UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRES

FACULTAD DE INGENIERIA

| **MATERIA** |
|---|
| LABORATORIO DE FISICA BASICA I |
| **SIGLA** |
| FIS 100 L |

| **EXPERIMENTO** |
|---|
| |

| **INFORME DE LABORATORIO Nro.** |
|---|
| 10 |

| **DATOS PERSONALES** |
|---|
| APAZA MERCADO PAOLA BELEN |
| 14133669 S.C. |
| INGENIERIA QUIMICA |

| **GESTION** |
|---|
| I/2025 |

# INDICE

# INDICE DE IMAGENES Y TABLAS

# INFORME DE LABORATORIO Nro. 9

## TEOREMA DE STEINER

1.- OBJETIVOS

1.1. - Objetivo General

* Verificar el análogo relacional de la segunda ley de Newton.

1.2. - Objetivo Especifico

* Comprobar la relación entre el torque y la aceleración angular.

* Comprobar la relación entre aceleración angular y el momento de inercia.

2 .- JUSTIFICACION:

2.1.- Segunda ley de Newton para la rotación:

Hasta ahora hemos hallado muchas contra partes a los términos traslacionales utilizados a lo largo de este texto; la más reciente, el torque, es el análogo rotacional de la fuerza. Esto plantea la pregunta: ¿Existe una ecuación análoga a la segunda ley de Newton, $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ , que implique al torque y al movimiento rotacional? Para investigarlo, comenzamos con la segunda ley de Newton para una sola partícula que rota alrededor de un eje y ejecuta un movimiento circular. Ejerzamos una fuerza $\vec{F}$

sobre una masa puntual m que se encuentra a una distancia r de un punto de apoyo ***(Figura A)***. La partícula está obligada a moverse en una trayectoria circular de radio fijo y la fuerza es tangente al círculo. Aplicamos la segunda ley de Newton para determinar la magnitud de la aceleración $a = F/m$

en dirección a $\vec{F}$

* Recordemos que la magnitud de la aceleración tangencial es proporcional a la magnitud de la aceleración angular por $a = \tau\ \alpha$

* Sustituyendo esta expresión en la segunda ley de Newton, obtenemos

$$F = m\tau\alpha.$$

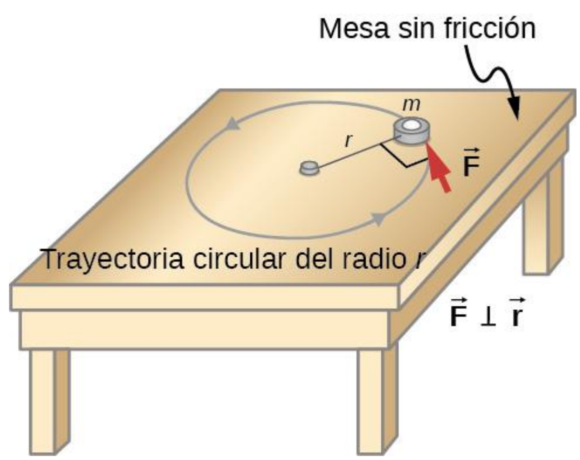



***Figura (A)***

* Un objeto se apoya en una mesa horizontal sin fricción y está unido a un punto de apoyo por una cuerda que suministra fuerza centrípeta. Una fuerza $\vec{F}$ se aplica al objeto perpendicularmente al radio ***r***, lo que provoca su aceleración en torno al punto de apoyo. La fuerza es perpendicular a ***r***.

Multiplique ambos lados de esta ecuación por ***r:***

$$r\,F = m\,r^2\,\alpha$$

Observe que el lado izquierdo de esta ecuación es el torque en torno al eje de rotación, donde r es el brazo de palanca y ***F*** es la fuerza, perpendicular a r. Recuerde que el momento de inercia de una partícula puntual es $I = m\,r^2$

* Por lo tanto, el torque aplicado perpendicularmente a la masa puntual en la ***Figura (A)*** es:

$$\tau = I\alpha.$$

*El torque sobre la partícula es igual al momento de inercia sobre el eje de rotación por la aceleración angula*r. Podemos generalizar esta ecuación a un cuerpo rígido que rota en torno a un eje fijo.

