В-27 ТРР2 Скрипець О.О. ІП-21

① знайти границі

1) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^{2x}-1}{\ln x+1-x}=\left[\dfrac{0}{0}\right]\hat{=}$

$\hat{=}\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^{2x}(2\ln(x)+2)}{\frac{1}{x}-1}=\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{2}{\frac{1}{x}-1}\right)=$

$=\left[\dfrac{2}{0}\right]=+\infty$

2) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}}\left(\dfrac{3}{3x-1}-\dfrac{1}{\ln 3x}\right)=\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}}\left(\dfrac{-3x+3\ln 3x+1}{(3x-1)\ln 3x}\right)=$

$=\left[\dfrac{0}{0}\right]\hat{=}\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}}\left(\dfrac{\frac{3}{x}-3}{3\ln 3x+\frac{3x-1}{x}}\right)=\left[\dfrac{6}{0}\right]=+\infty$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+7)}{\sqrt[7]{x-3}}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]\hat{=}$

$\hat{=}\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7\sqrt[7]{(x-3)^6}}{x+7}=7\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[7]{\left(1-\frac{3}{x}\right)^6}}{\sqrt[7]{x}+\frac{7}{\sqrt[7]{x^6}}}=$ $\frac{7}{\sqrt[7]{x^6}}=0$

$=7\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt[7]{x}}=\left[\dfrac{1}{\infty}\right]=0$

4) $\lim\limits_{x\to 0} x^{\frac{4}{5+2\ln x}} = [0^0] =$

$= \lim\limits_{x\to 0} e^{\frac{4\ln x}{2\ln x+5}} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{4\ln x}{2\ln x+5} \triangleq$

$\triangleq 4\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{2} = 2$

$\lim\limits_{x\to 0} e^{\frac{4\ln x}{2\ln x+5}} = e^2$

10 знайти похідні функцій

1) $y = \frac{e^{\cos 3x}}{(2x+4)^5} - \sqrt[3]{x^5} - \frac{2}{x^4}$

$y' = \frac{(e^{\cos 3x})' \cdot (2x+4)^5 - ((2x+4)^5)' \cdot e^{\cos 3x}}{(2x+4)^{10}} - \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{3} + \frac{8}{x^5} =$

$= \frac{e^{\cos 3x} \cdot (\cos 3x)' (2x+4)^5 - 5(2x+4)^4 \cdot (2x+4)' \cdot e^{\cos 3x}}{(2x+4)^{10}} - \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{3} + \frac{8}{x^5} =$

$= \frac{e^{\cos 3x} (2x+4)^5 (-\sin 3x)(3x)' - 5(2x+4)^4 \cdot 2e^{\cos 3x}}{(2x+4)^{10}} - \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{3} + \frac{8}{x^5} =$

$= \frac{-3(2x+4)^5 e^{\cos 3x} \sin 3x - 10(2x+4)^4 e^{\cos 3x}}{(2x+4)^{10}} - \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{3} + \frac{8}{x^5}$

2) $y = \sqrt[3]{4x^5 + \sqrt[7]{tg\cos 2}} - \dfrac{\ln 3x}{ctg(x-3)}$

$$y' = \frac{1}{3}\,\frac{1}{\sqrt[3]{\left(4x^5 + \sqrt[7]{tg(\cos 2)}\right)^2}}\left(4x^5 + \sqrt[7]{tg\cos 2}\right)' -$$

$$- \frac{(\ln 3x)'\,ctg(x-3) - (ctg(x-3))'\cdot \ln 3x}{ctg^2(x-3)} =$$

$$= \frac{4\cdot 5\cdot x^4 + \left(\sqrt[7]{tg\cos 2}\right)'}{3\sqrt[3]{\left(4x^5 + \sqrt[7]{tg\cos 2}\right)^2}} - \frac{\frac{\cancel{3}\cdot ctg(x-3)}{\cancel{3}x} - \left(-\frac{1}{\sin^2(x-3)}\right)\ln 3x}{ctg^2(x-3)} =$$

$$= \frac{20x^4}{3\sqrt[3]{\left(4x^5 + \sqrt[7]{tg\cos 2}\right)^2}} - \frac{\frac{ctg(x-3)}{x} - \left(-\frac{\ln 3x}{\sin^2(x-3)}\right)}{ctg^2(x-3)} =$$

$$= \frac{20x^4}{3\sqrt[3]{\left(4x^5 + \sqrt[7]{tg\cos 2}\right)^2}} - \frac{1}{ctg(x-3)\,x} - \frac{\ln 3x}{ctg^2(x-3)\sin^2(x-3)}$$

