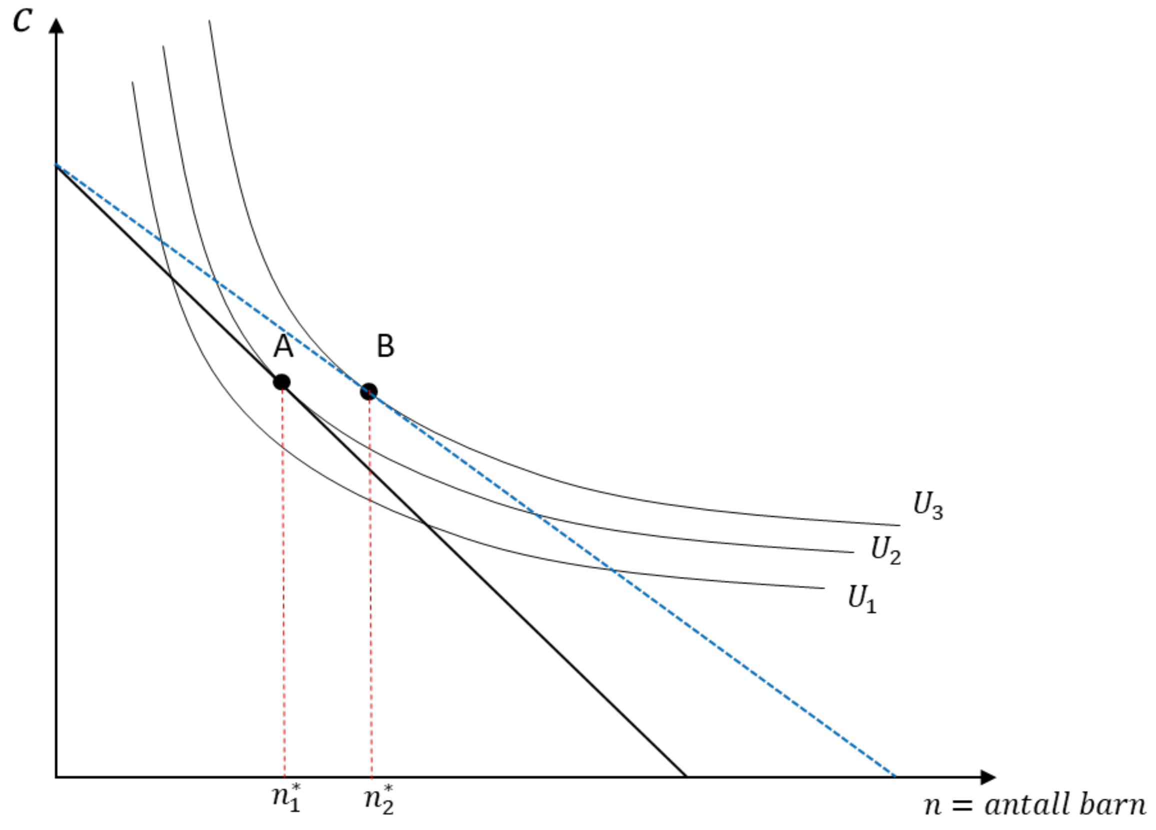
SOK-2008: Seminaroppgaver Tema 2.1

I Markedistan betaler foreldre nesten full kostnad for å ha barn i barnehage. Kostnaden for å ha barn i barnehage er variabel og lik v_c.

