

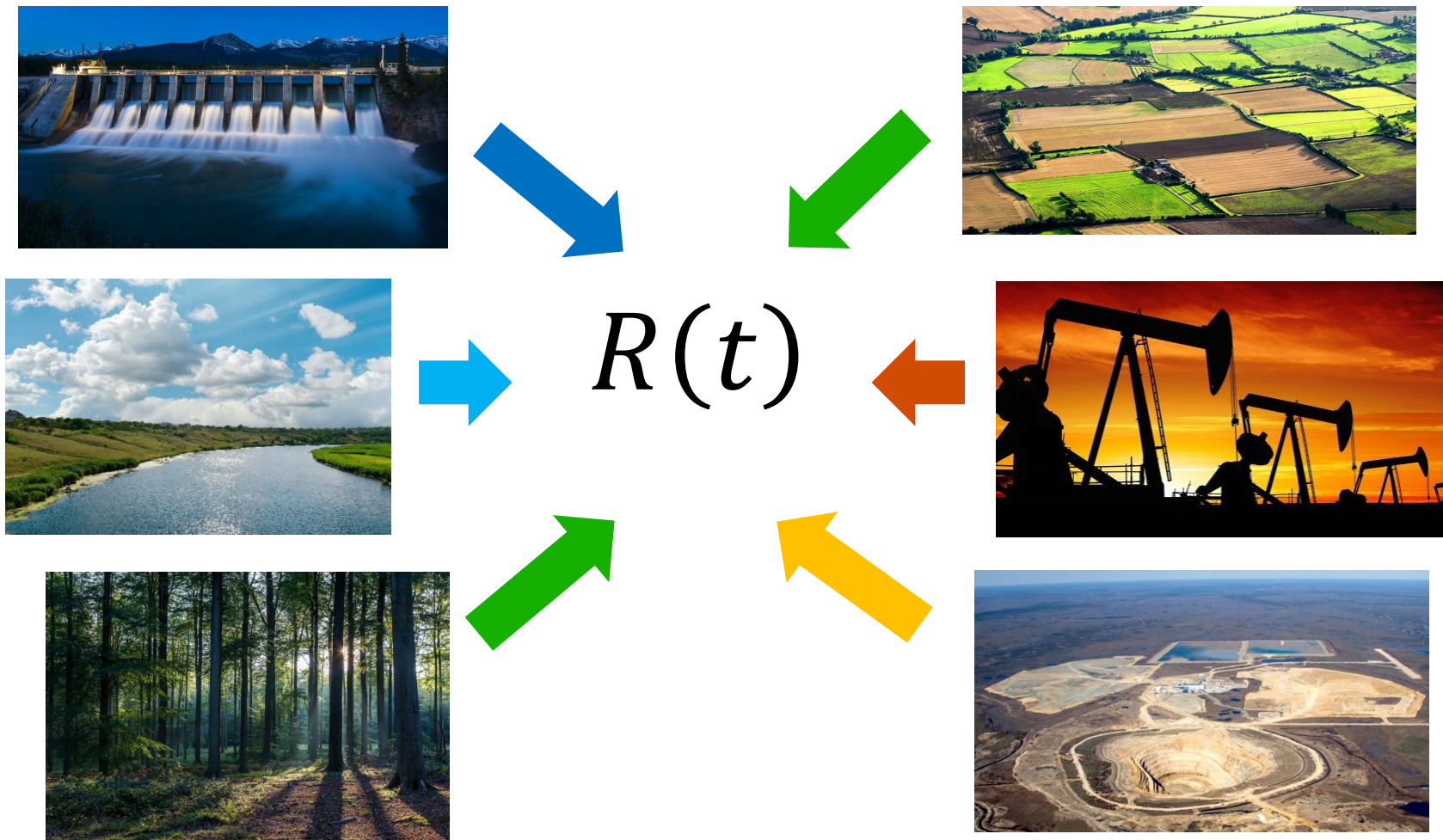


This Photo by Unknown Author is licensed under [CC BY-SA-NC](#)

## F5. SØK-2011: Økonomisk vekst

Solow-modellen med  
naturressurser og policy  
implikasjoner

# Solow-modellen med **naturressurser**



# Solow-modellen med **naturressurser**



**Naturressurser** = Endelige ressurser



Vi klarer ikke å produsere mer av dem



# Solow-modellen med **naturressurser**

To type naturressurser:

## **Fornybare**



En fornybar endelig ressurs kan brukes igjen og igjen.