3) $y = tg^3 2x \cdot \arccos 2x^3 + \dfrac{arctg^2 5x}{\sqrt[3]{cth\, x}}$

$$y' = (\arccos^3 2x)'\,tg^3 2x + (tg^3 2x)'\arccos^3 2x + \frac{(arctg^2 5x)'\sqrt[3]{cth\,x} - (\sqrt[3]{cth\,x})'\,arctg^2 5x}{\sqrt[3]{cth^2 x}} =$$

$$= 3\arccos^2 2x\,tg^3 2x\,(\arccos 2x)' + 3\arccos^3 2x\,tg^2(2x)\,(tg(2x))' +$$

$$+ \frac{2\sqrt[3]{cth}\;arctg\,5x\cdot(arctg\,5x)' - \frac{arctg^2 5x}{3\sqrt[3]{cth^2 x}}\cdot\left(-\frac{1}{sh^2 x}\right)}{\sqrt[3]{cth^2 x}} =$$

$$= -\frac{6\arccos^2 2x \, tg^3 2x}{\sqrt{1-4x^2}} + \frac{6\arccos^3 2x \, tg^2 2x}{\cos^2 2x} + \frac{\frac{10\sqrt[3]{cth\, x}\; arctg\, 5x}{25x^2+1} + \frac{arctg^2 5x}{3\sqrt[3]{cth^2 x}\; sh^2 x}}{\sqrt[3]{cth^2 x}} =$$

$$= \frac{arctg^2 5x}{3 cth^{\frac{4}{3}} x \; sh^2 x} + \frac{10\, arctg\, 5x}{25x^2+1 \sqrt[3]{cth\, x}} - \frac{6\arccos^2 2x\; tg^3 2x}{\sqrt{1-4x^2}} + \frac{6\arccos^3 2x\; tg^2 2x}{\cos^2 2x}$$

4) $y = 2^{-x} arctg^3 4x - \dfrac{3\ln(x^2+5)}{(x-7)^2}$

$$y' = \left(\frac{1}{2}\right)^x arctg^3 4x - \frac{3\ln(x^2+5)}{(x-7)^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \ln\frac{1}{2}\, arctg^3 4x + \left(\frac{1}{2}\right)^x \times$$

$$\times\, 3\, arctg^2 4x \cdot \frac{1}{1+16x^2} \cdot 4 - \frac{\frac{3}{x^2+5} \cdot 2x(x-7)^2 - 3\ln(x^2+5) \cdot 2(x-7)}{(x-7)^4}$$

5) $y = th^5 3x \cdot arctg\sqrt{x} + (sh\, 5x)^{arctg(x+2)}$

$$1)\; y_1' = \frac{15\, th^4 3x \cdot arctg\sqrt{x}}{ch^2 x} - \frac{th^5 3x}{2\sqrt{x} + 2x\sqrt{x}}$$

$$2)\; y_2' = (sh\, 5x)^{arctg(x+2)} (arctg(x+2))(\ln(sh\, 5x))' = (sh\, 5x)^{arctg(x+2)} \times$$

$$\times \frac{1}{x^2+4x+5} \cdot \ln(sh\, 5x) + \frac{5\, ch\, 5x \cdot arctg(x+2)}{sh\, 5x}$$

$$3)\; y' = \frac{15\, th^4 3x\; arctg\sqrt{x}}{ch^2 x} - \frac{th^5 3x}{2\sqrt{x} + 2x\sqrt{x}} + (sh\, 5x)^{arctg(x+2)} \times$$

$$\times \left(\frac{\ln(sh\, 5x)}{x^2+4x+5} + \frac{5\, ch\, 5x}{sh\, 5x} \right)$$

6) $y = (\text{th}\,7x)^{\sin(3x+2)} - \frac{\sqrt[5]{(x-2)^3}\,(x-1)^3}{(x+1)^2(x+3)^4}$

