X, 75, 85, 84, 81, 84, 80, 82, 76, 75, 77

80, 82, 84, 84, 85, 77, 76, 84, 83, 84

X 78, 74, 88, 86, 84, 79, 80, 79, 78, 84

78, 74, 88, 86, 84, 79, 80, 78, 78, 84

12, 15, 19, 15, 14, 18, 13, 16, 17, 12

20, 17, 15, 13, 17, 16, 20, 14, 14, 18

Y 14, 16, 15, 13, 16, 15, 18, 17, 15, 14

16, 15, 15, 18, 15, 18, 19, 14, 16, 18

18, 15, 15, 17, 15, 16, 16, 14, 14, 17

1)

X_i	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
n_i	2	2	4	4	4	4	3	2	1	6	2	2	2	2

$N_x = 40$

X_i	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n_i	2	3	8	12	8	7	5	3	2

$N_y = 50$

$$\bar{x} = \frac{1}{40}(75 \cdot 2 + 76 \cdot 2 + 77 \cdot 4 + 78 \cdot 4 + 79 \cdot 4 + 80 \cdot 4 +$$

$$+ 81 \cdot 3 + 82 \cdot 2 + 83 \cdot 1 + 84 \cdot 6 + 85 \cdot 2 + 86 \cdot 2 + 87 \cdot 2 + 88 \cdot 2) =$$

$$= \frac{1}{40}(150 + 152 + 308 + 312 + 316 + 320 + 243 + 164 + 83 +$$

$$+ 504 + 170 + 172 + 174 + 176) = \frac{1}{40} \cdot 3244 = \boxed{81,1}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{50}(12 \cdot 2 + 13 \cdot 3 + 14 \cdot 8 + 15 \cdot 12 + 16 \cdot 8 + 17 \cdot 7 + 18 \cdot 5 + 19 \cdot 3 + 20 \cdot 2) =$$

$$= \frac{1}{50}(24 + 39 + 112 + 180 + 128 + 119 + 90 + 57 + 40) =$$

$$= \frac{1}{50} \cdot 789 = \boxed{15,785}$$

$$S_x^2 = \frac{1}{39}((75 - 81,1)^2 \cdot 2 + (76 - 81,1)^2 \cdot 2 + (77 - 81,1)^2 \cdot 4 +$$

$$+ (78 - 81,1)^2 \cdot 4 + (79 - 81,1)^2 \cdot 4 + (80 - 81,1)^2 \cdot 4 + (81 - 81,1)^2 \cdot 3 +$$

$$+ (82 - 81,1)^2 \cdot 2 + (83 - 81,1)^2 \cdot 1 + (84 - 81,1)^2 \cdot 6 + (85 - 81,1)^2 \cdot 2 +$$

$$+ (86 - 81,1)^2 \cdot 2 + (87 - 81,1)^2 \cdot 2 + (88 - 81,1)^2 \cdot 2) =$$

$$= \frac{1}{39} \cdot (74,42 + 52,02 + 67,24 + 38,44 + 17,64 + 4,84 +$$

$$+ 0,03 + 1,62 + 3,61 + 50,46 + 30,42 + 48,02 + 69,62 + 95,22) =$$

$$= \frac{1}{39} \cdot 553,6 = 14,195$$

$$S_y^2 = \frac{1}{49}\left((12 - 15,78)^2 \cdot 2 + (13 - 15,78)^2 \cdot 3 + (14 - 15,78)^2 \cdot 8 =\right.$$

$$= (15 - 15,78)^2 \cdot 12 + (16 - 15,78)^2 \cdot 8 + (17 - 15,78)^2 \cdot 7 =$$

$$= (18 - 15,78)^2 \cdot 5 + (19 - 15,78)^2 \cdot 3 + (20 - 15,78)^2 \cdot 2) =$$

$$= \frac{1}{49} \cdot (113,85 + 135,68 + 262,21 + 267,91 + 111 +$$

$$+ 51,98 + 14,88 + 1,58 + 0,15) = \frac{1}{49} \cdot 964,74 = 3,808$$

$H_0: \quad S_x^2 = S_y^2$

$H_1: \quad S_x^2 \neq S_y^2$

$$F = \frac{S_x^2}{S_y^2} = \frac{14,395}{3,808} = 3,728 \qquad \alpha = 0,05$$

$$F_{0,05}(39, 49) = 1,66$$

$$F > F_{0,05}$$

Оскільки спостережуване значення критерію більше за критичне, то маєпідстави відкинути нульову гіпотезу (про рівність дисперсій нормальних середніх сукупностей)

2) $H_0: \bar{y} = M$ $\qquad M = 17$

$\quad H_1: \bar{y} \neq M$

$\bar{y} = 15,78$ $\qquad S_y = \sqrt{3,8018} = 1,932$

$$t_p = \frac{\bar{y} - M}{S_y} = \frac{15,78 - 17}{1,932} = -0,25$$

$n = 39$ $\alpha = 0,05$

$t(39, 0,05) = 2,02$

$t_p < t$

t спостережуване менше ніж t стандартне, тому ми не відхиляємо гіпотезу про рівність математичного сподівання генеральної сукупності до нашої другої сукупності

3) $\alpha = 0,05$ $\sigma^2 = \sigma_0^2 = 0,12$

$H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

$\sigma = 1$

$\chi_{сп}^2 = (n-1)\frac{S_x^2}{\sigma_0^2}$ $S_x^2 = 14,195$

$\chi_{сп}^2 = 39 \cdot \frac{14,195}{0,12} = 4613$

$\chi_{кр}^2 (0,05, 39) = 43,8$

$\chi_{сп}^2 > \chi_{кр}^2$

Область правостороння

Нульова гіпотеза про рівність виправленої вибіркової дисперсії гіпотетичному значенню відкидається

4) $\bar{x} = 81.1$ $\bar{y} = 15.78$

$S_x^2 = 14.335$ $S_y^2 = 9.9808$

$H_0: \bar{x} = \bar{y}$

$H_1: \bar{x} \neq \bar{y}$

$D_x = \dfrac{39}{40} \cdot 14.335 = 13.84$

$D_y = \dfrac{39}{40} \cdot 9.9808 = 39.732$

$S_{\bar{x}-\bar{y}} = \sqrt{\dfrac{D_x}{n_x} + \dfrac{D_y}{n_y}} = \sqrt{\dfrac{13.84}{40} + \dfrac{3.752}{50}} = 0.649$

$t_p = \dfrac{|\bar{x} - \bar{y}|}{S_{\bar{x}-\bar{y}}} = \dfrac{|81.1 - 15.78|}{0.649} = 100.647$

$\beta = 95\%$ бо $\alpha = 0.05$

$n = 39 + 49 = 88$

$t_a = 1.988$

$t_p > t_a$

t спостережуване більше за t очікуване, тому ми відхиляємо нульову гіпотезу H

б) $H_0: r = 0$

$$r = \frac{cov(x,y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} =$$

$$cov(x,y) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1} = -0,544$$

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{13,84} = 3,72$$

$$\sigma_y = \sqrt{D_y} = \sqrt{4,26} = 2,063$$

$$r = \frac{-0,544}{3,72 \cdot 2,063} = -0,07$$

$$T = \frac{-0,07 \cdot \sqrt{40-2}}{\sqrt{1 - (-0,07)^2}} = -0,433$$

$\alpha = 0,05$

$k = 40 - 2 = 38$

$t_{кр} = 2,02$

$|T| < t_{кр}$

Нульова гіпотеза приймається