

2023年5月9日の 個人課題のヒント

武蔵野大学 データサイエンス学部データサイエンス学科

中西 崇文

個人課題

1. YouTubeのprof.Gilbert StrangのLinear Algebraの授業「1. The Geometry of Linear Equations」
 - https://youtu.be/J7DzL2_Na80 を視聴し、教科書p.62～p.106ページを参考にして、行列について予習した上で、要点をA4 1枚以内にまとめてください。
 2. Lec02.ipynbの「入力画像ファイルから指定したディレクトリの中の画像から一番類似性が高い画像ファイル名を検索するプログラム」の部分の`comp_sim(qvec,tvec)`に`qvec`と`tvec`コサイン類似度を計算するプログラムを作成し、意図するプログラムを完成してください。
 3. 単純パーセプトロンが $\mathbf{y} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{x} + b$ が表せることがわかったが、バイアス項($+b$)がついているのが美しくない。 $\mathbf{y} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}$ と表現できるようにするためには、どのように式表現すればよいのか、A4枚以内に説明してください。
 4. (加対象)マンハッタン距離、ユークリッド距離、チェビシェフ距離を整理した上でマハラノビス距離を説明し、具体的な実用例をあげ、A4 1枚にまとめてください。
- 1、3、4についてはdocx又はpdfファイル、2についてはipynbファイルを提出すること(つまり、一人3ファイルは必ず提出すること)
 - Google Classroomで提出のこと
(締切はGoogle Classroom参照)

1について(ヒントではなくコメント)

1. YouTubeのprof. Gilbert StrangのLinear Algebraの授業 「1. The Geometry of Linear Equations」

- https://youtu.be/J7DzL2_Na80 を視聴し、教科書p.62～p.106ページを参考にして、行列について予習した上で、要点をA4 1枚以内にまとめてください。
- MITの線形代数の権威でありますprof. Gilbert Strang先生の「連立方程式の幾何学」に関する授業です。
 - まずは教科書p.62～p.106を理解してから講義を聞くとよいかと思います。
 - この宿題は海外の生の英語の授業を楽しむと意図も含まれています。
- MITの授業がYouTubeで楽しめるのは本当に裕福な時代だと思います。
 - 留学しなくても留学を味わえる

