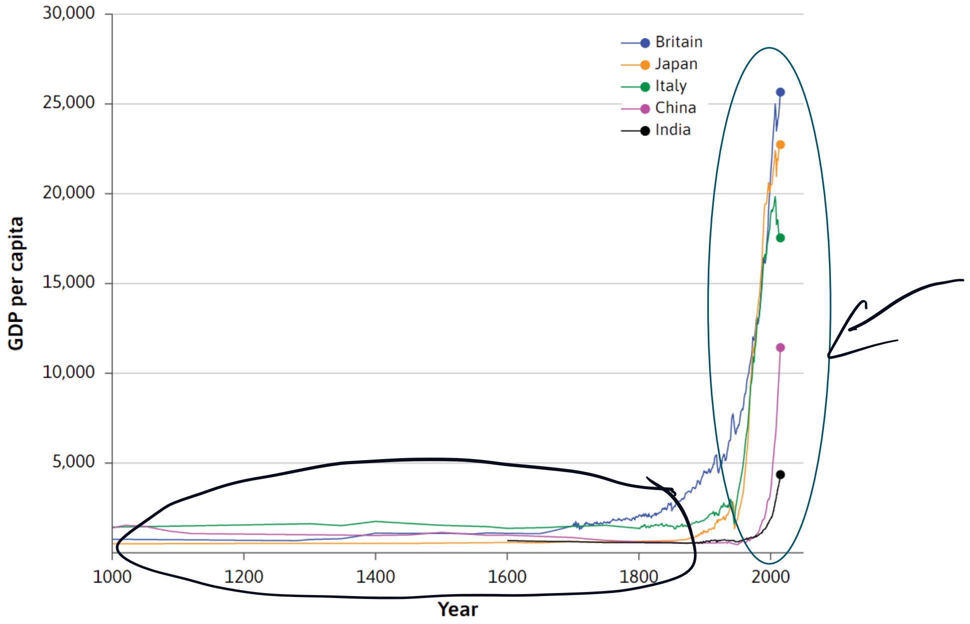
UiT Norges arktiske universitet

SOK-1004 Forelesning 10

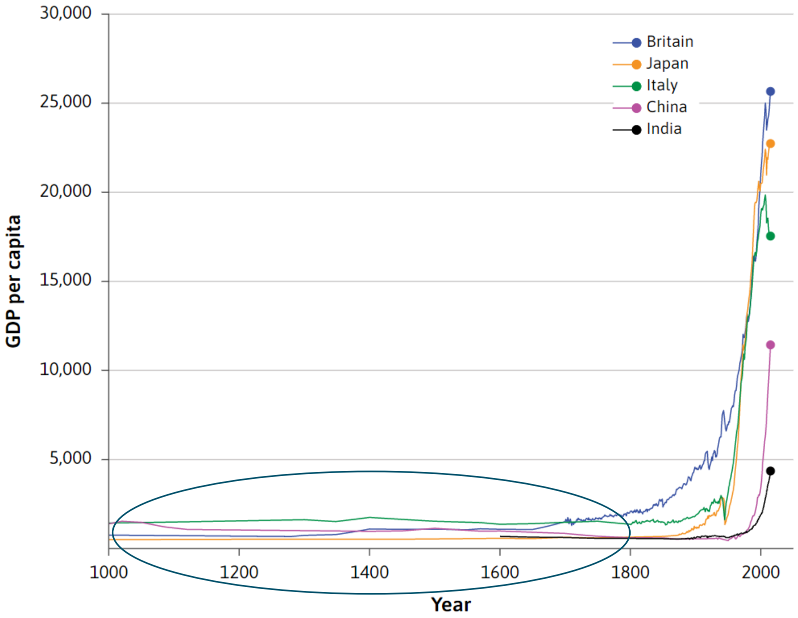
Økonomisk vekst, befolkningsvekst og produktivitet

Derek J. Clark

Sist gang: Vi forklarte vedvarende vekst



Hvordan forklares vedvarende stagnasjon?