① $y_1' = (\text{th}\,7x)^{\sin(3x+2)}\left(\frac{7\cdot\sin(3x+2)}{\text{ch}^2 7x\cdot \text{th}\,7x} + 3\ln(\text{th}\,7x)\cos(3x+2)\right)$

② $y_2' = \frac{\sqrt[5]{(x-2)^3}\,(x-1)^3}{(x+1)^2(x+3)^4}\left(\frac{3}{5(x-2)} + \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{4}{x+3}\right)$

③ $y' = (\text{th}\,7x)^{\sin(3x+2)}\left(\frac{7\cdot\sin(3x+2)}{\text{ch}^2 7x\,\text{th}\,7x} + 3\ln(\text{th}\,7x)\cos(3x+2)\right) -$

$- \frac{\sqrt[5]{(x-2)^3}\,(x-1)^3}{(x+1)^2(x+3)^4}\left(\frac{3}{5x-10} + \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{4}{x+3}\right)$

. 11 знайти похідні функції

1) $\sqrt[3]{y} = e^{xy}$

$\sqrt[3]{y} - e^{xy} = 0$

$f_x = -ye^{xy}$

$f_y = \frac{1}{3\sqrt[3]{y^2}} - xe^{xy}$

$y' = -\frac{-ye^{xy}}{\frac{1}{3\sqrt[3]{y^2}} - xe^{xy}} = -\frac{-ye^{xy}}{\frac{1-3xe^{xy}\sqrt[3]{y^2}}{3\sqrt[3]{y^2}}} =$

$= \frac{3ye^{xy}\sqrt[3]{y^2}}{1-3xe^{xy}\sqrt[3]{y^2}}$

2) $x^3+y^3=\arcsin xy$

$x^3+y^3-\arcsin xy=0$

$f_x = 3x^2 - \frac{y}{\sqrt{1-x^2y^2}}$

$f_y = 3y^2 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2y^2}}$

$$y' = -\frac{\frac{3x^2\sqrt{1-x^2y^2}-y}{\sqrt{1-x^2y^2}}}{\frac{3y^2\sqrt{1-x^2y^2}-x}{\sqrt{1-x^2y^2}}} = -\frac{3x^2\sqrt{1-x^2y^2}-y}{3y^2\sqrt{1-x^2y^2}-x} =$$

$$= \frac{y-3x^2\sqrt{1-x^2y^2}}{3y^2\sqrt{1-x^2y^2}-x}$$

12) y'_x - ? y''_{xx} - ? $\quad y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} \quad y''_{xx} = \frac{(y'_x)'_t}{x'_t}$

1) $\begin{cases} x = 2(t-\sin t) \\ y = 4(2+\cos t) \end{cases}$

$y'_t = 4(0-\sin t) = -4\sin t$

$x'_t = 2(1-\cos t) = 2-2\cos t$

$$y'_x = \frac{-4\sin t}{2-2\cos t} = -\frac{2\sin t}{1-\cos t}$$

13

1)

$$(y'_x)'_t = \left(\frac{-2\sin t}{1-\cos t}\right)' = \frac{-2\cos t\,(1-\cos t)+2\sin t\,(0+\sin t)}{(1-\cos t)^2} =$$

$$= \frac{-2\cos t+2\cos^2 t+2\sin^2 t}{(1-\cos t)^2} = \frac{-2\cos t+2}{(1-\cos t)^2}$$

$$y''_{xx} = \frac{\frac{-2\cos t+2}{(1-\cos t)^2}}{2-\cancel{2}\cos t} = \frac{1}{(1-\cos t)^2}$$

2) $\begin{cases} x = \ln^2 t \\ y = t+\ln t \end{cases}$

$$y'_t = 1+\frac{1}{t}$$

$$x'_t = 2\ln t\cdot\frac{1}{t}$$

$$y'_x = \frac{1+\frac{1}{t}}{2\ln t\cdot\frac{1}{t}} = \frac{t+1}{2\ln t}$$

$$(y'_x)'_t = \left(\frac{t+1}{2\ln t}\right)' = \frac{1\cdot 2\ln t-2\cdot\frac{1}{t}(t+1)}{4\ln^2 t} =$$

$$= \frac{2\ln t-2-\frac{2}{t}}{4\ln^2 t} = \frac{2\left(\ln t-1-\frac{1}{t}\right)}{4\ln^2 t} = \frac{\ln t-1-\frac{1}{t}}{2\ln^2 t}$$

$$y''_{xx} = \frac{\frac{\ln t-1-\frac{1}{t}}{2\ln^2 t}}{2\ln t\cdot\frac{1}{t}} = \frac{t\ln t-t-1}{4\ln^3 t}$$