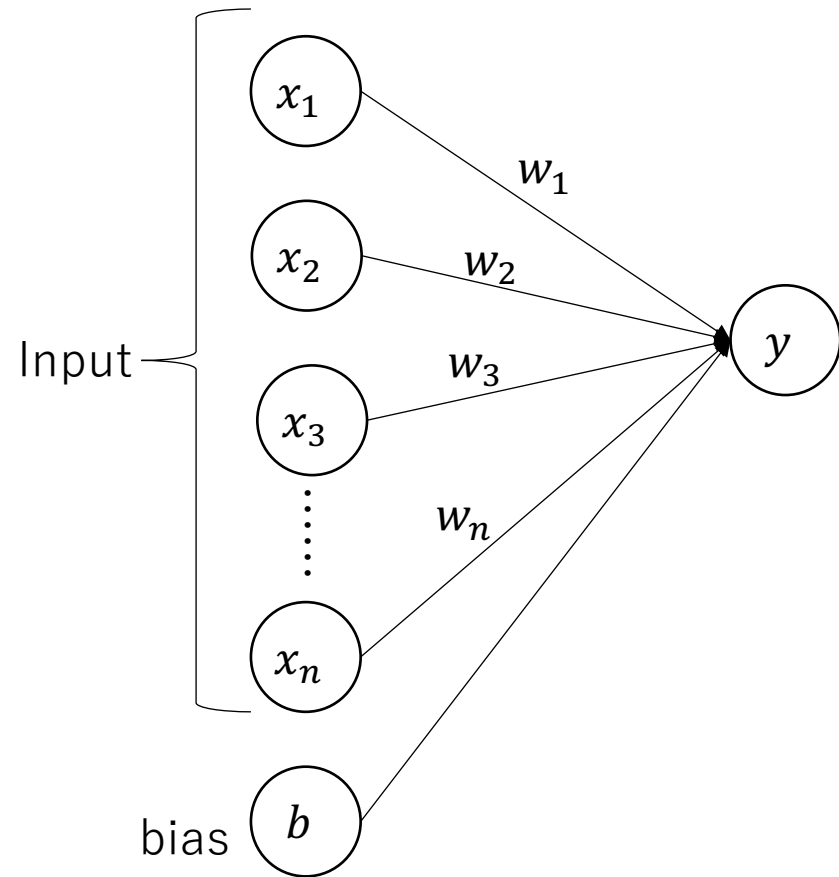
2.について

- Lec02.ipynbの「入力画像ファイルから指定したディレクトリの中の画像から一番類似性が高い画像ファイル名を検索するプログラム」の部分の`comp_sim(qvec,tvec)`に`qvec`と`tvec`コサイン類似度を計算するプログラムを作成し、意図するプログラムを完成してください。
 - これはどう考えても難しくない！
 - これは数行(最短2行)で終わりますし、答えがどこかに書いてあります。
 - $\cos\theta = \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{\|\mathbf{x}\| \|\mathbf{y}\|}$
 - $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ は、`np.dot(x.T, ty)[0][0]` で書けます(numpyをimportする必要あり)
 - $\|\mathbf{x}\|$ は、`np.linalg.norm(x)`で書けます(numpyをimportする必要あり)

3.について

- 単純パーセプトロンが $\mathbf{y} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{x} + b$ が表せることがわかったが、バイアス項(+ b)がついているのが美しくない。 $\mathbf{y} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}$ と表現できるようにするためには、どのように式表現すればよいのか、A4枚以内に説明してください。
- これ難しいですか？
- 次のページから単純パーセプトロンが $\mathbf{y} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{x} + b$ がどのような式で表されるかも一度確認しましょう。

単純パーセプトロンの補足



$$y = \sum_{i=1}^n w_i x_i + b = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n + b$$

- 入力 x_1, x_2, \dots, x_n を与えると、矢印の重みである w_1, w_2, \dots, w_n 掛けて足し合せ、さらにバイアス (切片 b) を足し合わせたものが出力 y となる。
- つまり数式にすると
$$y = \sum_{i=1}^n w_i x_i + b$$
$$= w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n + b$$
- ちなみに学習とは、入力 x_1, x_2, \dots, x_n について適切な出力 y が導出されるように w_1, w_2, \dots, w_n の値を調整することを指す