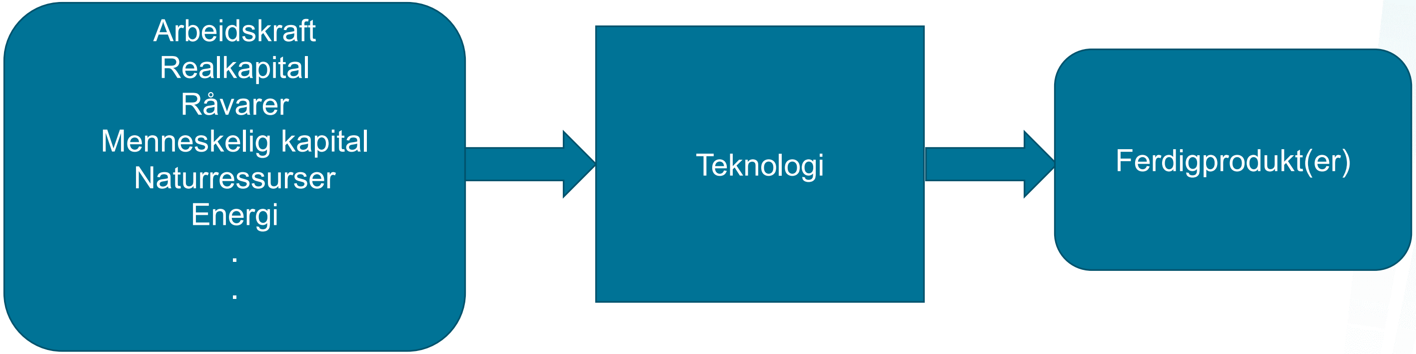
Malthus sine to premisser

PROD. FN

- Avtagende gjennomsnittsproduktivitet av arbeidskraft
- Befolkningen vokser dersom levestandarden (reallønn) øker

Viktig begrep: Produktfunksjon

- Produktfunksjonen
  - Beskriver en teknologisk prosess
  - Hvordan produksjonsfaktorer blir til ferdige produkter



En forenklet fremstilling (som alltid)

Produktfunksjon

$$Y = g(x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_n)$$

g er en matematisk funksjon (med visse egenskaper)

Y er enheter ferdigprodukt

x_i er enheter produksjonsfaktorer ($i = 1, \ldots, n$)

Enda enklere med én faktor

Databasert fremstilling

Labour input (number of workers)	Grain output (kg)	Average product of labour (kg/worker)
200	200,000	1,000
400	330,000	825
600	420,000	700
800	500,000	625
1,000	570,000	570
1,200	630,000	525
1,400	684,000	490
1,600	732,000	458
1,800	774,000	430
2,000	810,000	405
2,200	840,000	382
2,400	864,000	360
2,600	882,000	340
2,800	894,000	319
3,000	900,000	300
x	Y(=f(x))	

Figure 2.14a Recorded values of a farmer's production function: Diminishing average