Eksempel: dyrkbar jord

## **Ikke fornybare**



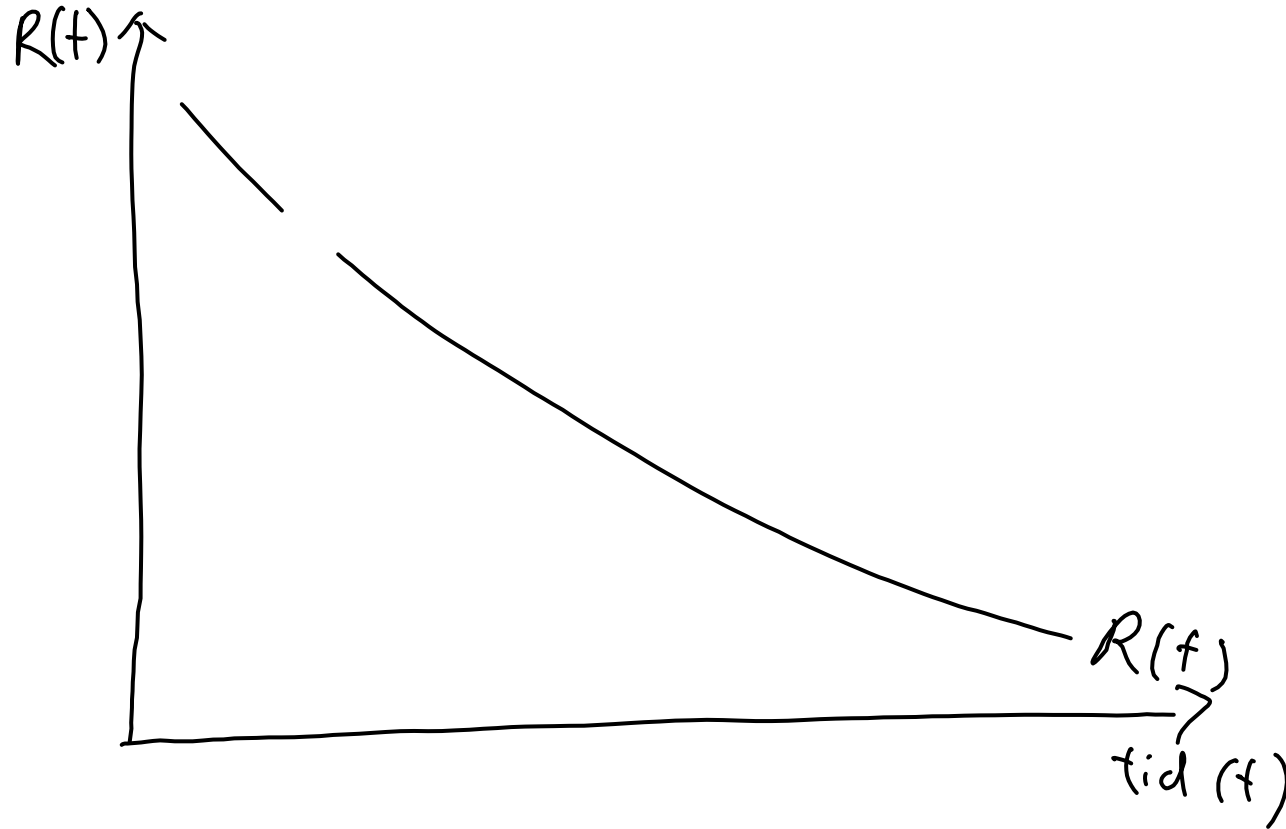
En ikke fornybar endelig ressurs minker med forbruken av ressursen

Eksempel: Olje, naturgass, mineraler

# Solow-modellen med naturressurser



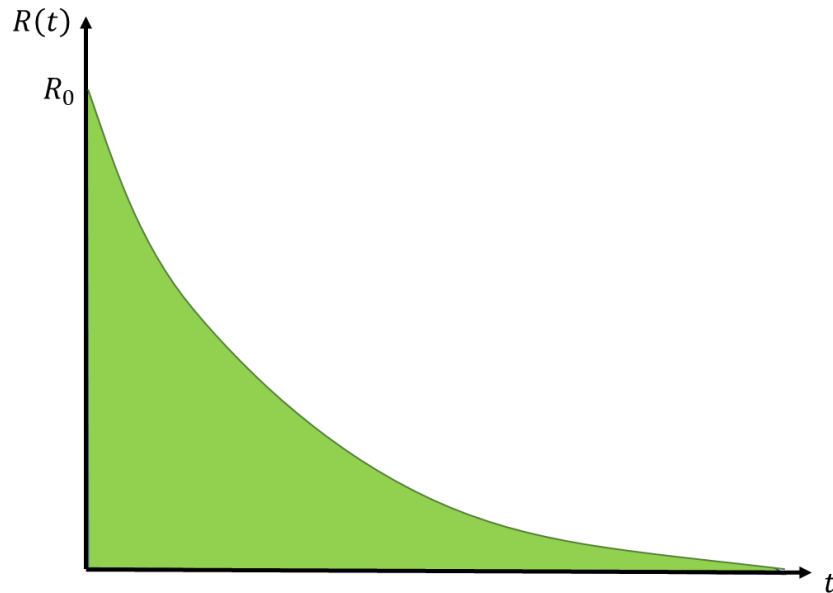
Hvordan utvikles mengde naturressurser tilgjengelige for produksjon over tid (gitt at vi bruker en del i produksjonen)?



# Solow-modellen med naturressurser



Hvordan utvikles mengde naturressurser tilgjengelige for produksjon over tid (gitt at vi bruker en del i produksjonen)?



$R_0$  = Mengde ressurser fra skuff.

