Oppgaver Seminar 6 - Løsningsforslag

Oppgave 1

a) Se koden

b) MRS angir helningen til indifferenskurven.

c) Gitt nyttefunksjon $U = U(t, k)$ kan vi skrive

$$dU = \frac{\partial U}{\partial t}dt + \frac{\partial U}{\partial k}dk. \tag{1}$$

dU, dt, dk angir en liten endring i variabel U, t, k og $\frac{\partial U}{\partial t}$ er grensenytten fra en én-enhets økning i t, og $\frac{\partial U}{\partial k}$ er tilsvarende grensenytte for k. Det betyr at $\frac{\partial U}{\partial t}dt$ måler hvor mye nytten økes når fritid øker med dt. Langs en indifferenskurve er nytten konstant, og det vil si at $dU = 0$. Sett inn i (1):

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial U}{\partial t}dt + \frac{\partial U}{\partial k}dk \Leftrightarrow \\ \frac{\partial U}{\partial k}dk &= -\frac{\partial U}{\partial t}dt \Leftrightarrow \\ \frac{dk}{dt} &= -\frac{\frac{\partial U}{\partial t}}{\frac{\partial U}{\partial k}} = MRS \end{aligned}$$

For $U(t, k) = t^{0.5}k^{0.5}$ har vi

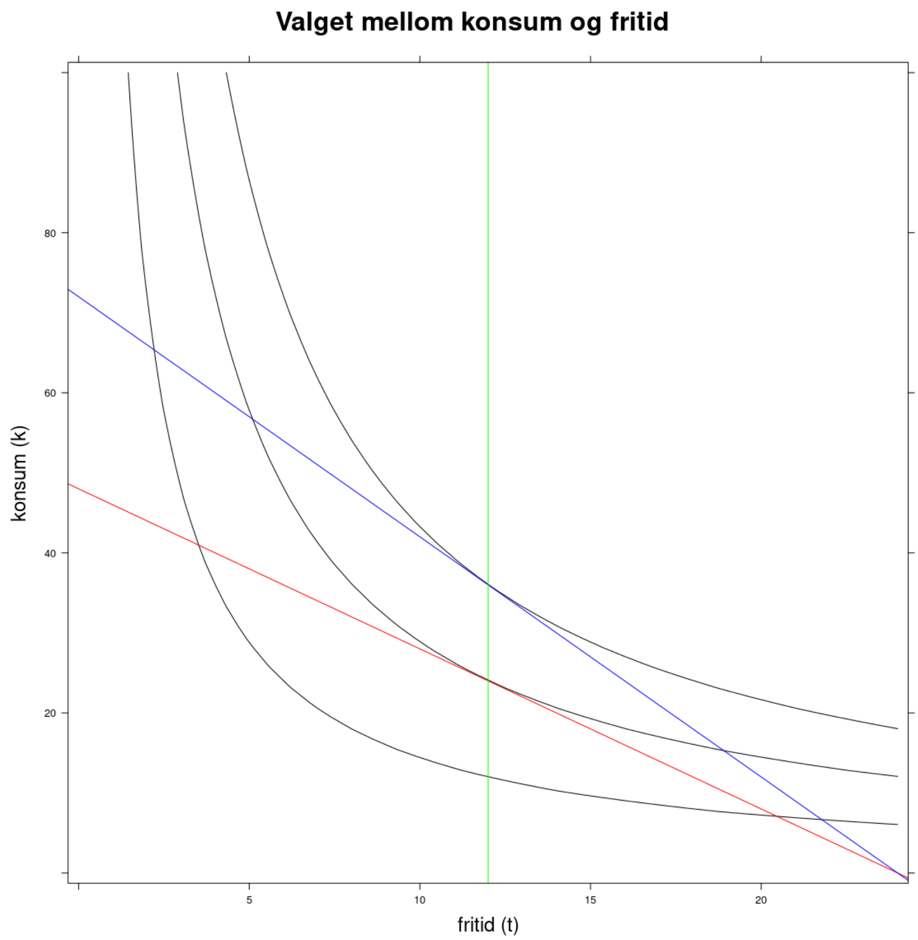
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}}k^{\frac{1}{2}} \text{ og } \frac{\partial U}{\partial k} = \frac{1}{2}t^{\frac{1}{2}}k^{-\frac{1}{2}}$$