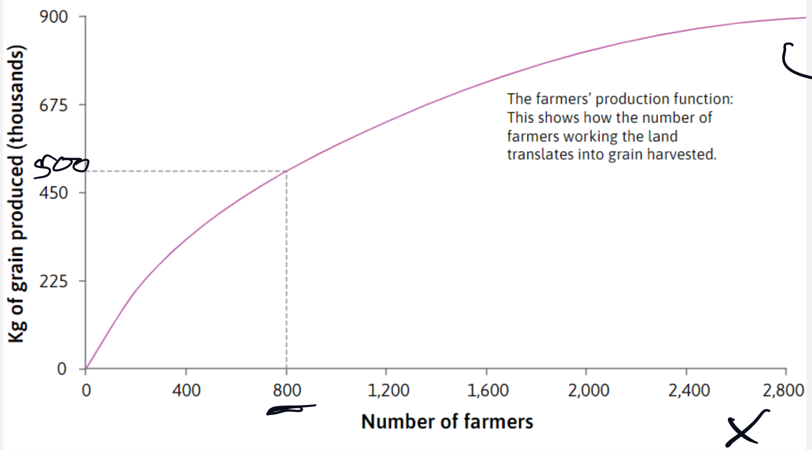
Matematisk fremstilling

$$Y = f(x)$$

f angir produksjonsteknologien
x er eneste produksjonsfaktor

Grafisk fremstilling

Y



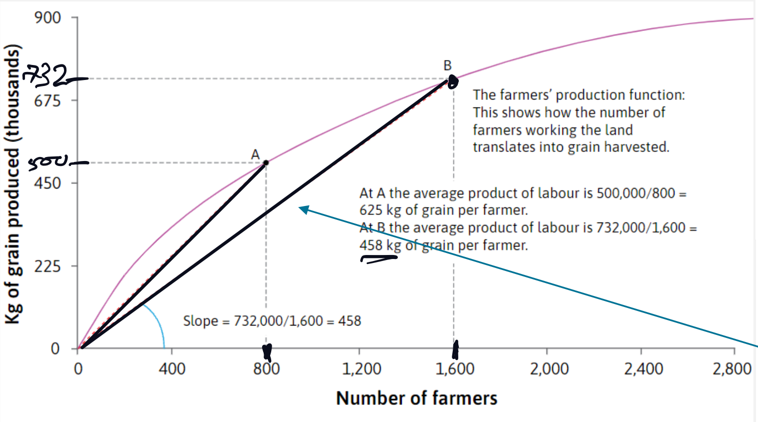
PRODUCT-FN.

The farmers' production function

The production function shows how the number of farmers working the land translates into grain produced at the end of the growing season.

Figure 2.14b The farmers' production function: Diminishing average product of labour.

Gjennomsnittsproduktivitet



The ray to A is steeper than the ray to B

The slope of the ray to point A is steeper than to point B. When only 800 farmers work the land there is a higher average product of labour. The slope is 625, the average product of 625 kg per farmer that we calculated previously.

Figure 2.14b The farmers' production function: Diminishing average product of labour.

Gjennomsnittsproduktiviteten måler hva én arbeider produserer i gjennomsnitt:

$$Gj.prod. = \frac{Y}{x} = \frac{f(x)}{x}$$

Måles av helningen til en stråle fra origo til produktfunksjonen

Når produksjonen økes (A til B) faller gjennomsnittsproduktiviteten

Flere arbeidere produserer mindre i gjennomsnitt.

Avtagende gjennomsnittsproduktivitet

- Flere arbeidere til fast kvantum med dyrkbar jord
- Dårligere jord blir tatt i bruk når flere må finne plass

Malthus sine to premisser

- Avtagende gjennomsnittsproduktivitet av arbeidskraft
- Befolkningen vokser dersom levestandarden (reallønn) øker

Teknologiforbedringer

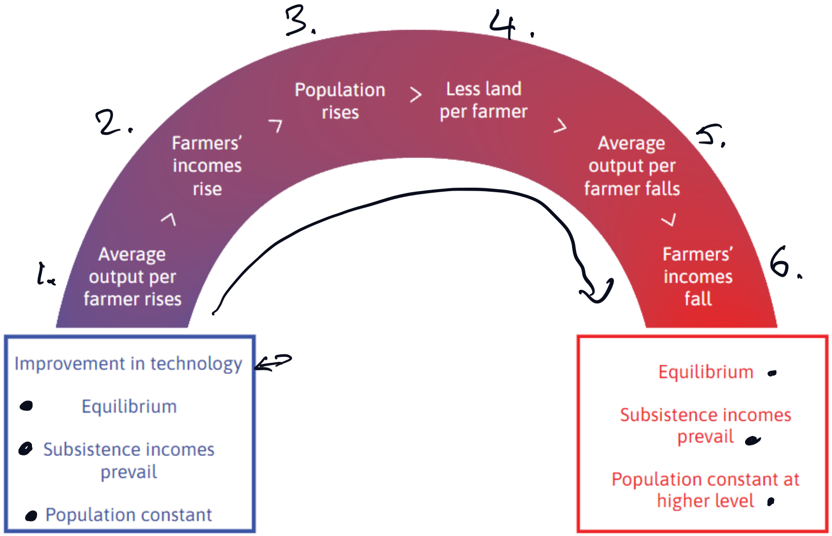
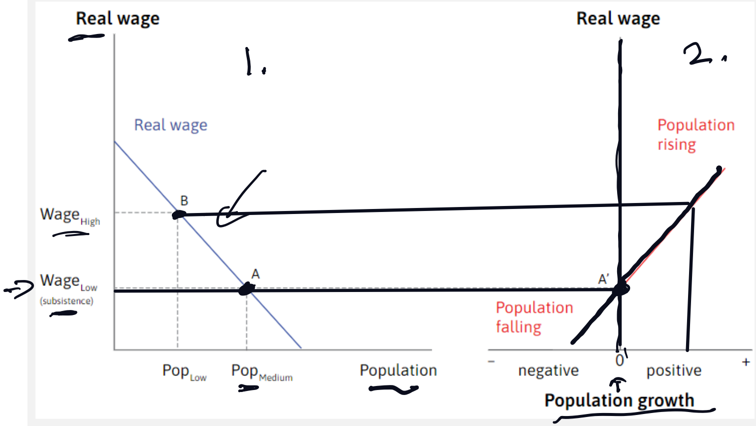