**<u>Segunda ley de Newton para la rotación:</u>**

Si, sobre un cuerpo rígido actúa más de un torque en torno a un eje fijo, la suma de los torques es igual al momento de inercia por la aceleración angular:

$$\sum_i \tau_i = I\alpha \qquad \textbf{(*)}$$

El término ***Iα*** es una cantidad escalar y puede ser positiva o negativa (en el sentido contrario de las agujas del reloj o en el sentido de las agujas del reloj), dependiendo del signo del torque neto. Recuerde la convención de que la aceleración angular en el sentido contrario de las agujas del reloj es positiva. Así, si un cuerpo rígido rota en el sentido de las agujas del reloj y experimenta un torque positivo (en el sentido contrario de las agujas del reloj), la aceleración angular será positiva.

La Ecuación ***(*)*** es la segunda ley de Newton para la rotación y establece cómo relacionar el torque, el momento de inercia y la cinemática rotacional. Esto se denomina ecuación de la dinámica rotacional. Con esta ecuación, podemos resolver toda una clase de problemas relacionados con la fuerza y la rotación. Es lógico que la relación de la fuerza necesaria para hacer rotar un cuerpo incluya el momento de inercia, ya que es la cantidad que nos indica lo fácil o difícil que es cambiar el movimiento de rotación de un objeto.

Derivar la segunda ley de Newton para la rotación en forma vectorial

Como antes, cuando calculamos la aceleración angular, también podemos hallar el vector de torque. La segunda ley $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ nos indica la relación entre la fuerza neta y la forma de modificar el movimiento de traslación de un objeto. Tenemos un equivalente vectorial rotacional de esta ecuación, que se hallará al utilizar la relaciona la aceleración angular con los vectores de posición y de aceleración tangencial:

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$$

Formamos el producto cruz de esta ecuación con $\vec{r}$ y utilizamos una identidad de producto cruz (tenga en cuenta que $\vec{r} \cdot \vec{\alpha} = 0$:

$$\vec{r} \times \vec{a} = \vec{r} \times (\vec{\alpha} \times \vec{r}) = \vec{\alpha}(\vec{r} \cdot \vec{r}) - \vec{r}(\vec{r} \cdot \vec{\alpha}) = \vec{\alpha}(\vec{r} \cdot \vec{r}) = \vec{\alpha} r2.$$

Ahora formamos el producto cruz de la segunda ley de Newton con el vector de posición $\vec{r}$ ,

$$\Sigma(\vec{r} \times \vec{F})=\vec{r} \times (m\vec{a})=m\vec{r} \times \vec{a} = mr2\vec{\alpha}$$

Al identificar el primer término de la izquierda como la suma de los torques, y ***$mr^2$*** como el momento de inercia, llegamos a la segunda ley de Newton para la rotación en forma vectorial:

$$\Sigma\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$$

Esta ecuación es exactamente la ***Ecuación (*)***, pero con el torque y la aceleración angular como vectores. Un punto importante es que el vector de torque está en la misma dirección que la aceleración angular.

2.2.- Aplicar la ecuación de la dinámica rotacional:

Antes de aplicar la ecuación de la dinámica rotacional a algunas situaciones cotidianas, repasemos una estrategia general de resolución de problemas para utilizarla con esta categoría de problemas.

Estrategia de Resolución De Problemas

***Dinámica rotacional***

* Examine la situación para determinar que el torque y la masa están involucrados en la rotación. Dibuje un esquema minucioso de la situación.

* Determine el sistema de interés.

* Dibuje un diagrama de cuerpo libre. Es decir, dibuje y marque todas las fuerzas externas que actúan sobre el sistema de interés.

* Identifique el punto de apoyo. Si el objeto está en equilibrio, debe estarlo para todos los puntos de apoyo posibles: elija el que más simplifique su trabajo.