og da kan vi skrive

$$\begin{aligned} MRS &= -\frac{\frac{\partial U}{\partial t}}{\frac{\partial U}{\partial k}} = -\frac{\frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}}k^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}t^{\frac{1}{2}}k^{-\frac{1}{2}}} \\ &= -\frac{k^{\frac{1}{2}}\ k^{\frac{1}{2}}}{t^{\frac{1}{2}}t^{\frac{1}{2}}} = -\frac{k^{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)}}{t^{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)}} \\ &= -\frac{k}{t} \end{aligned}$$

Her har vi brukt det at $t^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{t^{\frac{1}{2}}}, \frac{1}{k^{-\frac{1}{2}}} = k^{\frac{1}{2}}$. Man skriver ofte MRS som et positivt tall (selv om det angir negativ helning).

d)



Den røde budsjettlinjen angir $w = 2$, og den blå $w = 3$.

e) Optimal tilpasning i tangeringspunktet mellom budsjettbetingelsen og høyest mulig indifferenskurve.

f) $MRT = -w$

g) $MRS = MRT$ gir
$$\frac{k}{t} = w \Rightarrow k = tw.$$
Budsjettbetingelsen er $k = w\,(24 - t)$, og vi kan sette inn for $k = tw$

$$tw = w\,(24 - t)$$

som løses for t:
$$t = 12 \Rightarrow k = tw = 12w$$

Fritid er 12 timer uavhengig av lønna, konsum øker lineært med lønna.

Oppgave 2

a) Se forklaring rundt CORE fig 3.19a

b) Nyttefunksjonen $U(t,k) = tk$ med grensenyttene

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t} &= k \text{ og } \frac{\partial U}{\partial k} = t \Leftrightarrow \\ MRS &= -\frac{k}{t}.\end{aligned}$$

c) Budsjettbetingelsen er

$$k = w(24 - t) + I$$

og $MRT = -w$.

d) Konsumentens tilpasning setter $MRS = MRT$ som gir $k = tw$. Sett dette inn i budsjettbetingelsen for å finne

$$\begin{aligned}tw &= w(24 - t) + I \Rightarrow \\ 2tw &= 24w + I \Rightarrow \\ t &= \frac{24w}{2w} + \frac{I}{2w} \Rightarrow \\ t &= 12 + \frac{I}{2w}.\end{aligned}$$

Fra $k = tw$ kan vi regne ut k:

$$k = 12w + \frac{I}{2}.$$

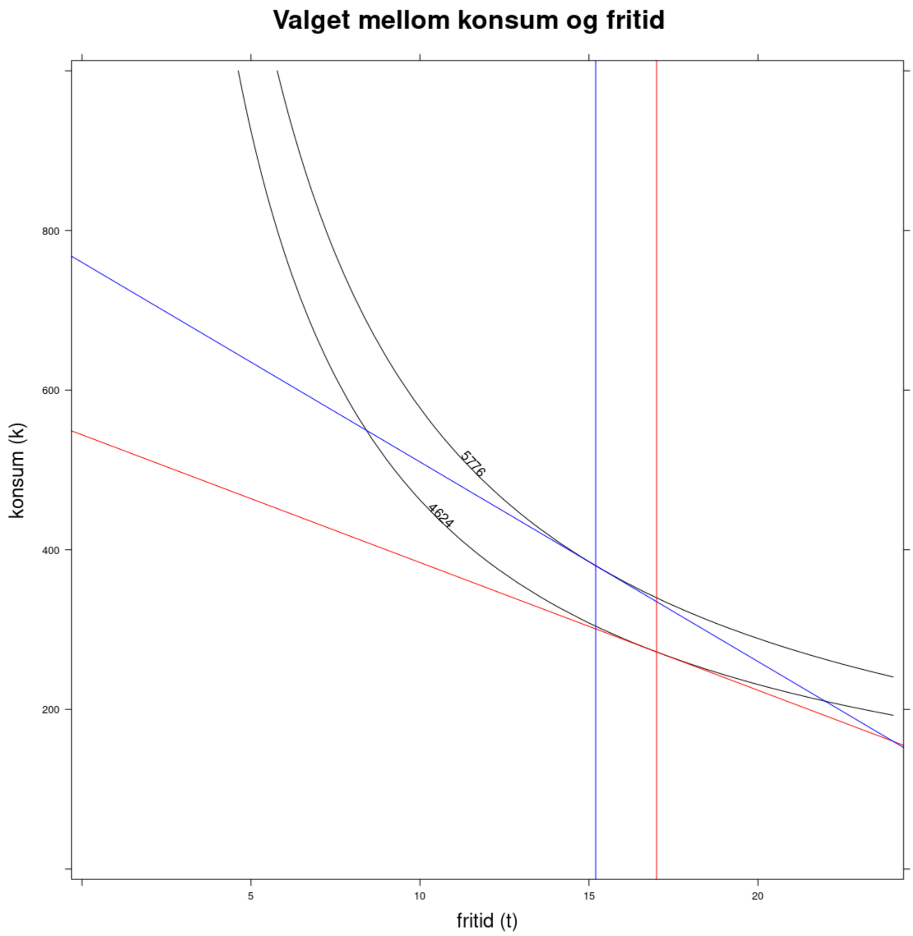
Med $w = 16, I = 160$ får vi

$$\begin{aligned}t_0 &= 12 + \frac{160}{32} = 17 \\ k_0 &= t_0 w = (17)(16) = 272 \\ U_0 &= (17)(272) = 4624\end{aligned}$$

e) Med $w = 25, I = 160$ får vi

$$\begin{aligned}t_1 &= 12 + \frac{160}{50} = 15.2 \\ k_1 &= t_1 w = (15.2)(25) = 380 \\ U_1 &= (15.2)(380) = 5776\end{aligned}$$

Da er totaleffekten av lønnsøkningen på fritid $t_1 - t_0 = 15.2 - 17 = -1.8$ timer.



Opprinnelige tilpasning er hvor den røde budsjettbetingelsen tangerer indifferenskurve $U_0 = 4624$; ny tilpasning finner sted hvor den blå budsjettlinjen tangerer $U_1 = 5776$. Antall timer med fritid faller med 1.8 timer.

f) Med $w = 16$, hvor mye inntekt x må konsumenten ha for å oppnå $U_1 = 5776$ i nytte? Vi vet at

$$\begin{aligned} t &= 12 + \frac{x}{2w} = 12 + \frac{x}{32} \\ k &= tw = 12w + \frac{x}{2} = 192 + \frac{x}{2} \end{aligned}$$

Da må vi løse følgende likning for x

$$\begin{aligned} tw &= 5776 \Leftrightarrow \\ \left(12 + \frac{x}{32}\right)\left(192 + \frac{x}{2}\right) &= 5776 \end{aligned}$$

Du kan gjøre dette i R med følgende kode

findZeros((12+(x/32))*(192+(x/2))-5776 ~x,
x.lim = range(0,300))

Ellers kan vi skrive

$$\begin{aligned}
\left(12+\frac{x}{32}\right)\left(192+\frac{x}{2}\right) &= \left(\frac{(12)(32)+x}{32}\right)\left(\frac{2(192)+x}{2}\right) \\
&= \left(\frac{384+x}{32}\right)\left(\frac{384+x}{2}\right) \\
&= \frac{1}{64}(384+x)^2
\end{aligned}$$