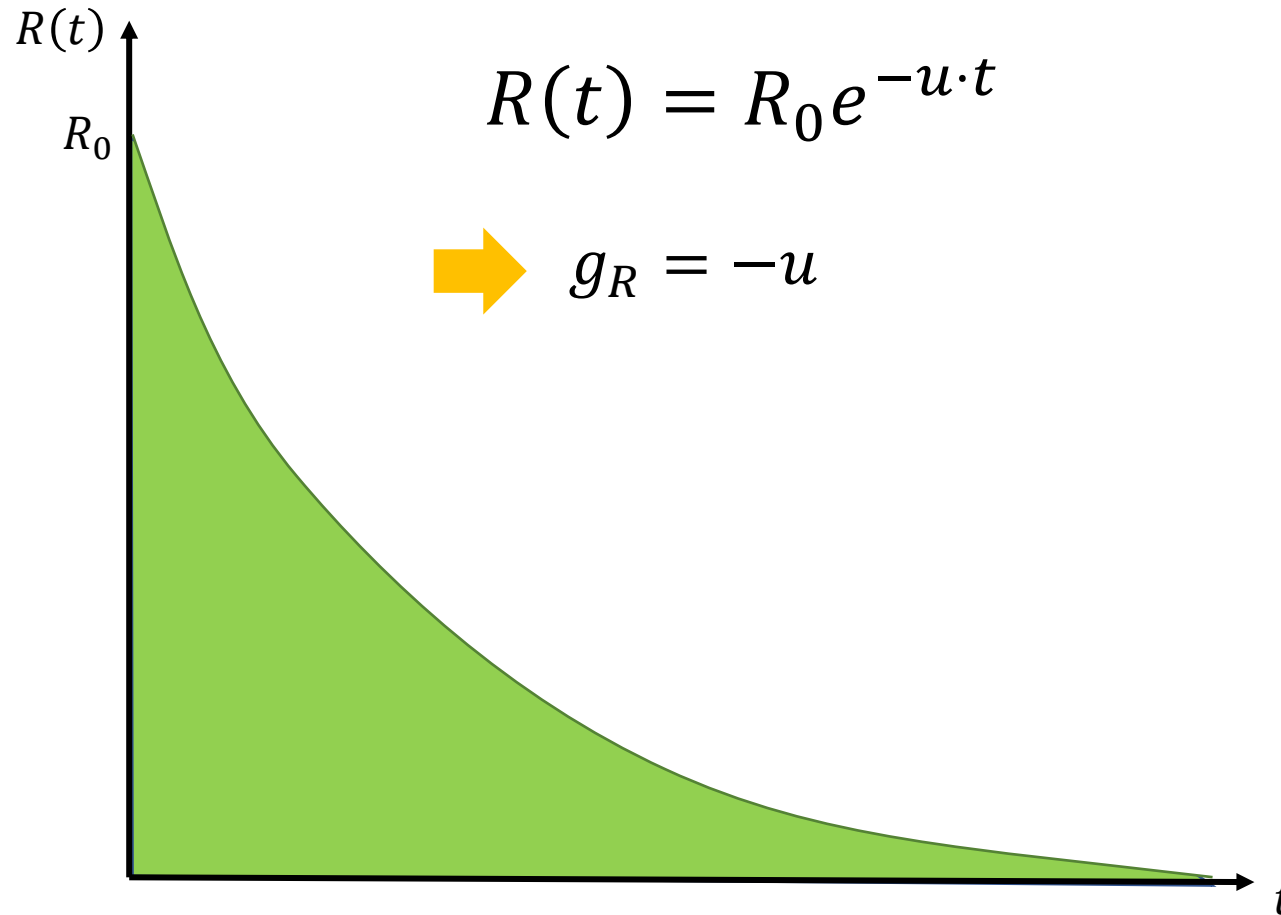
$$R(t) = R_0 \cdot e^{-u \cdot t}$$

$R(t)$  minsker med t, dvs. 0.01% hvert år (t)

$$-0 \quad u = 0.001$$



# Solow-modellen med **naturressurser**



# Solow-modellen med **naturressurser**

Solow-modellen uten teknologisk utvikling og uten naturressurser

Produksjon per arbeider blir bestemt av kapital per arbeider:  $y(t) = k(t)^\alpha$ .

Veksten i produksjon per arbeider drivs kun av veksten i kapital per arbeider:  $g_y(t) = \alpha g_k(t)$

I steady state vokser **total** kapital med samme rate som arbeidskraften:  $s \cdot \frac{Y(t)}{K(t)} = n$

I steady state er kapitalintensiteten konstant, hvilket fører til at produksjon per innbygger er konstant:  $g_y^{ss} = 0$

Solow-modellen uten teknologisk utvikling med naturressurser

En produksjonsfaktor (naturressurser) MINKER over tid!

I hver tidsperiode finnes det mindre av naturressursene → mindre naturressurs per arbeider (innbygger) ↙

I hver tidsperiode blir befolkningen større → ENDA mindre naturressurs per arbeider (innbygger) ↘

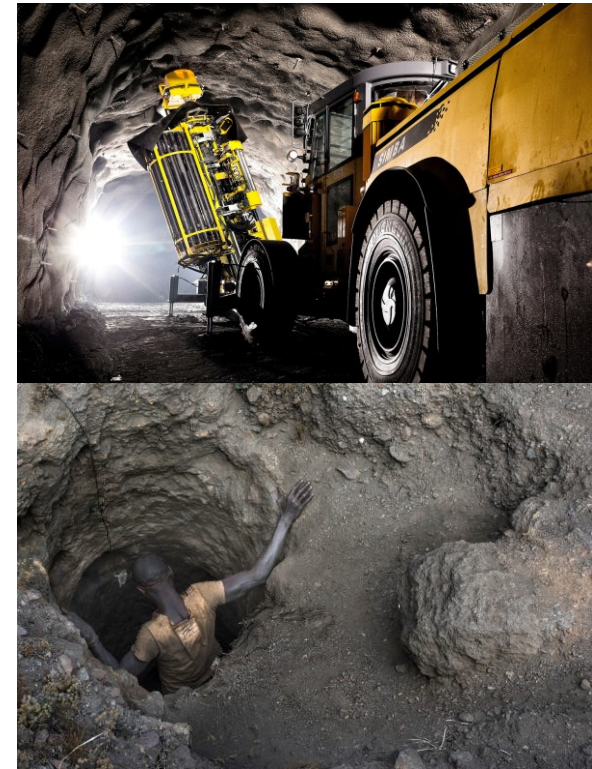


Dersom kapitalintensiteten er konstant og det ikke er teknologisk utvikling, vil vekstraten i produksjon per arbeider være NEGATIV!



# Solow-modellen med teknologi og **naturressurser**

Effektiv mengde naturressurser: tilgang til **mengde** naturressurser og **kvaliteten** til disse



# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

Effektiv mengde naturressurser: tilgang til mengde naturressurser og kvaliteten til disse

kvalitets indeks til naturressurser:  $q_R(t)$

Vekstrate i kvalitet på naturressurser:  $h$

$$q_R(t) = e^{h \cdot t}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} R(t) &= \bar{R}(t) \cdot q_R(t) \\ &= R_0 \cdot e^{-u \cdot t} \cdot e^{h \cdot t} \end{aligned}}$$

# Solow-modellen med teknologi og **naturressurser**

Effektiv mengde naturressurser: tilgang til mengde naturressurser og kvaliteten til disse

$$\underline{R} = q_R(t) \cdot R(t)$$

$$R(t) = R_0 e^{-u \cdot t}$$

Mengde naturressurser

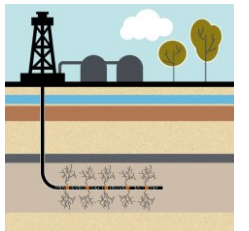
Vekstrate i  $R(t)$ :  $-u$

$$q_R(t) = e^{h \cdot t}$$

Kvalitet på naturressurser

Vekstrate i  $q_R(t)$ :  $h$

$h \gtrless 0$



# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Nivå på produksjonen

### Solow-modellen med teknologisk utvikling

$$Y(t) = A(t) \cdot (q_K(t) \cdot K(t))^\alpha \cdot (q_L(t) \cdot L(t))^\beta, \quad \beta = (1 - \alpha)$$

### Solow-modellen med teknologisk utvikling OG naturressurser

$$Y(t) = A(t) \cdot (q_K(t) \cdot K(t))^\alpha \cdot (q_L(t) \cdot L(t))^\beta \cdot (q_R(t) \cdot R(t))^\gamma$$

$$0 < \alpha, \beta, \gamma < 1$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 1$$