13 Знайти похідні функції

1) $y = x^2 \ln(x-1)$ $\qquad y^{(5)} - ?$

$u' = 2x \qquad v' = \frac{1}{x-1}$

$u'' = 2 \qquad v'' = -\frac{1}{(x-1)^2}$

$u''' = 0 \qquad v''' = \frac{2}{(x-1)^3}$

$u^{IV} = 0 \qquad v^{IV} = -\frac{6}{(x-1)^4}$

$u^{V} = 0 \qquad v^{V} = \frac{24}{(x-1)^5}$

$y^{(5)} = u \cdot v^5 \cdot C_5^0 + C_5^1 u' v^4 + C_5^2 u'' v^3 +$
$+ C_5^3 u''' v^2 + C_5^4 u^{IV} v^1 + C_5^5 u^{V} v^0 =$
$= 1 \cdot x^2 \cdot \frac{24}{(x-1)^5} + 5 \cdot 2x\left(-\frac{6}{(x-1)^4}\right) + 10 \cdot 2 \cdot \frac{2}{(x-1)^3} +$
$+ 0 + 0 + 0 = \frac{24x^2}{(x-1)^5} - \frac{60x}{(x-1)^4} + \frac{40}{(x-1)^3}$

2) $y = \frac{x}{x+1}$ $\qquad y^{(n)} - ?$

$y^{(1)} = \frac{1}{(x+1)^2}$

$y^{(2)} = -\frac{2}{(x+1)^3}$

$y^{(3)} = \frac{6}{(x+1)^4}$

$y^{(4)} = -\frac{24}{(x+1)^5}$

$y^{(5)} = \frac{120}{(x+1)^6}$

$y^{(n)} = \frac{(-1)^{n+1} \cdot n!}{(x+1)^{n+1}}$

(14) Скласти рівняння дотичної та нормалі до кривої у заданій точці:

1) $y = 3\sqrt[4]{x} - \sqrt{x} \qquad x_0 = 1$

рівняння дотичної:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

рівняння нормалі:

$$y = f(x_0) - \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$

$$f(1) = 3\sqrt[4]{1} - \sqrt{1} = 2$$

$$f'(x_0) = \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(1) = \frac{3}{4\sqrt[4]{1^3}} - \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$$

рівняння дотичної:

$$y = 2 + \frac{1}{4}(x - 1);$$

$$y = \frac{1}{4}x + 1\frac{3}{4}$$

рівняння нормалі:

$$y = 2 - \frac{1}{\frac{1}{4}}(x - 1);$$

$$y = -4x + 6$$

2) $x = 2\,tg\,t \quad y = 2\sin^2 t + \sin 2t \qquad t_0 = \frac{\pi}{4}$

$$\begin{cases} x = 2\,tg\,t \\ y = 2\sin^2 t + \sin 2t \end{cases}$$

$x_0 = 2\,tg\,\frac{\pi}{4} = 2 = 2$

$y_0 = 2\sin^2\frac{\pi}{4} + \sin(2\,\frac{\pi}{4}) = 2$

$(x)'t = \frac{2}{\cos^2 t}$

$(y')t = 2 \cdot 2 \cdot \sin t \cdot \cos t + 2\cos 2t = 2\sin 2t + 2\cos 2t$

$$(y'x)t = \frac{2\sin 2t + 2\cos 2t}{\frac{2}{\cos^2 t}} = \frac{2\cos^2 t(\sin 2t + \cos 2t)}{\cancel{2}} =$$

$= \cos^2 t\,(\sin 2t + \cos 2t)$

$y'_x(t_0) = \cos^2\frac{\pi}{4}\,(\sin^2\frac{\pi}{4} + \cos 2\,\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}(1+0) = \frac{1}{2}$