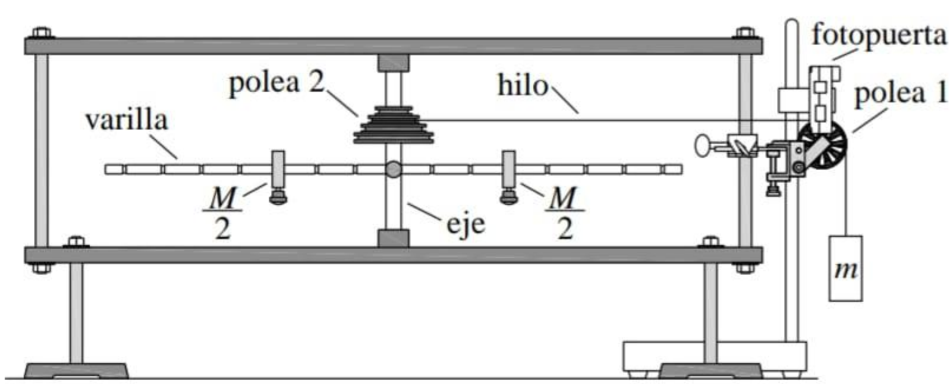
* Aplique $\sum_i \tau_i = I\alpha$ , el equivalente rotacional de la segunda ley de Newton, para resolver el problema. Hay que tener cuidado de utilizar el momento de inercia correcto y tener en cuenta el torque alrededor del punto de rotación.

* Compruebe la solución para ver si es razonable.

3.- MARCO TEORICO

En la Figura 1 se muestra un arreglo con el que se estudiara el análogo rotacional de la segunda ley de Newton. La masa está colgante, ***m***, esta dada por un porta pesas atado al hilo que pasa por la polea 1 y está envuelto en la polea 2. La polea 2 esta unida a la parte rotatoria del arreglo cuyo momento de inercia se designa ***I***. Se asume que sin despreciables las masas del hilo y de la polea 1, así como el rozamiento en esa polea. Debido al peso de ***m***, se ejerce un torque $\boldsymbol{\tau_r}$ . Con el sistema en movimiento, los rayos de la polea 1 obstruyen el haz infrarrojo de la fotopuerta en forma sucesiva; con masa ***M/2***, que se consideran puntuales, se colocan en la varilla para variar el momento de inercia de la parte rotatoria.

**Figura 1**



Para la parte rotatoria, la relación entre el torque (neto) $\tau$ y la aceleración angular $\alpha$ es

$$\tau = I\,\alpha \qquad (1)$$

siendo

$$\tau = \tau_m - \tau_r \qquad (2)$$

luego,

$$\tau_m - \tau_r = I\,\alpha \qquad (3)$$

Que puede escribirse como

$$\tau_m = \tau_r + I\,\alpha \qquad (4)$$

donde,

$$\tau_m - T\,r \qquad (5)$$

Siendo ***T*** la tensión en el hilo y ***r***, el radio utilizado en la polea 2. Aplicando la segunda ley de Newton a la masa ***m***,

$$mg - T = m\,a \qquad (6)$$

luego,

$$T = m\,(g - a) \qquad (7)$$

entonces,

$$\tau_m = m\,(g - a)\,r \qquad (8)$$

Por otra parte, $\alpha$ puede determinarse como

$$\alpha = \frac{a}{r} \qquad (9)$$

Si el momento de inercia de la parte rotatoria sin masas en la varilla se designa I', con las masas ***M/2*** colocadas en la varilla a una distancia ***R*** de eje de rotación, el momento de inercia teórico de la parte rotatoria sera

$$I = I' + \frac{M}{2}R^2 + \frac{M}{2}R^2 = I' + MR^2 \qquad \textbf{\textit{(10)}}$$

Finalmente, la relación entre la aceleración angular y el momento de inercia es

$$\alpha = \tau \, I^{-1} \qquad \textbf{\textit{(11)}}$$

Para el estudio de esta relacion se necesario mantener $\tau$ constante. Según las ecuaciones ***(2)***, ***(8)*** y ***(9)***, $\tau$ depende de $\alpha$ **.** sin embargo, si ***m*** es constante y ***a*** es pequeña comparada con ***g***, $\tau$ es prácticamente constante. Esto se aprovecha para realizar el citado estudio.

4.- MATERIALES UTILIZADOS:

* Varilla
* 2 Poleas
* Foto puerta
* Hilo
* Porta pesas de masa ***"m"***
* Balanza para pesar las masas
* 2 masas de "***M/2"***

5.- PROCEDIMIENTO:

1. Montar el arreglo de la Figura 1

2. Abrir el archivo ROTACION.

**** Determinación de I'***

3. Medir la masa del porta pesas y registrarla en la Tabla 2 como el primer valor de ***m***.

4.