Disse antagelsene er lik

- ★  $L(t) = L_0 e^{nt}$
- ★  $I(t) = S(t)$
- ★  $S(t) = s \cdot Y(t) = \frac{\partial K(t)}{\partial t}$
- ★ Konstant skala-utbytte
- ★ Avtakende grenseproduktivitet
- ★ Lukket økonomi



# Solow-modellen med teknologi og **naturressurser**

Nivå på produksjonen

Disse antagelsene er lik

- ★  $L(t) = L_0 e^{nt}$
- ★  $I(t) = S(t)$
- ★  $S(t) = s \cdot Y(t) = \frac{\partial K(t)}{\partial t}$
- ★ Konstant skala-utbytte
- ★ Avtakende grenseproduktivet
- ★ Lukket økonomi

- ★  $A(t) = A_0 \cdot e^{g_A t}$
- ★  $q_K(t) = e^{j t}$
- ★  $q_L(t) = e^{m t}$
- ★  $q_R(t) = e^{h \cdot t}$
- ★  $R(t) = R_0 e^{-u \cdot t}$

$$Y(t) = A(t) \cdot (q_K(t) \cdot K(t))^\alpha \cdot (q_L(t) \cdot L(t))^\beta \cdot (q_R(t) \cdot R(t))^\gamma$$

$$Y(t) = \underline{A_0} \cdot e^{g_A t} \cdot (\underline{e^{j \cdot t}} \cdot K(t))^\alpha \cdot (\underline{e^{m \cdot t}} \cdot L(t))^\beta \cdot (\underline{e^{h \cdot t}} \cdot R(t))^\gamma$$

$$Y(t) = A_0 e^{g_A t} \cdot e^{\alpha \cdot j \cdot t} \cdot e^{\beta m t} \cdot e^{\gamma \cdot h \cdot t} \cdot K(t)^\alpha \cdot L(t)^\beta \cdot R(t)^\gamma$$

$$Y(t) = \underline{A_0 \cdot e^{(g_A + \alpha \cdot j + \beta m + \gamma h) \cdot t}} \cdot K(t)^\alpha \cdot L(t)^\beta \cdot R(t)^\gamma$$

# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Total produksjon

$$Y(t) = A_0 \cdot e^{(g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h) \cdot t} K(t)^\alpha \cdot L(t)^\beta \cdot R_0^\gamma \cdot e^{-\gamma u t}$$

## Produksjon per arbeider

$$y(t) = \frac{Y(t)}{L(t)} = A_0 \cdot e^{(g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h)t} \cdot k(t)^\alpha \cdot L(t)^\beta \cdot R(t)^\gamma \cdot L(t)^{-1}$$

$$y(t) = A_0 \cdot e^{(g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h)t} \cdot k(t)^\alpha \cdot L(t)^{\beta-1} \cdot R(t)^\gamma$$

Disse antagelsene er lik

- ★  $L(t) = L_0 e^{nt}$
- ★  $I(t) = S(t)$
- ★  $S(t) = s \cdot Y(t) = \frac{\partial K(t)}{\partial t}$
- ★ Konstant skala-utbytte
- ★ Avtakende grenseproduktivitet
- ★ Lukket økonomi

- ★  $A(t) = A_0 \cdot e^{g_A t}$
- ★  $q_K(t) = e^{jt}$
- ★  $q_L(t) = e^{mt}$
- ★  $q_R(t) = e^{ht}$
- ★  $R(t) = R_0 e^{-u \cdot t}$

# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

Total produksjon

Spesifikk produksjonsfunksjon

$$Y(t) = A(t) \cdot (q_K(t) \cdot K(t))^\alpha \cdot (q_L(t) \cdot L(t))^\beta \cdot (q_R(t) \cdot R(t))^\gamma$$

$$0 < \alpha, \beta, \gamma < 1, \quad \alpha + \beta + \gamma = 1$$

$A(t) = A_0 \cdot e^{g_A t}$	Total faktorproduktivitet (Hicks-neutral teknologi)	Vekstrate: $g_A$
------------------------------	---	------------------

$q_K(t) = e^{j t}$	Kvalitetsindeks til kapital	Vekstrate: $j$
--------------------	-----------------------------	----------------

$q_L(t) = e^{m t}$	Kvalitetsindeks til arbeid (Harrod-neutral teknologi)	Vekstrate: $m$
--------------------	---	----------------

$R(t) = R_0 e^{-u \cdot t}$	Mengde naturressurser	Vekstrate: $-u$
-----------------------------	-----------------------	-----------------

$q_R(t) = e^{h \cdot t}, \quad h \geq 0$	Kvalitet på naturressurser	Vekstrate: $h$
--	----------------------------	----------------



# Solow-modellen med teknologi og **naturressurser**

Total produksjon

$$Y(t) = A_0 \cdot e^{g_A t} \left( \overset{q_K(t)}{e^{j \cdot t} \cdot K(t)} \right)^\alpha \cdot \left( \overset{q_L(t)}{e^{m \cdot t} \cdot L(t)} \right)^\beta \cdot \left( \overset{q_R(t)}{e^{h \cdot t} \cdot R_0} \overset{R(t)}{e^{-u \cdot t}} \right)^\gamma$$

➔ 
$$Y(t) = A_0 \cdot e^{(g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h) \cdot t} K(t)^\alpha \cdot L(t)^\beta \cdot R_0^\gamma \cdot e^{-\gamma u t}$$

Produksjon per arbeider

$$y(t) = A_0 \cdot e^{(g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h) \cdot t} K(t)^\alpha \cdot L(t)^{\beta-1} \cdot R_0^\gamma \cdot e^{-\gamma u t}$$

- ★  $A(t) = A_0 \cdot e^{g_A t}$
- ★  $q_K(t) = e^{j t}$
- ★  $q_L(t) = e^{m t}$
- ★  $q_R(t) = e^{h \cdot t}$
- ★  $R(t) = R_0 e^{-u \cdot t}$

# Solow-modellen med teknologi og **naturressurser**

Vekst i produksjon per arbeider i, og utenom, steady state

$$g_y(t) = \underbrace{(g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h)}_{\theta} + \alpha \cdot \underbrace{\left( \frac{sy(t) - nk}{k(t)} \right)}_{\text{Vekst i kapital per arbeider}} - \underbrace{\gamma \cdot (u + n)}_{\text{Reduksjon i naturressurser per arbeider}}$$