рівняння дотичної

$y = 2 + \frac{1}{2}(x-2) = 1 + \frac{1}{2}x$

рівняння нормалі

$y = 2 - \frac{1}{\frac{1}{2}}(x-2) = 2 - 2(x-2) = -2x + 6$

3) $x = 3\cos t \quad y = 3\sin t \quad z = 5t \quad M_0(-3; 0; 5\pi)$

$$\begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 3\sin t \\ z = 5t \end{cases} \quad \begin{cases} -3 = 3\cos t \\ 0 = 3\sin t \\ 5\pi = 5t \end{cases} \Rightarrow t_0 = \pi$$

$x'(t) = -3\sin t \quad ; \quad x'(\pi) = 0$

$y'(t) = 3\cos t \quad ; \quad y'(\pi) = -3$

$z'(t) = 5 \quad ; \quad z'(\pi) = 5$

$g: \dfrac{x+3}{0} = \dfrac{y-0}{-3} = \dfrac{z-5\pi}{5}$ – рівняння дотичної

$0(x+3) - 3(y-0) + 5(z-5\pi) = 0$

$-3y + 10 - 25\pi = 0$ – рівняння нормалі

15 знайти проміжки монотонності функції

$y = -\frac{1}{16}(x-2)^2(x-6)^2$

$y' = -\frac{1}{16}\left(2(x-2)\cdot(x-6)^2 + (x-2)^2 \cdot 2(x-6)\right) =$

$= -\frac{1}{8}(x-2)(x-6)\left((x-6) + (x-2)\right)$

$f'(x) = 0$

$f'(x) = -\frac{1}{4}(x-2)(x-6)(x-4) = 0$

$(-\infty;2)\cup(4;6)$ — функція зростає

$(2;4)\cup(6;+\infty)$ — функція спадає

(16) $\underset{min}{max}\ [a,b]\ f(x)$ — ?

1) $y=(3-x)e^{-x}$ $\qquad [0;5]$

$y=\frac{(3-x)}{e^x}$

$y' = \frac{-e^x-(3-x)e^x}{e^{2x}} = -\frac{4e^x+xe^x}{e^{2x}} = \frac{\cancel{e^x}(-4+x)}{e^{\cancel{2}x}} = \frac{-4+x}{e^x}$

$y'=0$

$\frac{-4+x}{e^x}=0$ (не існує при $e^x=0$)

$f(0) = \frac{3-0}{e^0} = \frac{3}{1} = 3$

$f(4) = \frac{3-4}{e^4} = -\frac{1}{e^4}$

$f(5) = \frac{3-5}{e^5} = -\frac{2}{e^5}$

$\min_{[0;1]} f(x) = f(4) = -\frac{1}{e^4}$

$\max_{[0;1]} f(x) = f(0) = 3$

2) $y = \sqrt[3]{(x+2)^2 (x-4)}$ $[-4; 2]$

$$y' = \frac{2(x+2)(x-4) + (x+2)^2}{3\sqrt[3]{((x+2)^2(x-4))^2}} = \frac{3x^2-12}{3\sqrt[3]{((x+2)^2(x-4))^2}} =$$

$$= \frac{x^2-4}{\sqrt[3]{((x+2)^2(x-4))^2}} = \frac{(x-2)(x+2)}{\sqrt[3]{((x+2)^2(x-4))^2}}$$

$f(-4) = \sqrt[3]{(-4+2)^2(-4-4)} = -2\sqrt[3]{4}$

$f(2) = \sqrt[3]{(2+2)^2(2-4)} = \sqrt[3]{16\cdot(-2)} = -2\sqrt[3]{4}$

$f(-2) = \sqrt[3]{(-2+2)^2(-2-4)} = \sqrt[3]{0} = 0$

$\min\limits_{[-4;2]} f(x) = f(-4) = f(2) = -2\sqrt[3]{4}$

$\max f(x) = f(-2) = 0$

17 Дослідити функцію і побудувати її графік:

5) $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$

1. $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
2. $O_x: x^2 + \frac{1}{x^2} \neq 0$ немає перетину

3. $f(x) < 0$ при $x \in (0; +\infty)$

4. $f(-x) = x\ln^2(-x) \neq f(x)$

$-f(x) = x\ln^2 x = f(x)$

загального вигляду

5 Асимптоти

$x=0$: $f(0+) = \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} -x\ln^2 x = \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} = 0$

вертикальної асимптоти немає.

