

(۲۰ نمره) اگر X_1 و X_2 به ترتیب طول و وزن تعدادی گنجشک باشند که اندازه های آنها ثبت شده است و ماتریس واریانس-کوواریانس آنها به صورت زیر محاسبه شده است:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

ابتدا مولفه اصلی اول PC_1 و مولفه اصلی دوم PC_2 را که به صورت ترکیب خطی X_1 و X_2 هستند بر اساس مقادیر ویژه و برداره ویژه نرمال شده این ماتریس بدست آورید. هرکدام چه درصدی از اطلاعات موجود در متغیرهای اصلی را بیان می کنند؟ همچنین هر کدام از گنجشک ها با شرایط گفته شده در شکل، در کدام ناحیه (نواحی ۱ تا ۴) مختصات دویعدی (PC_1, PC_2) قرار می گیرند؟