Vekst i teknologi og kvalitet på produksjonsressurser

Vekst i kapital per arbeider

Reduksjon i naturressurser per arbeider

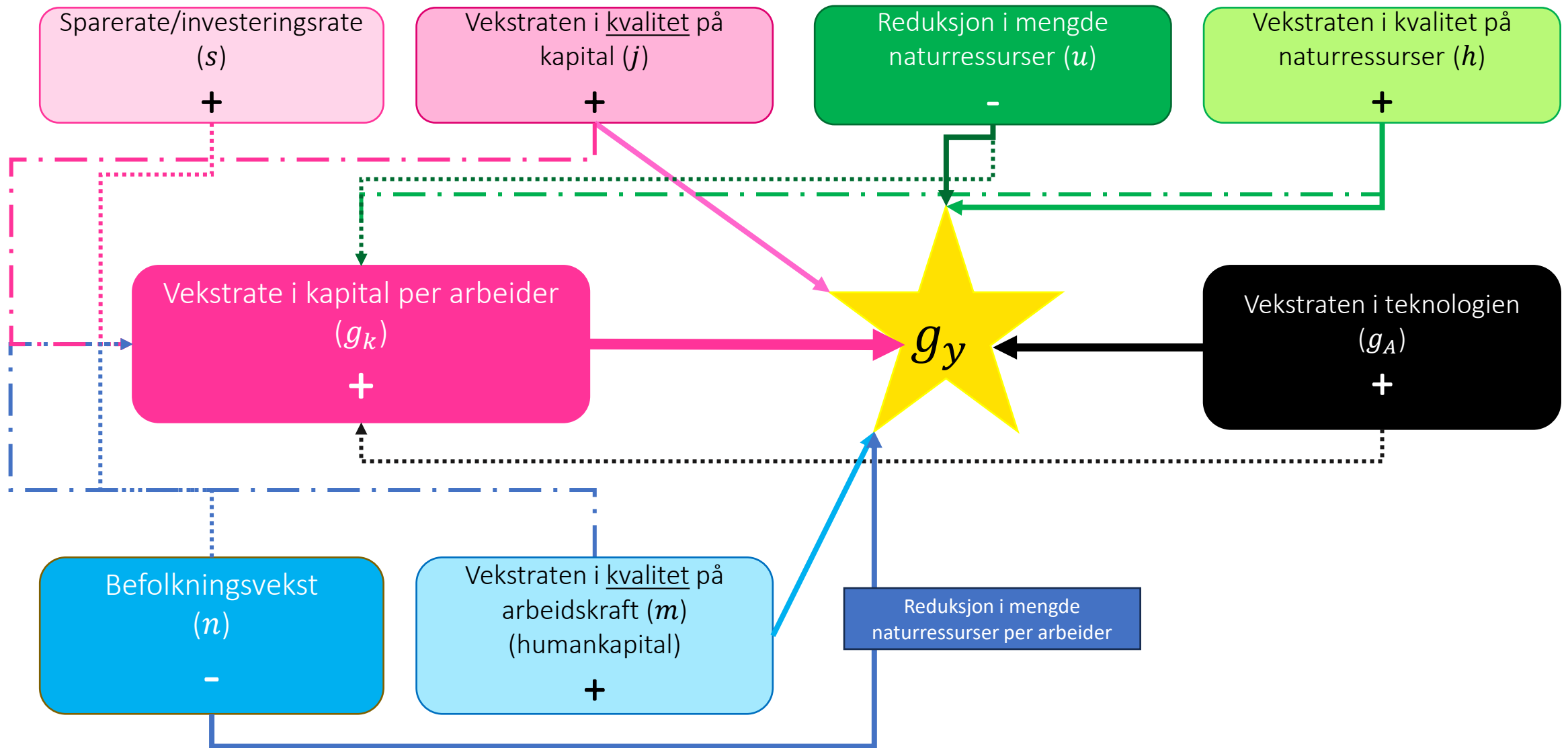
- ★  $A(t) = A_0 \cdot e^{g_A t}$
- ★  $q_K(t) = e^{j t}$
- ★  $q_L(t) = e^{m t}$
- ★  $q_R(t) = e^{h \cdot t}$
- ★  $R(t) = R_0 e^{-u \cdot t}$

Vekst i produksjon per arbeider i steady state

← Årsak: I steady-state vil  $g_k^{ss} = g_y^{ss}$

$$g_y(t) = \frac{1}{1 - \alpha} \cdot \underbrace{(g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h)}_{\theta} - \frac{\gamma}{1 - \alpha} (u + n)$$

# Solow-modellen med teknologi og naturressurser



# Solow-modellen med teknologi og **naturressurser**

$$g_y(t) = \underbrace{(g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h)}_{\theta} + \alpha \left( \frac{sy(t) - nk}{k(t)} \right) - \gamma(u + n)$$

Vekst i **teknologi** og **kvalitet** på produksjonsressurser  
ØKER vekstraten i materiell velferd OG gir vekst i  
kapitalintensiteten

**Endelige naturressurser** fører til at vekstraten i  
materiell velferd OG vekstraten i  
kapitalintensiteten blir LAVERE

# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Prediksjoner

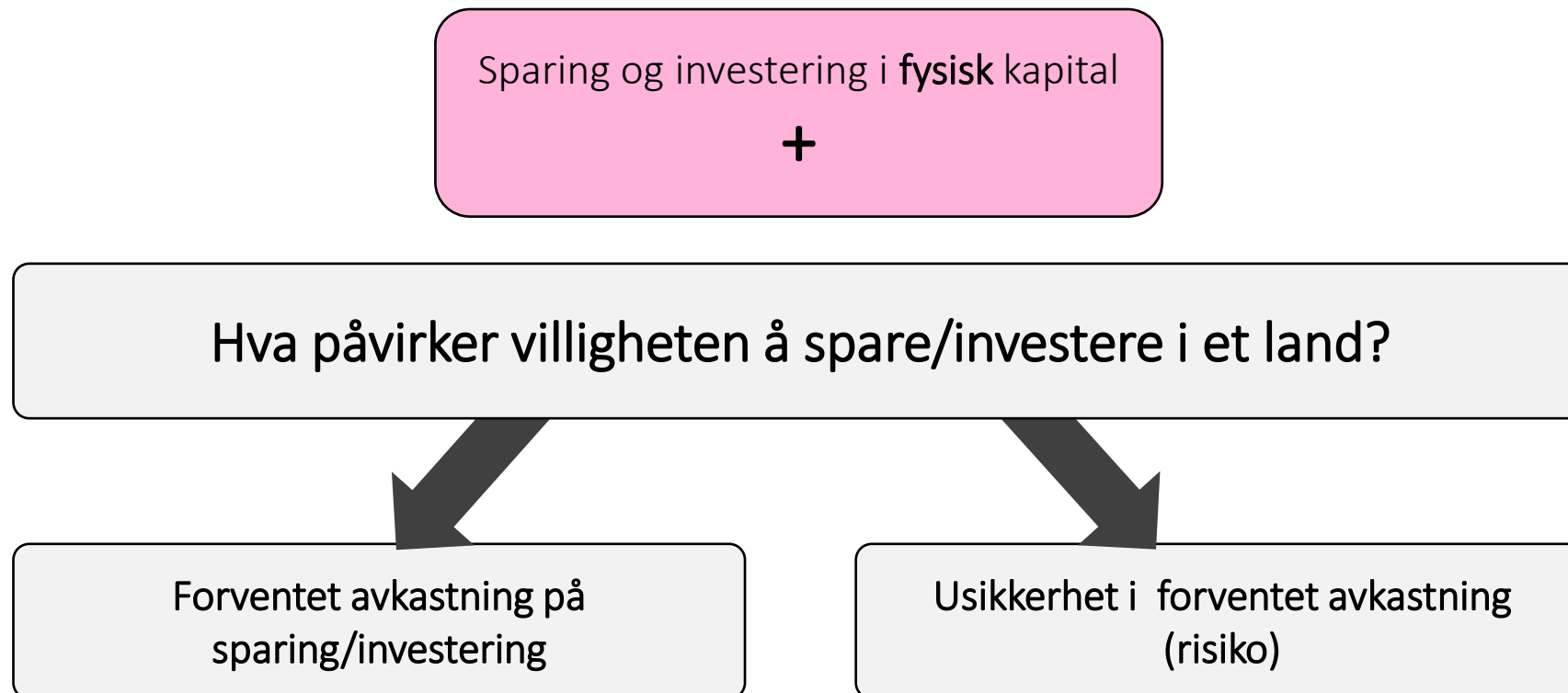
I tillegg til investeringer i kapital, er teknologisk utvikling og vekst i kvaliteten til produksjonsressursene helt essensielle for veksten i materiell velferd i et land (og i verden).

Forbruk av naturressurser, og ødeleggelse av natur, vil redusere veksten i materiell velferd i det lange løp.

# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Policy implikasjoner

Hvordan øke ressursene tilgjengelige for investering i fysisk kapital (og øke sannsynligheten at investeringene blir av)?



# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Policy implikasjoner

Sparing og  
investering

+

Hvilket land ville du ha  
investert i, og hvorfor?

Venezuela

Et av de 10 rikeste landene i  
verden når det kommer til  
naturressurser



Sverige

Noe rikt på naturressurser





# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Policy implikasjoner

Sparing og  
investering

+

### Corruption Perception Index, 2018

Transparency International's Corruption Perception Index. Scores are on a scale of 0-100, where 0 means that a country is perceived as highly corrupt.

Our World  
in Data

Sverige  
5/180

Venezuela  
177/180



# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Policy implikasjoner

Sparing og  
investering

+

Kostnad og tid brukt til å starte opp en bedrift

Land	Antall arbeidsdager	Kostnad (% av BNP per capita)
USA	4	1 %
Norway	4	0.80 %
Sweden	7,5	0.50 %
China	9	1.10 %
Germany	8	6.50 %
Zimbabwe	27	76.60 %
Ethiopia	32	45.40 %
Congo. Rep	49	16.60 %
Haiti	97	179.70 %
Venezuela	230	211.80 %

Årsaker til høye kostnader:

Ineffektiv byråkrati  
Korrupsjon

# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Policy implikasjoner

Sparing og  
investering

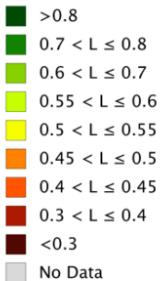
+

Rettsakerhet

Sverige  
4/139

Venezuela  
139/139

Countries by adherence to the  
Rule of Law (L), 2017-18  
(World Justice Project)



[https://en.wikipedia.org/wiki/World\\_Justice\\_Project](https://en.wikipedia.org/wiki/World_Justice_Project)

Full data  
<https://worldjusticeproject.org/rule-of-law-index/global>

# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Policy implikasjoner

Hvordan øke ressursene tilgjengelige for investering i fysisk kapital (og øke sannsynligheten at investeringene blir av)?