Figure 2.15 Malthus' model: The effect of an improvement in technology.

Likevekt i Malthus sin modell



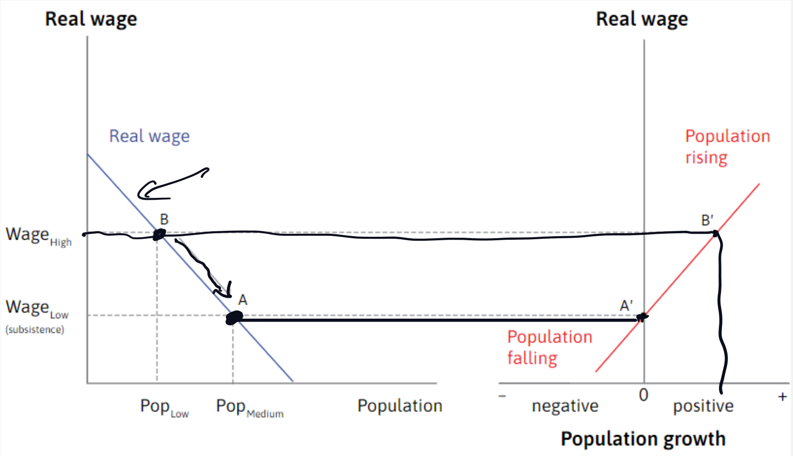
Linking the two diagrams

At point A, on the left, population is medium-sized and the wage is at subsistence level. Tracing across to point A' on the right shows that population growth is equal to zero. So if the economy is at point A, it is in equilibrium: population stays constant and wages remain at subsistence level.

Figure 2.16 A Malthusian economy.

- Likevekt er i A og A'
- Eksistensminimum etableres
- Konstant befolkning.

En stabil (men elendig) likevekt



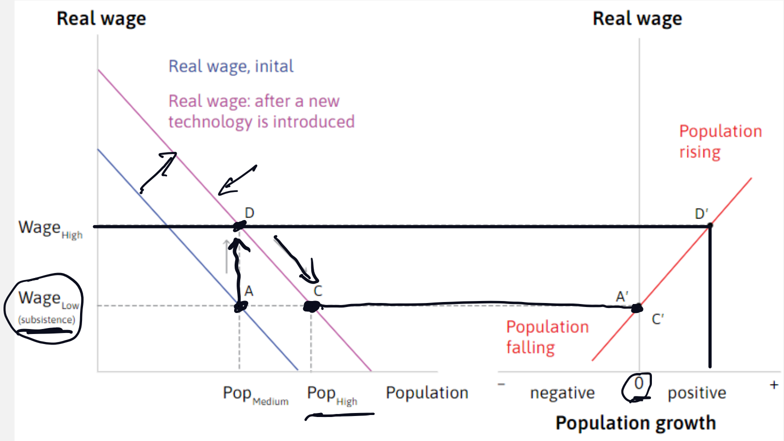
The economy returns to equilibrium

As the population rises, the economy moves down the line in the left diagram: wages fall until they reach equilibrium at A.

Figure 2.16 A Malthusian economy.

- Anta at økonomien er i B og B'.
- Høy reallønn fører til en økende befolkning (B til A).
- Reallønna faller til A, og vi er tilbake i likevekt.
- Eksistensminimum etableres
- Konstant befolkning.

Teknologisk endring – samme resultat på lang sikt



C is the equilibrium with the new technology

At C, the wage has reached subsistence level again. The population remains constant (point C′). The population is higher at equilibrium C than it was at equilibrium A.

Figure 2.17 The introduction of a new technology in a Malthusian economy.

