

۱. فرض کنید ماتریس A یک ماتریس 3×3 در 3 است که همه درایه‌های آن 1 هستند. دو بردار مستقل x و y را پیدا کنید به قسمی که این دو بردار جواب دو معادله $Ax=0$ و $Ay=0$ باشند. آیا می‌توان بردار مستقل z را با شرط بالا پیدا کرد؟
 باشند. آیا می‌توان بردار مستقل z را با شرط بالا پیدا کرد؟

۲. الف) برای ماتریس‌های زیر که شامل بلاک‌های مربعی هستند، تجزیه CR ماتریس A را پیدا کنید.

$$A_1 = \begin{bmatrix} \text{zeros} & \text{ones} \\ \text{ones} & \text{ones} \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad A_2 = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_1 \end{bmatrix}_{8 \times 4} \quad A_3 = \begin{bmatrix} A_1 & A_1 \\ A_1 & A_1 \end{bmatrix}_{8 \times 8}$$

ب) اگر ماتریس A را به دو ماتریس C, R ($A=CR$) تجزیه کرده باشیم. تجزیه CR ماتریس زیر چگونه می‌شود؟

$$\begin{bmatrix} 0 & A \\ 0 & A \end{bmatrix}$$

۳. ستون‌های AB ترکیب خطی ستون‌های A هستند. بنابراین فضای ستونی AB در فضای ستونی A قرار دارد. مثالی از دو ماتریس A و B بزنید که در آن ماتریس AB فضای ستونی کوچکتری نسبت به A داشته باشد.

۴. الف) در صورتیکه داشته باشیم $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ بین فضای پوچ A, B, C چه ارتباطی وجود دارد؟
 ب) آیا فضای پوچ A و A^2 همواره با هم برابر است؟ (A یک ماتریس مربعی است)

$$A = \begin{bmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{bmatrix} \quad ۵. \text{ ماتریس زیر را به } L, U \text{ تجزیه کنید.}$$

در صورتیکه بخواهیم روی قطر اصلی ماتریس‌های L, U صفر ظاهر نشود. چه شرطی روی a, b, c, d باید داشته باشیم؟

۶. در صورتیکه ماتریس‌های u, v ماتریس‌های متعامد با طول ۱ باشند، نشان دهید $u+b$ و $u-v$ بر هم عمودند. طول این دو بردار را نیز به دست آورید.

۷. فضای ستونی و فضای پوچ $A = [v \quad w \quad v + 2w]$ را مشخص کنید.