5. Para completar la Tabla 2, añadir pesas al porta pesas de manera que la masa colgante sea de 50 [g] aproximadamente y determinar la aceleración como se hizo anteriormente.

**** Relación entre τ y α***

6.

**** Relación entre α e I***

7.

6.- TRATAMIENTO DE DATOS

6.1.- Determinación de ***I’***

***1.*** *A partir de las Tablas 1 y 2 de la Hoja de Datos, con el valor de **r** y los promedios de **a**, con las ecuaciones **(9)** y **(8)**, elaborar una **Tabla α - $\tau_m$**. Mediante un análisis de regresión lineal con intersección no nula, determinar el valor medio de **I’**.*

***Tabla 1***

| D1 [m] | D2 [m] | D3 [m] | D4 [m] | D [m] (prom) | r [m] |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,0452 | 0,0452 | 0,0453 | 0,0453 | 0,04525 | 0,02263 |

***Tabla 2***

| m [Kg] | a1 [m/s2] | a2 [m/s2] | a3 [m/s2] | a[m/s2] (prom) |
|---|---|---|---|---|
| 0,01 | 0,0039 | 0,0038 | 0,0036 | 0,0038 |
| 0,05 | 0,0374 | 0,0381 | 0,0376 | 0,0377 |

$$\tau_m = m(g - a)\, r \qquad (8)$$

$$\alpha = \frac{a}{r} \qquad (9)$$

| α | $\tau_m$ |
|---|---|
| 0,168 | 0,002 |
| 0,167 | 0,011 |

| n | x2 | x | y | xy |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 0,028224 | 0,168 | 0,002 | 0,000336 |
| | 2,772225 | 1,665 | 0,011 | 0,018315 |
| sumas | 2,800449 | 1,833 | 0,013 | 0,018651 |

| | |
|---|---|
| n*Sxy | 0,037302 |
| n*Sx2 | 5,600898 |
| Sx*Sy | 0,023829 |
| Sx*Sx | 3,359889 |

| | |
|---|---|
| n*Sxy - Sx*Sy | 0,013473 |
| n*Sx2 - Sx*Sx | 2,241009 |
| B | 0,006012024 |

***I' = 0,006012024***

6.2.- Relación entre $\tau$ y $\alpha$

***2.*** *A partir de la Tabla 3, con los promedios de **α** y con las ecuaciones **(9)** y **(8)**, elaborar una **Tabla α - $\tau_m$**. Mediante un análisis de regresión lineal con intersección no nula, determinar el valor medio de **$\tau_r$** .*

***3.*** *Apartir de la tabla obtenida en el punto anterior, con el valor obtenido de **$\tau_r$** y con la ecuación **(2)**, elaborar una tabla **α - τ** . Mediante un análisis de regresión lineal con intersección nula, determinar la relación experimental **τ = f (α)** y dibujarla junto con los puntos experimentales.*

***4.*** *Determinar el intervalo de confianza de **I**, a un nivel de confianza del 98%.*

***5.*** *Con el valor de **I'** obtenido en el punto **1**. y con la ecuación **(10)** calcular **I.***

## 6.3.- Relación entre $\alpha$ e $I$

***6.*** *A partir de la Tabla 4, con el valor de* ***I'*** *obtenido en el punto* ***1****. y con los promedios de* ***a*** *y con las ecuaciones* ***(10)*** *y* ***(9)*** *elaborar una* ***Tabla I - α*** *. Mediante un análisis de regresión potencial, determinar el intervalo de confianza del exponente de la relación experimental* $\alpha = f(I)$ *a un nivel de confianza del 98%.*

***7.*** *Trabajando con los pares de valores* $(I^{-1}, \alpha)$ *en un análisis de regresión lineal con intersección nula ,determinar la relación experimental* $\alpha = f(I^{-1})$ *y dibujar la correspondiente relación experimental* $\alpha = f(I)$*, junto con los puntos experimentales.*

***8.*** *Determinar el intervalo de confianza de* $\tau$ *, a un nivel de confianza del 98%.*

***9.*** *Calcular* $\tau$ *con la ecuación* ***(2)****. Para calcular* $\tau_m$ *usar el valor promedio de* ***a*** *correspondiente al tercer valor de* ***R****. Para* $\tau_r$ *usar el valor obtenido en el punto* ***2.****.*

