Практична робота 6

Варіанти 21-25

Дискретний статистичний розподіл

x_i	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	8
n_i	2	2	4	4	4	4	3	2	1	6	2	2	2	2

$$m = [\sqrt{n}] = [\sqrt{40}] \approx [6,325] = 6$$

$$h = \frac{88-75}{6} = \frac{13}{6} = 2,166$$

Інтервальний статистичний ряд

	75; 77,17	77,17; 79,33	79,33; 81,5	81,5; 83,67	83,67; 85,83	85,83; 88
n_i	8	8	7	3	8	6

Статистичний розподіл з серединами інтервалів

x_i^*	76,085	78,25	80,415	82,585	84,75	86,915
n_i	8	8	7	3	8	6

① $\alpha = 0,05$

$$\overline{x^*} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{6} n_i x_i^* = \frac{1}{40}\cdot(8\cdot 76,085 + 78,25\cdot 8 + 80,415\cdot 7 + 82,585\cdot 3 + 84,75\cdot 8 + 86,915\cdot 6) = 81,12$$

$$\sigma^* = \sqrt{\overline{x^{*2}} - (\overline{x^*})^2}$$

$$\overline{x^{*2}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{6} n_i x_i^{*2} = \frac{1}{40}\cdot(8\cdot(76,085)^2 + (78,25)^2\cdot 8 + (80,415)^2\cdot 7 + (82,585)^2\cdot 3 + (84,75)^2\cdot 8 + (86,915)^2\cdot 6) = 6595,2$$

$\sigma^* = \sqrt{6592,21 - (81,12)^2} \approx 3,729$

$z_i = \frac{(x_i - \bar{x}^*)}{\sigma^*}$

$p_i = \varphi(z_{i+1}) - \varphi(z_i)$

$n_i' = n p_i$

$\chi^2_{сп} \approx 10,5095 \quad k = l - 3 = 6 - 3 = 3$

$\chi^2_{кр}(0,05; 3) = 7,8$

$\chi^2_{сп} > \chi^2_{кр} \Rightarrow$ гіпотезу про нормальний розподіл генеральної сукупності X відкидаємо

② Ця вибірка не задовільняє умов біноміального розподілу. Ми не маємо інформації про к-ть спроб в кожному з експериментів, а також інформації про випробування, де кількість успіхів була а...?

③ $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

$L = P(x_1) \cdot P(x_2) \ldots P(x_n) = \lambda e^{-\lambda x_1} \cdot \lambda e^{-\lambda x_2} \ldots \lambda e^{-\lambda x_n} =$
$= \lambda^n \cdot e^{-\lambda \sum_{i=1}^{n} x_i}$

$\ln(L) = n \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^{n} x_i$

$(n \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^{n} x_i)' = 0$

$\frac{n}{\lambda} - \sum_{i=1}^{n} x_i = 0$

$\lambda = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} x_i} = \frac{1}{x^*} = \frac{1}{81,12} = 0,0123$

$P_i = F(x_{i+1}) - F(x_i) = 1 - e^{-\lambda x_{i+1}} - (1 - e^{-\lambda x_i}) =$

$= e^{-\lambda x_i} - e^{-\lambda x_{i+1}}$

$\chi^2_{сп} = 440,338 \qquad k = l - 2 = 6 - 2 = 4$

$\chi^2_{кр}(0,05; 4) = 9,488$

$\chi^2_{сп} > \chi^2_{кр} \Rightarrow$ відкинемо гіпотезу про експоненційний розподіл генеральної сукупності

ч) $F_n(x) = \frac{n_x}{n}$, де n_x – к-ть значень, що менші за x

Теоретична функція розподілу

$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \cdot \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt$

$P(\alpha < \gamma < \beta) = \varphi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \varphi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$

