung Aufgabe 1

1. Kodierungstabelle:

| Symbol | Code |
|--------|------|
| Е | 0 |
| Т | 10 |
| А | 110 |
| О | 1110 |
| I | 1111 |

2. Kodieren des Textes "EAT":

$$\circ$$
 E = 0 , A = 110 , T = 10 $\longrightarrow \textbf{Code: 011010}$

3. **Dekodieren**:

$$\circ$$
 1010 \longrightarrow TT

Lösung Aufgabe 2

1. Kanonischer Huffman-Code:

| Symbol | Code-Länge | Kanonischer Code |
|--------|------------|------------------|
| E | 1 | 0 |
| Т | 2 | 10 |
| Α | 3 | 110 |
| 0 | 3 | 111 |

2. Kodieren des Wortes "ETA":

$$\circ$$
 E = 0 , T = 10 , A = 110 \rightarrow Code: 010110

3. Dekodieren:

4. **Zusatzantwort**: Kanonische Huffman-Codes sind praktisch, da sie die Decodiertabelle stark vereinfachen. Die Decodierung erfolgt anhand der Reihenfolge und Länge der Codes, wodurch nur die Code-Längen und nicht der vollständige Baum gespeichert werden müssen, was Speicherplatz spart.

Lösung Aufgabe 3

Um die Codetabelle zu erstellen, analysieren wir die gegebenen Informationen:

Die kanonische Huffman-Codetabelle ist in zwei Teile unterteilt:

- 1. Code-Längen: (0, 2, 2) das bedeutet:
 - Es gibt 0 Symbole mit einer Code-Länge von 1.
 - Es gibt 2 Symbole mit einer Code-Länge von 2.
 - Es gibt 2 Symbole mit einer Code-Länge von 3.
- 2. **Symbole**: ('A', 'C', 'D', 'E') die Symbole, die codiert werden sollen, sind in der Reihenfolge angegeben.

Schritte zur Erstellung der Codetabelle

- 1. Verteilung der Code-Längen auf die Symbole:
 - Da wir Ø Symbole mit einer Länge von 1 haben, gibt es keine Codes der Länge 1.
 - Die nächsten 2 Symbole erhalten Codes mit der Länge 2.
 - o Die verbleibenden 2 Symbole erhalten Codes mit der Länge 3.
- 2. Kanonische Codes zuweisen:
 - Da dies ein kanonischer Huffman-Code ist, beginnen wir mit dem k\u00fcrzesten Code und gehen der Reihe nach weiter, wobei wir die Bin\u00e4rwerte inkrementieren.
 - Der erste Code der Länge 2 beginnt bei 00, und wir erhöhen den Wert um
 1 für das nächste Symbol.
- 3. Kanonische Code-Zuweisung für die Symbole:
 - Symbole mit einer Länge von 2:
 - A erhält 00
 - C erhält 01
 - Symbole mit einer Länge von 3:
 - D erhält 100
 - E erhält 101

Ergebnis: Codetabelle

| Symbol | Code |
|--------|------|
| А | 00 |
| С | 01 |
| D | 100 |
| E | 101 |

Lösung Aufgabe 4

Um die kanonische Codierungstabelle für diese gegebene Huffman-Codierung zu ermitteln, schauen wir uns die Codes und ihre Längen an und wandeln die Tabelle in eine komprimierte Form um, die für kanonische Huffman-Codierungen typisch ist.

Schritt-für-Schritt-Lösung

- 1. Bestimme die Code-Längen:
 - A hat eine Länge von 1.
 - B hat eine Länge von 2.
 - C hat eine Länge von 3.
 - D hat eine Länge von 3.

2. Zähle die Anzahl der Codes pro Länge:

- 1 Code mit Länge 1 (A).
- 1 Code mit Länge 2 (B).
- o 2 Codes mit Länge 3 (C und D).

3. Erstelle die kanonische Kodierungsangabe:

 Für kanonische Codierungen wird häufig die Anzahl der Codes pro Länge angegeben, gefolgt von der Reihenfolge der Symbole.

Daraus ergibt sich:

```
(1, 1, 2), ('A', 'B', 'C', 'D')
```

Hierbei bedeutet:

- (1, 1, 2): Es gibt 1 Code mit L\u00e4nge 1, 1 Code mit L\u00e4nge 2, und 2 Codes mit L\u00e4nge 3.
- ('A', 'B', 'C', 'D'): Die Reihenfolge der Symbole ist so angeordnet, dass die Kürzesten zuerst kommen, gefolgt von den Symbolen mit den längeren Codes.

Ergebnis

Die kanonische Kodierungsangabe für die Tabelle lautet:

```
(1, 1, 2), ('A', 'B', 'C', 'D')
```