- Likevekt i A og A'
- Teknologisk fremgang flytter økonomien til D og D'
- Befolkningen vokser, reallønna faller
- Likevekt etableres i C, C'
- Tilbake til eksistensminimum

Redningen

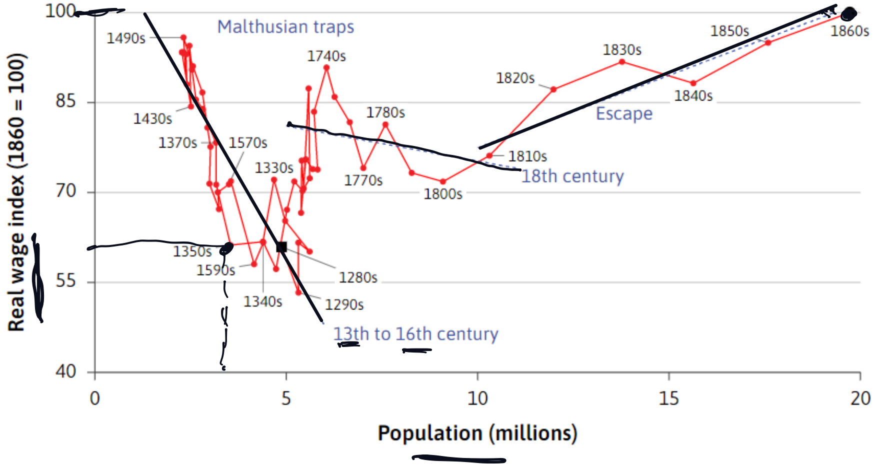
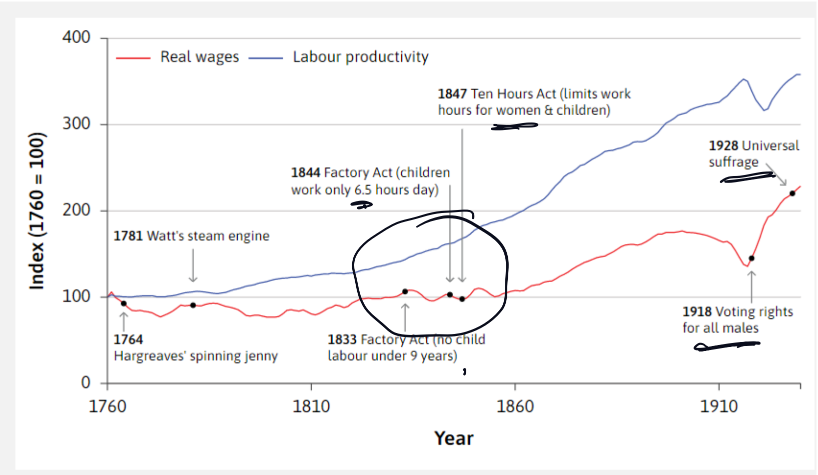
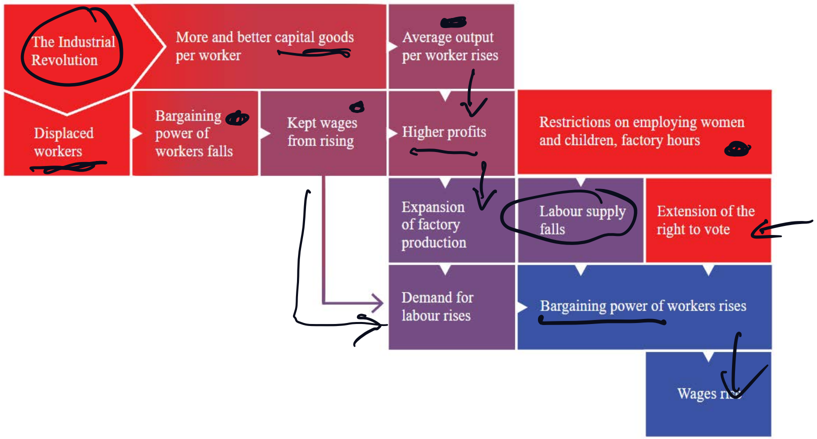


Figure 2.20 Escaping the Malthusian trap.