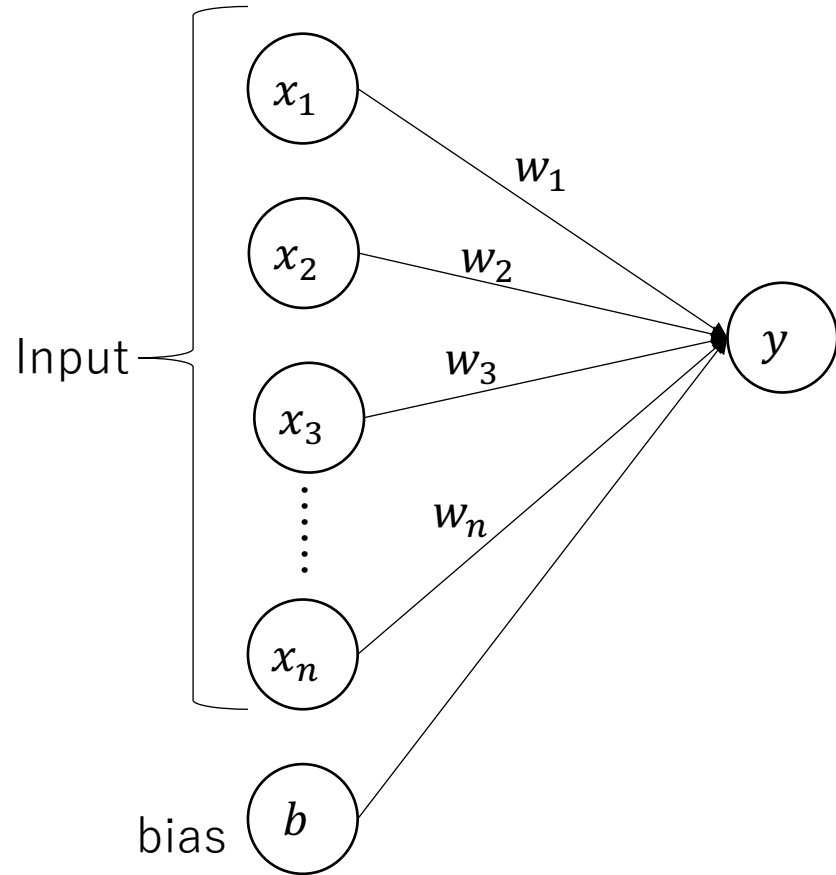
ベクトルの内積の式をここで確かめる

• $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}, \boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$ のときベクトル同士の内積は下記のように定義

$$\bullet \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \cdots + x_N y_N$$

これは単純パーセプトロンの式と一緒にじゃないか！

単純パーセプトロンの補足



- ベクトル $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$,
- ベクトル $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$
- スカラー y, b

- $\mathbf{x} \cdot \mathbf{w} = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n$ にバイアス(切片 b)を足し合わせる

- $\mathbf{x} \cdot \mathbf{w} + b = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n + b$

$$y = \sum_{i=1}^n w_i x_i + b = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n + b$$

つまり、入力 x_1, x_2, \dots, x_n を与えると、矢印の重みである w_1, w_2, \dots, w_n 掛けて足し合せ、さらにバイアス(切片 b)を足し合わせたものが出力 y となる。

大ヒント [1/2]

- $\mathbf{x} \cdot \mathbf{w} + b = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \cdots w_n x_n + b$ (1)

← b が邪魔だけど足しているだけじゃない？

- $b = w_0$ と考えると、足し算ですので順番を入れ替えて次のように書いてあげましょう

- $\mathbf{x} \cdot \mathbf{w} + b = \mathbf{x} \cdot \mathbf{w} + w_0 = w_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2 + \cdots w_n x_n$ (2)

- そうなると、 $\mathbf{w}' = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$ と考えることができる。

- 但し、 $\mathbf{x} \cdot \mathbf{w}'$ は正しくない。

大ヒント [2/2]

- 但し、 $\mathbf{x} \cdot \mathbf{w}'$ は正しくない。なぜなら、

$$\begin{aligned} \bullet \mathbf{w}' &= \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \text{は、 } w_0 \text{ が加わっているので } n+1 \text{ 次元} \\ \bullet \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{は、 } n \text{ 次元} \end{aligned}$$

次元数が異なるために内積の計算が成立しない

- \mathbf{x} に w_0 に対応する何らかの要素を付け加えて、 $n+1$ 次元ベクトル \mathbf{x}' にする必要がある。

最後の最後に大ヒント

$$\bullet \mathbf{w}' = \begin{bmatrix} b \\ w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}, \mathbf{x}' = \begin{bmatrix} ? \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

- $b = w_0$ だったので \mathbf{w}' の第一成分を b に戻しただけ。
- 大ヒント[1/2]～本ページまでとあともう2行くらい書けば、もうレポートの模範解答ですね。

4.について

- 加点评価の問題のため、ノーヒントでいきます。
- この手のことはかなり情報が出ていますが、中には間違いをそのままに配信しているものもありますので、複数の情報源を見直しながらファクトチェックをお忘れなく。