$y = kx + b$

$k = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{-x\ln^2 x}{x} = -\infty$

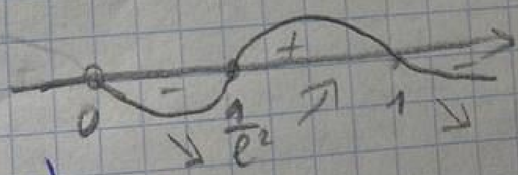
похилої асимптоти немає.

6. монотонність функції

$f'(x) = 0$

$f'(x) = -\ln^2 x - x \cdot 2\ln x \cdot \frac{1}{x} = -\ln^2 x - 2\ln x =$

$= -\ln x(\ln x + 2) = 0$



$f(x) \nearrow$ при $x \in \left(\frac{1}{e^2}; 1\right)$

$f(x) \searrow$ при $x \in \left(0; \frac{1}{e^2}\right) \cup (1; +\infty)$

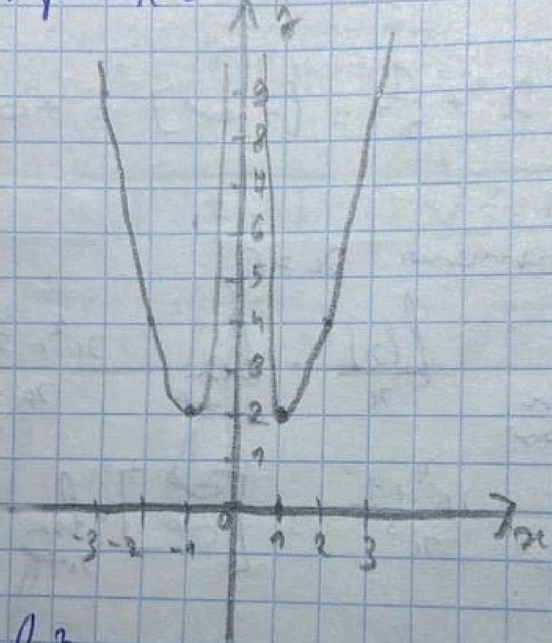
7 $f''(x) = \left(\frac{2x^4-2}{x^3}\right)' = \frac{8x^3 \cdot x^3 - (2x^4-2) \cdot 3x}{x^6} =$

$= \frac{8x^6 - 6x^6 + 6x^2}{x^6} = \frac{2x^6 + 6x^3}{x^6} = \frac{\cancel{x^2}(2x^4+6)}{x^{\cancel{6}\,4}} =$

$= \frac{2x^4+6}{x^4}$

$f(x)$ ∪ при $x \in (-\infty, +\infty)$

8.



б) $y = -x\ln^2 x$

1 $D(y) = (0; +\infty)$

2. O_y: ∅

O_x: $-x\ln^2 x = 0$

$x \neq 0$

$x = 1$ $\quad$ $M(1; 0)$

3. $f(x) > 0$ при $x \in (-\infty, \infty)$

4. $f(-x) = (-x)^2 + \frac{1}{(-x)^2} = x^2 + \frac{1}{x^2}$ — функція парна

5. Асимптоти:

$x = 0$: $f(0^-) = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x < 0}} x^2 + \frac{1}{x^2} = [+\infty] = +\infty$

$f(0^+) = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x^2 + \frac{1}{x^2} = [+\infty] = +\infty$

вертикальна асимптота $x = 0$;

$y = kx + b$: $k = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^2 + \frac{1}{x^2}}{x} =$

$= \lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^4 + 1}{x^3} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{\cancel{x^3}(x + \frac{1}{x^3})}{\cancel{x^3}} = \infty$

похила асимптота не існує

6. монотонність функції:

$f'(x) = (x^2 + \frac{1}{x^2})' = \frac{2x^2 - 2}{x^3}$

$f(x) \nearrow$ при $x \in (-1; 0) \cup (1; +\infty)$

$f(x) \searrow$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$

7. $f''(x) = (-\ln^2 x - 2\ln x)' = -2\ln x \cdot \frac{1}{x} - 2\frac{1}{x} =$

$= -\frac{2}{x}(\ln x + 1)$

$f(x) \cup$ при $x \in (0; \frac{1}{e})$

$f(x) \cap$ при $x \in (\frac{1}{e}; +\infty)$

8.