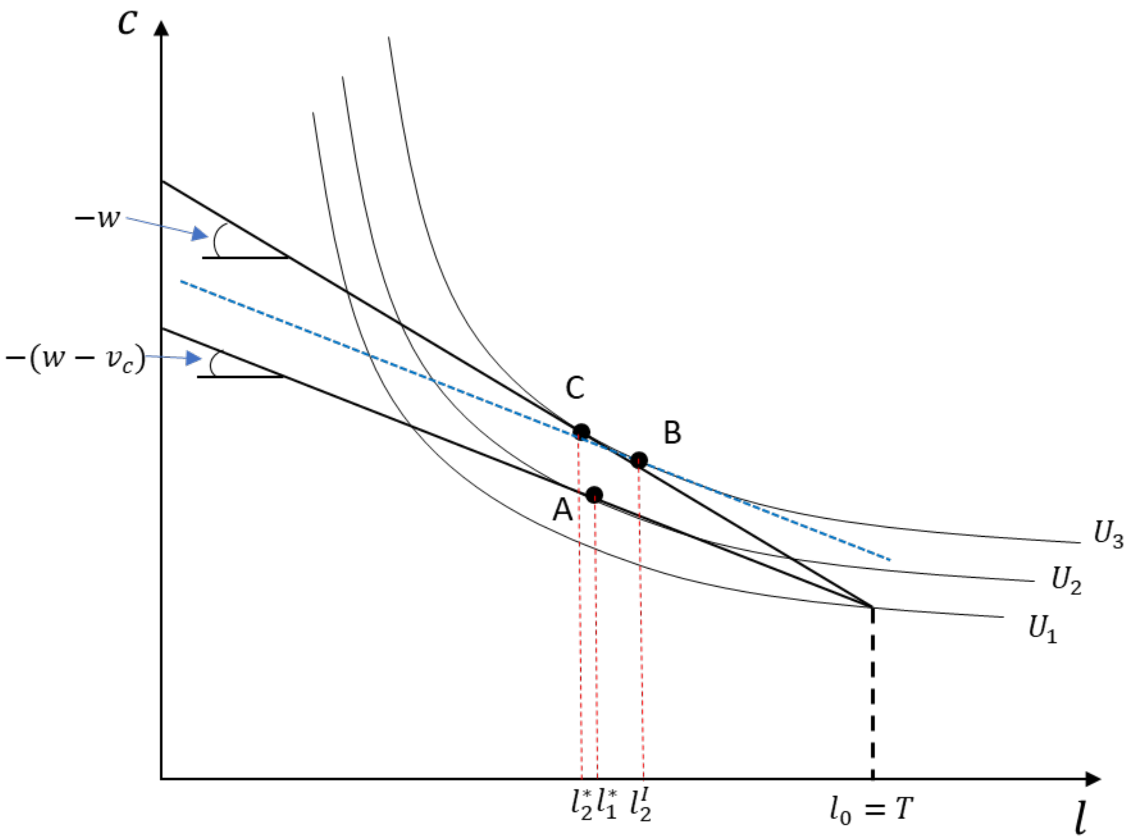
I Markedistan har kvinner hovedansvaret for å ta hånd om barna. Landet sliter med at kvinner har lav sysselsettingsrate, men også med at fødselstallene har gått ned betraktelig over tid.

Landets president, Boe Jiden, vurderer å gjøre barnehagen gratis (en betraktelig reduksjon i v_c). Han ber deg om å gi ham råd om hvordan en slik politikk vil påvirke fødselstallene og arbeidstilbudet til kvinner.

a) Bruk grafisk illustrasjon for å forklare for Boe hvordan politikken teoretisk kan tenkes påvirke en enkelte familie sitt valg av antall barn. Gi økonomisk intuisjon, slik at Boe forstår.



b) Bruk grafisk illustrasjon for å illustrere hvordan politikken teoretisk påvirker en enkelte kvinnes valg av arbeidstimer. Gå ut ifra at valget av arbeidstimer er fritt. Dersom politikken kan ha motstridige effekter, må du forklare dette for Boe.



c) Boe er ikke helt overbevisst. Han ønsker at du skal bevise ved bruk av matematikk. Sett opp en nyttefunksjon til et individ som har nytte av fritid og konsum, og som ikke kan spare eller låne noe. Ta fram ett matematisk uttrykk som viser effekten av en endring i v_c på optimalt antall arbeidstimer.

Antakelse om spesifikk funksjonsform for nytte av konsum og fritid: $u(c,l) = c^{\alpha} \cdot l^{\beta}$

Tidsrestriksjon: $T = h + l$

Budsjettbetingelse: $c = m + (w - v_c) \cdot h$

$$\max_{c,l,\lambda} \mathcal{L} = u(c,l) + \lambda \cdot (m + (w - v_c) \cdot (T - l) - c)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c} = 0; \quad \rightarrow \quad \frac{\partial u(c,l)}{\partial c} = \lambda \quad \rightarrow \quad \alpha \cdot c^{\alpha-1} \cdot l^{\beta} = \lambda$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l} = 0; \quad \rightarrow \quad \frac{\partial u(c,l)}{\partial l} = \lambda \cdot (w - v_c) \quad \rightarrow \quad \beta \cdot c^{\alpha} \cdot l^{\beta-1} = \lambda \cdot (w - v_c)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0; \quad \rightarrow \quad m + (w - v_c) \cdot (T - l) = c$$