Sparing og investering i **fysisk** kapital

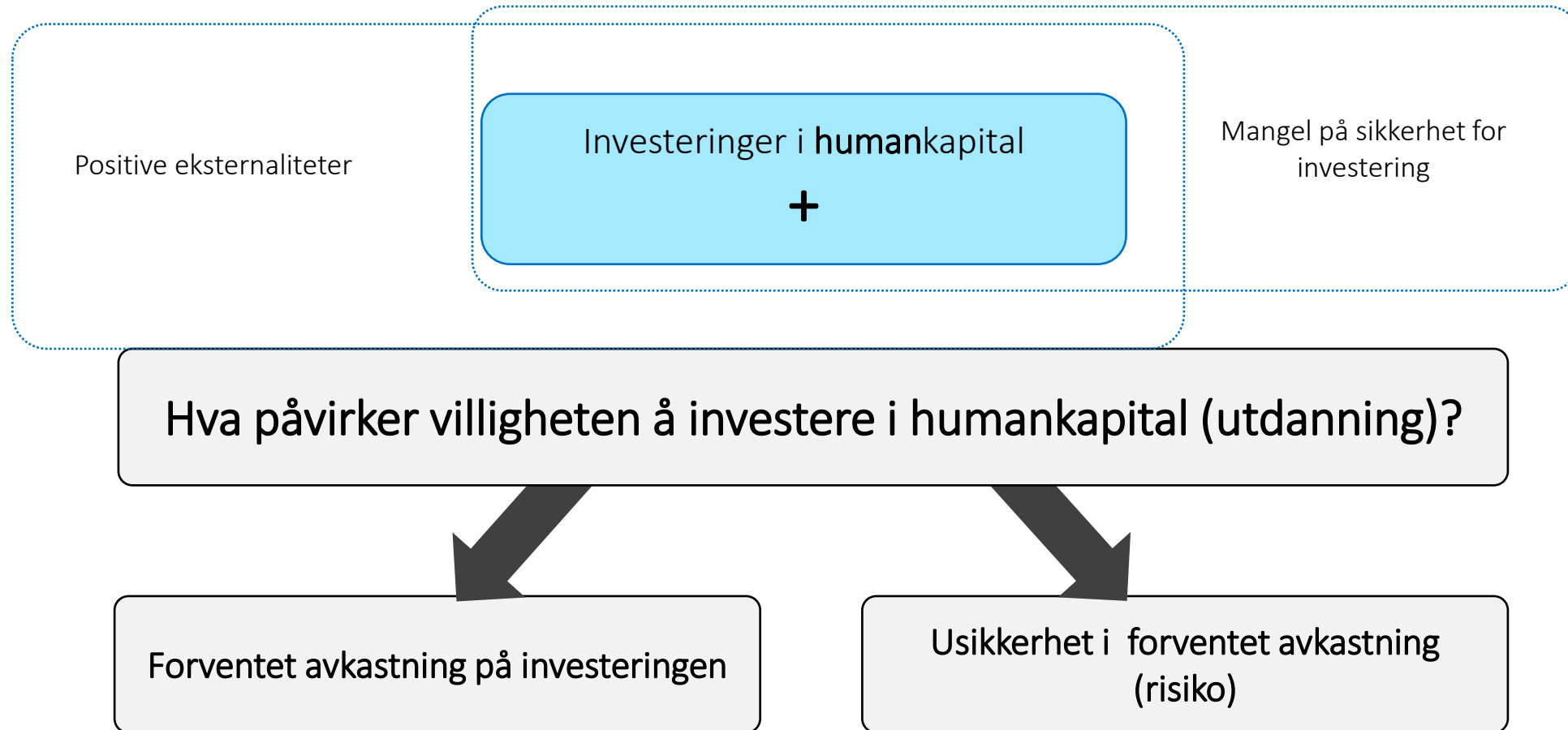
+

Eksempler på policy

- ❖ Lave skatter på sparing/investeringer
- ❖ Lave kostnader for å investere (f.eks. effektiv byråkrati, fravær av korrupsjon)
- ❖ Lav, stabil, inflasjon
- ❖ Stabile offentlige finanser
- ❖ Stabile, forutsigbare, regler
- ❖ Eiendomsrettigheter

# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Policy implikasjoner



# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Policy implikasjoner

Investeringer i humankapital

+

Rett til utdanning



Kostnad for utdanning

Direkte kostnader



Indirekte kostnader

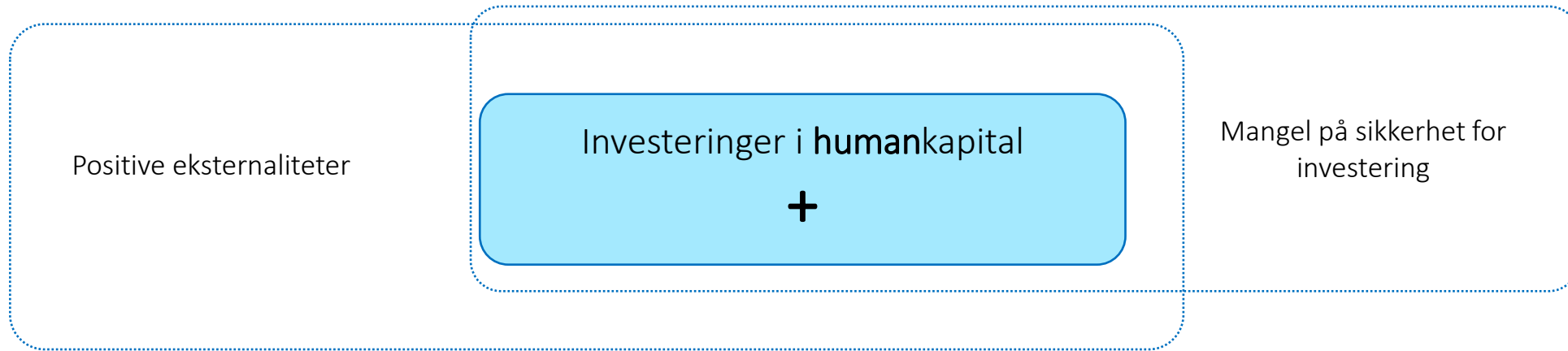


Forventet avkastning på utdanning



# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Policy implikasjoner



### Eksempler på policy

- ❖ Offentlig finansiert utdanning
- ❖ Høy kvalitet på lærer (offentlige investeringer)
- ❖ Høy kvalitet på fysisk kapital i utdanningssystemet (offentlige investeringer)
- ❖ Frihet å velge jobb og boplass etter utdanning (eiendomsrettigheter)



# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Policy implikasjoner

Hvordan får vi til teknologisk utvikling?