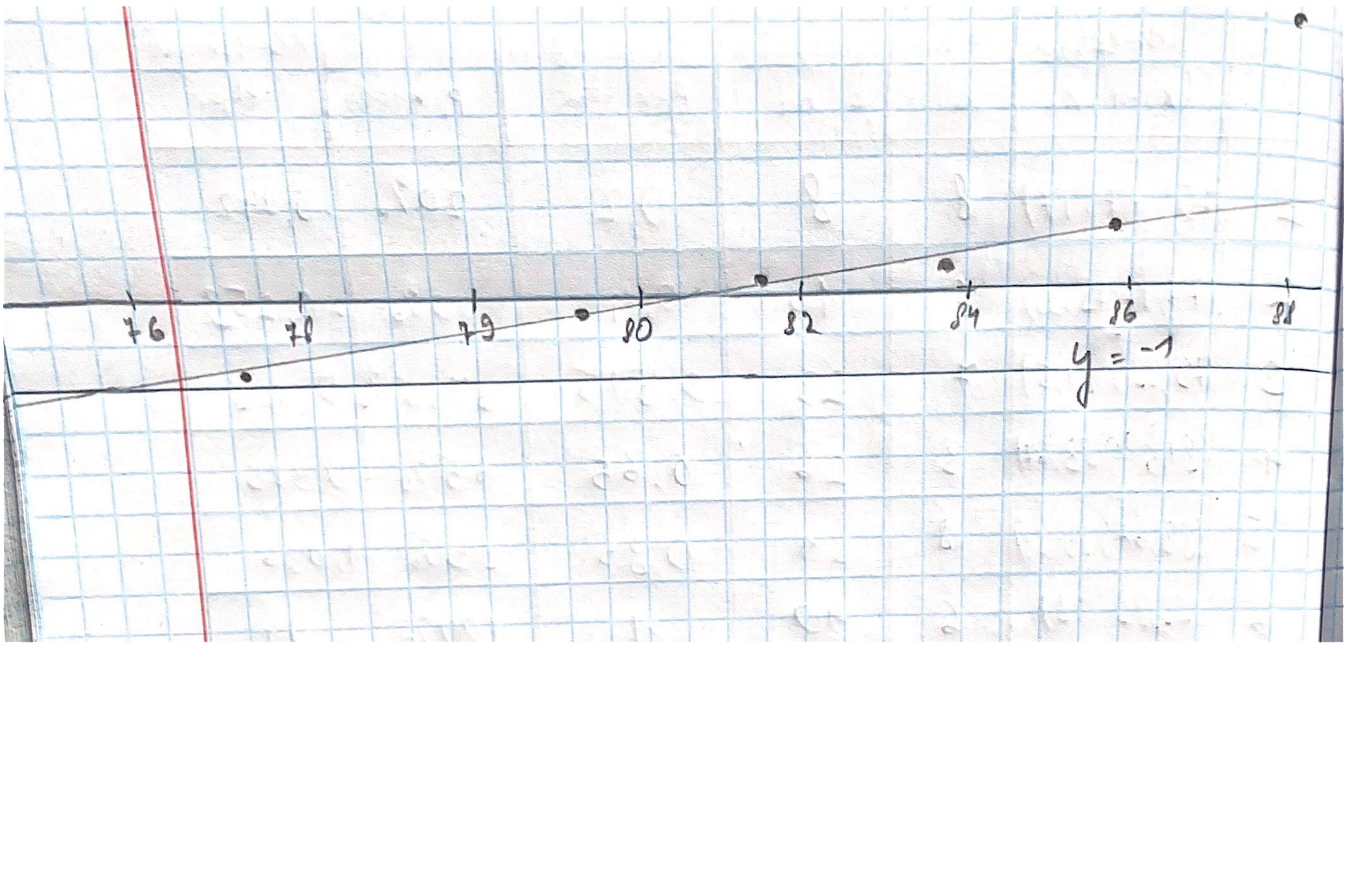
За таблицею $D_n = 0,1203$

$\lambda = D_n \sqrt{n} = 0,123 \cdot \sqrt{40} = 0,76$

$P(\lambda) = P(0,76) = 0,6104$

$P(\lambda) > \alpha \Rightarrow F_n(x)$ на $F(x)$ несуттєві

номер інтервалу i	інтервал $(x_{i-1}, x_i$	частота n_i	накопичена частота $\sum_{r=1}^{i} n_r$	відносна накопичена $p_i = \frac{\sum n_r}{n}$	відносна накопичена $p_i * 100\%$	квантилі u_{p_i}
1	(75; 77,17)	8	8	0,2	20%	-0,842
2	(77,17; 79,33)	8	16	0,4	40%	-0,253
3	(79,33; 81,5)	7	23	0,575	57,5%	0,189
4	(81,5; 83,67)	3	26	0,65	65%	0,385
5	(83,67; 85,83)	8	34	0,85	85%	1,036
6	(85,83; 88)	6	40	1	100%	3,09


76
78
79
80
82
84
86
88
y = -1

Побудовані точки лежать біля прямої, тому немає підстав відкидати гіпотезу про нормальний розподіл.

$y = 0,\ x_L = 80{,}572 \qquad a \approx 80{,}572$

$N(x_n, -1)\ x_n = 75{,}663 \Rightarrow$

$\sigma = x_L - x_N = 80{,}572 - 75{,}6633 = 4{,}909$