## 7.- CUESTIONARIO

**1. ¿Por que en este experimento no se probo que el exponente de *h* en la ecuación (5) es 2 y se trabajo directamente con este valor?**

**R. -** Es para poder hacer el ajuste curvas con la ecuación: Donde la dimensión de x es ($m^2$) por-tanto elevamos los valores de h

$$I = I_{CM} + M * h^2$$

$$y = A + B * x$$

**2. ¿Se probo la hipótesis de que el termino constante de la ecuación (5) es $I_{CM}$, a un nivel de confianza del 98%?**

**R. -** Si, porque existe una diferencia porcentual del:

$$\%Dif = \frac{\left|I_{CM_T} - I_{CM_E}\right|}{I_{CM_T}} * 100 = \frac{\left|0.012 - 0.0118\right|}{0.012} * 100 = 1.667 \qquad \boldsymbol{= 1,667\%}$$

**3. ¿Se probo la hipótesis de que el coeficiente de $h^2$ en la ecuación (5) es $M$, a un nivel de confianza del 98%? Explicar.**

**R.-** Si, con respecto a su diferencia porcentual

$$\%Dif = \frac{\left|M_T - M_E\right|}{M_T} * 100 = \frac{\left|0.382 - 0.371\right|}{0.382} * 100 = 2.879 \qquad \boldsymbol{= 2,879\%}$$

**4. Si *M* se cuadruplica y h no se cambia, ¿que ocurrirá con *I* y con *T*? Explicar.**

**R.-** Si M aumenta 4 y *h* se conserva, el momento de Inercia aumentaría por lo que el periodo disminuiría a su mitad.

$$I = \frac{MghT^2}{4\pi^2} \qquad \frac{I}{T^2} = \frac{Mgh}{4\pi^2} \qquad \frac{I}{T^2} = \frac{0.371 * 9.775 * 0.027}{4\pi^2} = 0.002480245687$$

*Pero si M*4= 4M

$$\frac{I}{T^2} = \frac{Mgh}{4\pi^2} \qquad \frac{I}{T^2} = \frac{(4 * 0.371) * 9.775 * 0.027}{4\pi^2} = 0.009920982749$$

**5. ¿Sera valido el teorema de Steiner si el punto *P* se encuentra fuera del cuerpo que se este considerando? Explicar.**

**R.-** Si, porque es un punto donde se realiza el movimiento angular y para encontrar su momento de inercia se tendrá que hallar los radios del cuerpo hasta este punto en el cual se realiza el giro.

8.- CONCLUSIONES:

* Teniendo como cuerpo rígido una Barra Metálica pudimos determinar el momento de inercia y la diferencia con la teoría, en mi opinión obtuvimos buenos resultados ya que obtuvimos un margen bajo de $I_{CM}$ con una *Diferencia* de ***1,667%*** y para $h^2$ con una *Diferencia* de ***2,879%***

* Se pudo verificar el Teorema de Steiner en la barra Metálica ya que los valores encontrados fueron muy aproximados a los valores teóricos

9.- RECOMENDACIONES:

* El laboratorio es de los mas sencillos, lo que recomiendo para este Laboratorio es soltar la barra mas o menos en el mismo angulo para los distintos puntos de la barra.

10.- ANEXOS:

Archivo Periodo

## *HOJA DE DATOS GRUPO 2*

FÍSICA EXPERIMENTAL

MANUEL R. SORIA R.

# 9 TEOREMA DE STEINER

HOJA DE DATOS

V°B°: G-2

Estudiante: Estefany Valeria Zanga Poma

Fecha: 23 / 05 / 25

**Tabla 1**

| $h$ [m] | $T_1$ [s] | $T_2$ [s] | $T_3$ [s] | $T$ [s] (prom.) |
|---|---|---|---|---|
| 0,027 | 2,018 | 2,160 | 2,217 | 2,132 |
| 0,057 | 1,597 | 1,5,95 | 1,598 | 1,597 |
| 0,117 | 1,275 | 1,272 | 1,273 | 1,273 |
| 0,177 | 1,220 | 1,216 | 1,217 | 1,217 |
| 0,238 | 1,241 | 1,240 | 1,241 | 1,241 |
| 0,298 | 1,290 | 1,290 | 1,291 | 1,290 |

$M=$ 370,6 [g]

$L=$ 62,9 [cm]