Teknologi  
+

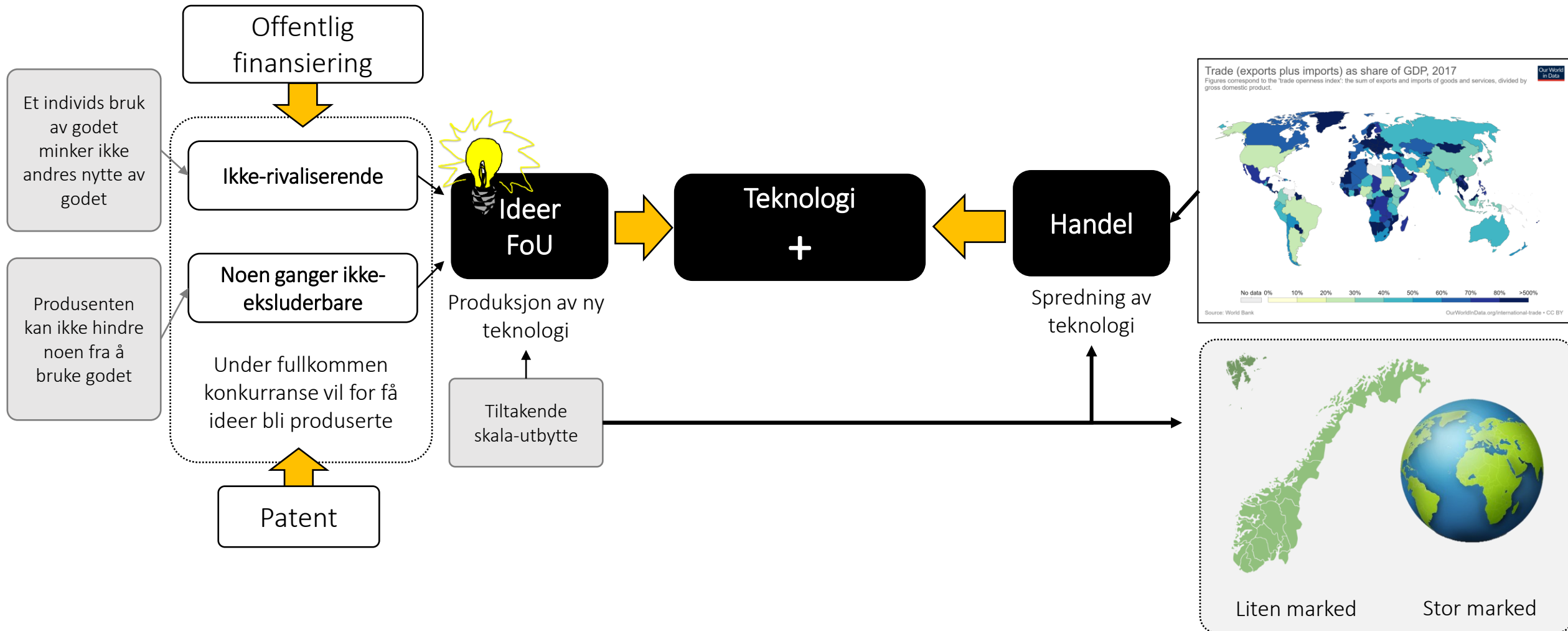
Hva påvirker villigheten å investere i FoU?

Forventet avkastning på investeringen

Usikkerhet i forventet avkastning  
(risiko)

# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Policy implikasjoner



# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Policy implikasjoner



### Eksempler på policy

- ❖ Materielle og immaterielle eiendomsrettigheter (patent og lignende)
- ❖ Åpenhet for handel (toller, regler)
- ❖ Skatt på avkastning og investeringer
- ❖ Stabilitet i regler og lover
- ❖ Støtte til innovasjon og utvikling (offentlig finansiert FoU)

# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Policy implikasjoner



# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Policy implikasjoner

### Naturressurser

Formål med tiltak:

Unngå uttømming av ressurser og få mest mulig ut av ressursen ved et gitt forbruk

Redusert høsting av ressursene

Økt effektivitet i utvinning  
(reduksjon i sløseri)

Økt effektivitet i bruk

Eksempler:



Regler for **hvor mye** det er lov å utvinne (kvoter)

Regler for **når** det er lov å utvinne (alder/størrelse)

Skatt på inntekter fra høsting

Kostnader for å ikke følge regler

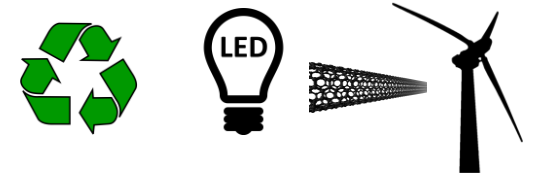


Regler for maskestørrelse på fiskenett

Regler for metode (f.eks. avskoging, tråling)

Støtte til effektivisering

Kostnader for å ikke følge regler og for sløseri (f.eks. bifangst)



Krav og støtte til resirkulering

Krav og støtte til energieffektivisering

Krav og støtte til omstilling (fra ikke fornybare til fornybare)

Kostnader for å ikke følge regler

# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Begrensninger

### Fokus på lang sikt:

Produksjonen drivs av tilbudet (produksjonsmulighetene)

Modellen ser vekk ifra svingninger i priser og etterspørsel

*«In the long run, we're all dead» (John Maynard Keynes)*

Konjunkturer, og inflasjon, kan ha effekter både på kort OG lang sikt.

- ❖ Økt strukturell arbeidsledighet og uførhet (økt forsørgelsesbyrde)
- ❖ Lavere investeringer i kapital og FoU (mindre vekst i kapitalintensitet og teknologisk vekst)
- ❖ Forverrete offentlige finanser (mindre offentlige investeringer i  $q_K, q_L, q_R, A$ )

# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Begrensninger

### Forenklinger:

Konstante og eksogent gitte parametere:  $s, n, \alpha, \beta, \gamma, g_A, j, m$

- ❖ Spareraten avhenger en rekke faktorer (inntekt, usikkerhet om framtiden, lover og regler, demografi)
- ❖ Befolkningsvekstraten avhenger sannsynligvis både inntekt og usikkerhet om framtiden
- ❖ Andelen i befolkningen som jobber varierer mellom land og over tid (avhenger demografi og økonomiske insentiver)
- ❖ Produksjonselastisiteten (hvor viktig en produksjonsfaktor er) avhenger teknologisk utvikling
- ❖ Teknologisk vekst avhenger tilgjengelig teknologi, kvaliteten til arbeidskraften, regler og lover, størrelse på markedet med mere med mere



# Solow-modellen med teknologi og naturressurser

## Begrensninger

Likevel....

- ❖ Vekstmodeller gir oss viktig kunnskap om faktorer som driver, og begrenser, vekst i materiell velferd.
- ❖ Med kunnskap om enklere vekstmodeller kan vi bygge mer avanserte simuleringsmodeller som kan løses ved bruk av datamaskiner (men som ikke gir like tydelige analytiske resultater).