Første ordningens vilkår for konsum og fritid gir oss optimivilkåret at helningen på indifferansekurven skal være lik helningen på budsjettbetingelsen:

$$\rightarrow \quad \alpha \cdot c^{\alpha-1} \cdot l^{\beta} = \frac{\beta \cdot c^{\alpha} \cdot l^{\beta-1}}{(w - v_c)}$$

$$\rightarrow \quad \frac{\alpha \cdot c^{\alpha-1} \cdot l^{\beta}}{\beta \cdot c^{\alpha} \cdot l^{\beta-1}} = \frac{1}{(w - v_c)}$$

$$\rightarrow \quad \frac{\alpha \cdot l}{\beta \cdot c} = \frac{1}{(w - v_c)}$$

Optimivilkåret:

$$\rightarrow (w - v_c) = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{c}{l}$$

Vi kan skrive mengde konsum som en funksjon av mengde fritid og bruke dette i første ordningens vilkår for budsjettbetingelsen

$$\rightarrow \quad \frac{\alpha}{\beta} \cdot (w - v_c) \cdot l = c$$

$$\rightarrow \quad m + (w - v_c) \cdot (T - l) = \frac{\alpha}{\beta} \cdot (w - v_c) \cdot l$$

$$\rightarrow \quad m + (w - v_c) \cdot T - (w - v_c) \cdot l = \frac{\alpha}{\beta} \cdot (w - v_c) \cdot l$$

$$\rightarrow \quad m + (w - v_c) \cdot T = (w - v_c) \cdot l \cdot \left(\frac{\alpha}{\beta} + 1\right)$$

$$\rightarrow \quad m + (w - v_c) \cdot T = (w - v_c) \cdot l \cdot \left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\beta}\right)$$

$$\rightarrow \quad m + (w - v_c) \cdot T = (w - v_c) \cdot l \cdot \left(\frac{\alpha + \beta}{\beta}\right)$$

$$\rightarrow \frac{m + (w - v_c) \cdot T}{(w - v_c) \cdot \left(\frac{\alpha + \beta}{\beta}\right)} = l^*$$

$$\left(\frac{\beta}{\alpha + \beta}\right) \cdot \left(\frac{m}{(w - v_c)} + T\right) = l^*$$

For å finne optimalt antall arbeidstimer må vi substituere inn for l^* i tidsrestriksjonen og løse for h^*

$$T = l^* + h^* \rightarrow T = \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta}\right) \cdot \left(\frac{m}{(w - v_c)} + T\right) + h^*$$

$$h^* = T - \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta}\right) \cdot \left(\frac{m}{(w - v_c)} + T\right)$$

$$h^* = T \cdot \left(1 - \frac{\beta}{\alpha + \beta}\right) - \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta}\right) \cdot \left(\frac{m}{(w - v_c)}\right)$$

$$h^* = T \cdot \left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta} - \frac{\beta}{\alpha + \beta}\right) - \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta}\right) \cdot \left(\frac{m}{(w - v_c)}\right)$$

$$h^* = T \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta}\right) - \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta}\right) \cdot \left(\frac{m}{(w - v_c)}\right)$$

Vi kan nå evaluere effekten av å endre de variable kostnadene (NB 1: når vi tar det deriverte ser vi på effekten av en <u>økning</u> i den uavhengige variabelen! NB 2: Notere at jeg har skrevet om uttrykket slik at vi har $m \cdot (w - v_c)^{-1}$. Dette er det samme som å skrive $\frac{m}{(w-v_c)}$)

$$\frac{\partial h^*}{\partial v_c} = \frac{\partial}{\partial v_c} T \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta}\right) - \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta}\right) \cdot m \cdot (w - v_c)^{-1} = -\left(\frac{\beta}{\alpha + \beta}\right) \cdot m \cdot (w - v_c)^{-2} < 0$$

Gitt nyttefunksjonen som vi har valgt, vil en <u>økning</u> i de variable kostnadene føre til et redusert antall arbeidstimer. Med andre ord vil en reduksjon i de variable kostnadene føre til et økt antall arbeidstimer. Årsaken til dette er at det blir mer lønnsomt for familien å arbeide (mindre kostbart å ha barna i barnehage.