- Klar negativ sammenheng mellom levestandard og befolkningen fra 1200-tallet til 1500-tallet, og på 1700-tallet.
- Redningen kom fra begynnelsen av 1800-tallet med økende befolkningen og økende levestandard!
- «Escape»





Produktiviteten av arbeidskraft øker
- større kake som kan fordeles mellom arbeidere og eiere

Økt forhandlingsmakt for arbeidere
- arbeidere klarer å få en større andel av kaka fra ca 1830.

Mer om produktfunksjonen (kobling til matematikk)

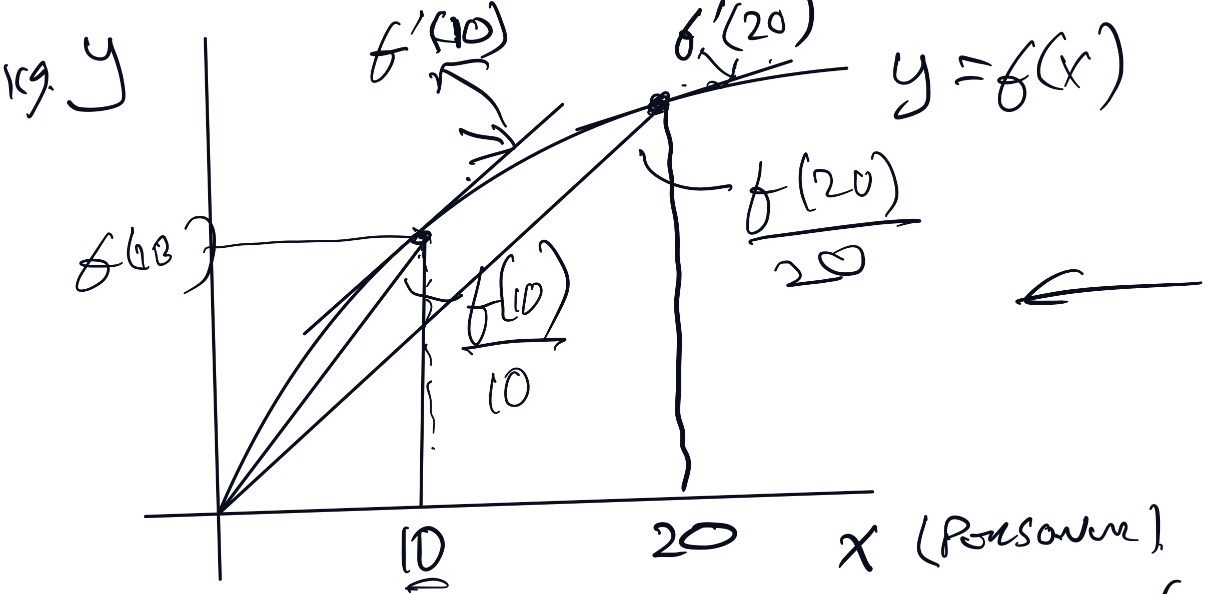
EGENSKAPER: (LEIBNIZ 2.7.1)

$$y = f(x) = \begin{cases} 0 & \text{FOR } x = 0 \\ > 0 & \text{FOR } x > 0 \end{cases}$$

HELNING $\dfrac{dy}{dx} = f'(x) > 0$ GRENSEPRODUKTIVITET (MP)

MARGINAL PRODUCT.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d^2y}{dx^2} < 0 \text{ KONKAV}$$



GJENNOMSNITTSPRODUKTIVITET (AP)

$$AP = \frac{y}{x} = \frac{f(\hat{x})}{x}.$$

$$y = \frac{u}{v}$$

BROKREGELEN $\frac{dy}{dx} = \frac{vdu - udv}{\ldots}$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{x}\right) = \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{x^2}$$

$$= \frac{x f'(x)}{x^2} - \frac{f(x)}{x} \cdot \frac{1}{x}$$

$$= \frac{f'(x)}{x} - \frac{f(x)}{x} \cdot \frac{1}{x} =$$

$\frac{1}{x}$ ER FELLES.

$$= \frac{1}{x}\left[f'(x) - \frac{f(x)}{x}\right] = \frac{1}{x}\left[\underline{M}P - \underline{A}P\right]$$

$$\boxed{\text{DERSOM } AP > MP \Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{x}\right) = \frac{dAP}{dx} < 0}$$

EKSEMPEL:

COBB-DOUGLAS MED EN FAKTOR.