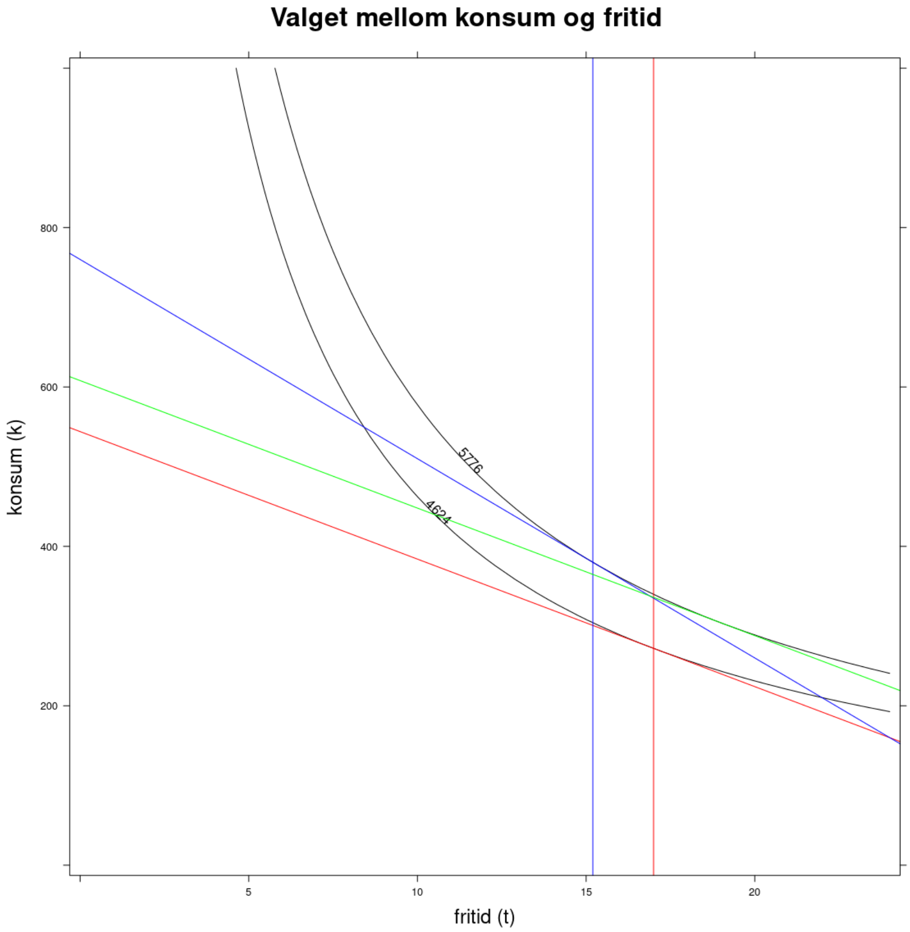
Så vi må løse

$$\begin{aligned}
5776 &= \frac{1}{64}(384+x)^2 \Leftrightarrow \\
(384+x)^2 &= (64)(5776)
\end{aligned}$$

Ta kvadratroten av begge sidene (husk at $(ab)^{0.5} = a^{0.5}b^{0.5}$, dvs $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$):

$$\begin{aligned}
\sqrt{(384+x)^2} &= \sqrt{(64)(5776)} \Leftrightarrow \\
384+x &= \sqrt{64}\sqrt{5776} \Leftrightarrow \\
384+x &= (8)(76) = 608 \Leftrightarrow \\
x &= 608-384 \Leftrightarrow \\
x &= 224
\end{aligned}$$

Det vil si at når lønna er $w = 16$, og inntekten utenom arbeid er $x = 224$ vil en optimal tilpasning av fritid og konsum gi nytte $U_1 = 5776$. Dette er tangeringspunktet mellom den grønne budsjettlinjen ($k = 16(24-t)+224$) og indifferenskurve $U_1 = 5776$.



Med $w = 16, x = 224$ får vi $t_2 = 12 + \frac{224}{32} = 19, k_2 = (16)(19) = 304$. Da kan vi dele opp den totale effekten slik:

$$\begin{aligned} t_2 - t_0 &= 2 \quad \text{inntektseffekten} \\ t_1 - t_2 &= -3.8 \quad \text{substitusjonseffekten} \\ t_1 - t_0 &= -1.8 \quad \text{total effekt.} \end{aligned}$$