$$y = \underline{Z \cdot x^{a}} \cdot \qquad Z > 0$$

$$\underline{1 > a} > 0$$

$$MP = \frac{dy}{dx} = Zax^{a-1} > 0$$

$$\frac{dMP}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} = \underset{+}{Z}\,\underset{+}{a}\,(\underset{-}{a-1})\,\underset{+}{x}^{a-2} < 0$$

$$AP = \frac{Zx^a}{x} = Zx^a x^{-1} = Zx^{a-1} > 0 \qquad \frac{1}{x} = x^{-1}$$

$$x^\alpha \cdot x^\beta = x^{(\alpha+\beta)}$$

$$\frac{dAP}{dx} = Z(a-1)x^{a-2} < 0$$

$+ \quad \div \quad +$

ENHETSUAVHENGIGE MÅL PÅ ENDRING.

$$10 = \frac{\% \Delta \text{ i } y}{\% \Delta \text{ i } x} = \frac{\frac{dy}{y}}{\frac{dx}{x}}$$

— %VIS ENDRING I Y

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{e}}$$

↳ ↑x MED 1% ⇒ 10% ↑ i y (ELASTISITET)

$$= \frac{dy}{y} \cdot \frac{x}{dx} = \boxed{\frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y} \quad MP}$$

$$= \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{c}$$

$$y = \underline{Zx^{a}}$$

$$: Zax^{a-1} \cdot \frac{x}{Zx^{a}} = \frac{\cancel{Z}ax^{a-1} \cdot x}{\cancel{Z}x^{a}}$$

$$\frac{1}{x^{a}} = x^{-a}$$

$$= ax^{a-1} \cdot x^{1} \cdot x^{-a} = ax^{(a-1+1-a)} = ax^{0} = \underline{\underline{a}}$$

1% ↑ i x ⟹ a% ↑ i y PRODUKSJONS -

ELASTISITET.

Produktfunksjon ved hjelp av R (mosaic)

- Se på produktfunksjon $y = Zx^{a}, \mathrm{Z} > 0, 1 > \mathrm{a} > 1$

1. Teknologisk fremgang.
   - Sett Z=2, a=0,5 og tegn produktfunksjonen
   - Sett Z=4, a=0,5 og tegn på samme figur
   - Dette er en enkel fremstilling av teknologisk fremgang (ceteris paribus)
   - Anta at bedriften vil produsere 5 enheter. Vis grafisk, og ved hjelp av utregning

- Se på produktfunksjon $y = Zx^{a}, \mathrm{Z} > 0, 1 > \mathrm{a} > 1$

2. Teknologisk fremgang.
   - Sett Z=2, a=0,5 og tegn produktfunksjonen
   - Sett Z=4, a=0,8 og tegn på samme figur
   - Dette er en alternativ fremstilling av teknologisk fremgang (ceteris paribus)
   - Anta at bedriften vil produsere 5 enheter. Vis grafisk, og ved hjelp av utregning

- Se på produktfunksjon $y = Zx^{a}, \mathrm{Z} > 0, 1 > \mathrm{a} > 1$

3. Gjennomsnitts- og grenseproduktivitet.
   - Regn ut grenseproduktivitet (mp), og endring i grenseproduktivitet
   - Tegn mp for Z=2, a=0,7, og for Z=2, a=0,4
   - Regn ut hvordan gjennomsnittsproduktiviteten (ap) endres når x øker
   - Tegn ap for Z=2, a=0,7, og for Z=2, a=0,4

   - Tegn mp og ap i samme figur for Z=2, a=0,7.

- Se på produktfunksjon $y = AL^{b}K^{1-b}, \mathrm{A} > 0, 1 > \mathrm{b} > 1$
- Cobb-Douglas med 2 produksjonsfaktorer (L og K)

4. Teknologisk fremgang
    - Sett A=5, b=0,5 og plott produktfunksjonen i 3D (surface=TRUE i plotFun)
    - Sett A=5, b=0,8 og plott
    - Sett A=10, b=0,8 og plott
  - Plott nivåkurver (produksjonsisokvanter)
    - Ta bort surface=TRUE
    - A=5, b=0,7
    - Sammenlikn med A=5, b=0.5
    - (Vi skal sette disse sammen med isokostnadslinjer i seminar 4)