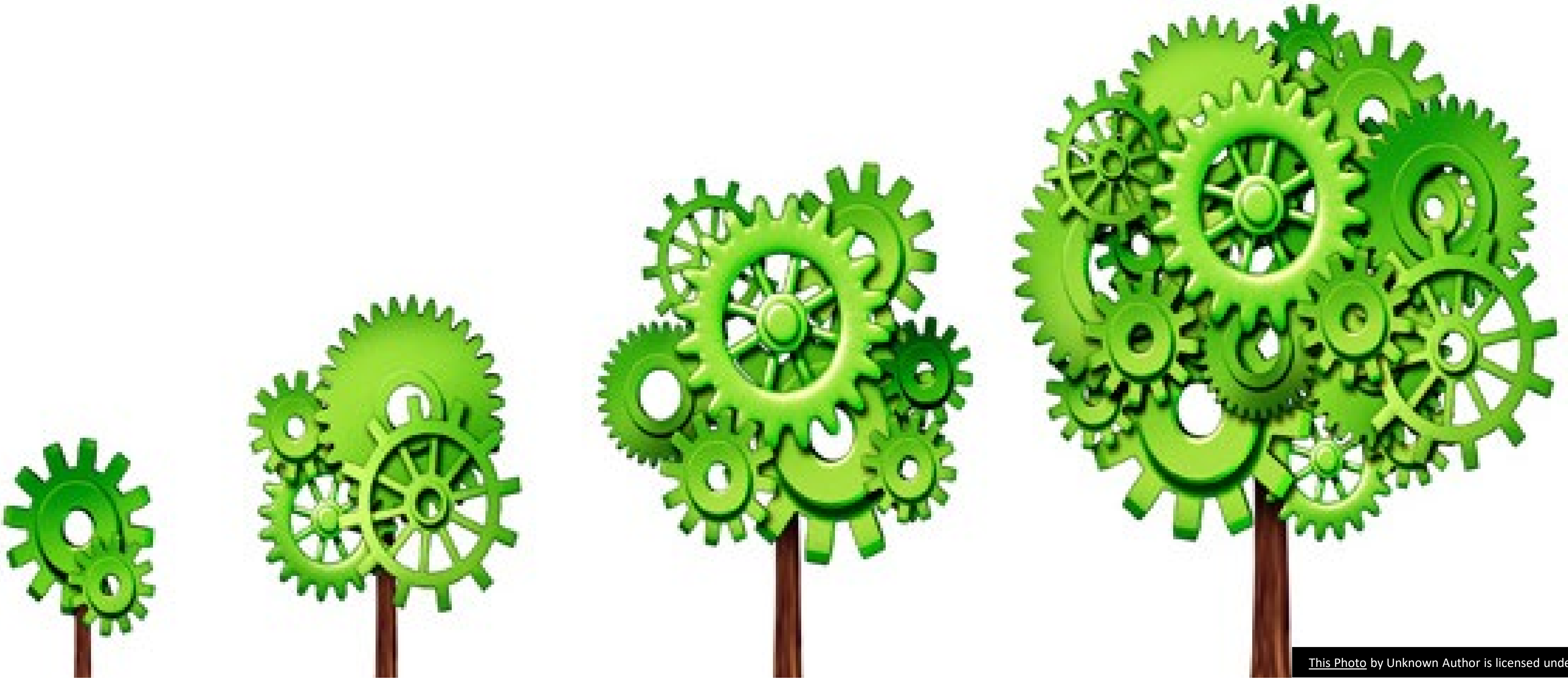


F3. SOK-2011: Økonomisk vekst

Solow: grunnmodell del 2

Solow-modellen

Antakelser

1. Alle bedrifter produserer et homogent gode
2. Fullkommen konkurranse
3. Produksjonen (Y) skjer ved bruk av to produksjonsfaktorer: kapital (K) og arbeid (L)
4. Produksjonen er karakterisert av konstant skala-utbytte og avtakende marginalproduktivitet
5. Alle i befolkningen (P) er i arbeid: Arbeidskraften $(L) = P$
6. Befolkningen vokser med en konstant, og eksogent gitt rate (n): $L(t) = L_0 e^{n \cdot t}$
7. Spareraten (netto) er eksogent gitt, lik for alle, og kan beskrives som en andel av total inntekt: $0 \leq s \leq 1$
8. Det er ingen handel med utlandet: Eksport (X) = Import $(M) = 0$

Solow: grunnmodell

Produksjon og kapital per arbeider

Solow: grunnmodell

Produksjon og kapital per arbeider

$$y = \frac{Y}{L}, \qquad k = \frac{K}{L}$$

Generell produksjonsfunksjon: $Y = F(K, L)$

$$y = \frac{F(K, L)}{L} = f(k)$$

Cobb-Douglas produksjonsfunksjon: $Y = K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}, \qquad 0 < \alpha < 1$

$$y = \frac{K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}}{L} = \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} = k^{\alpha}$$

Solow: grunnmodell

Produksjon per arbeider

Positiv og avtakende marginalproduktivitet til kapital-intensiteten

Solow: grunnmodell

Produksjon per arbeider

Positiv og avtakende marginalproduktivitet til kapital-intensiteten

Solow: grunnmodell

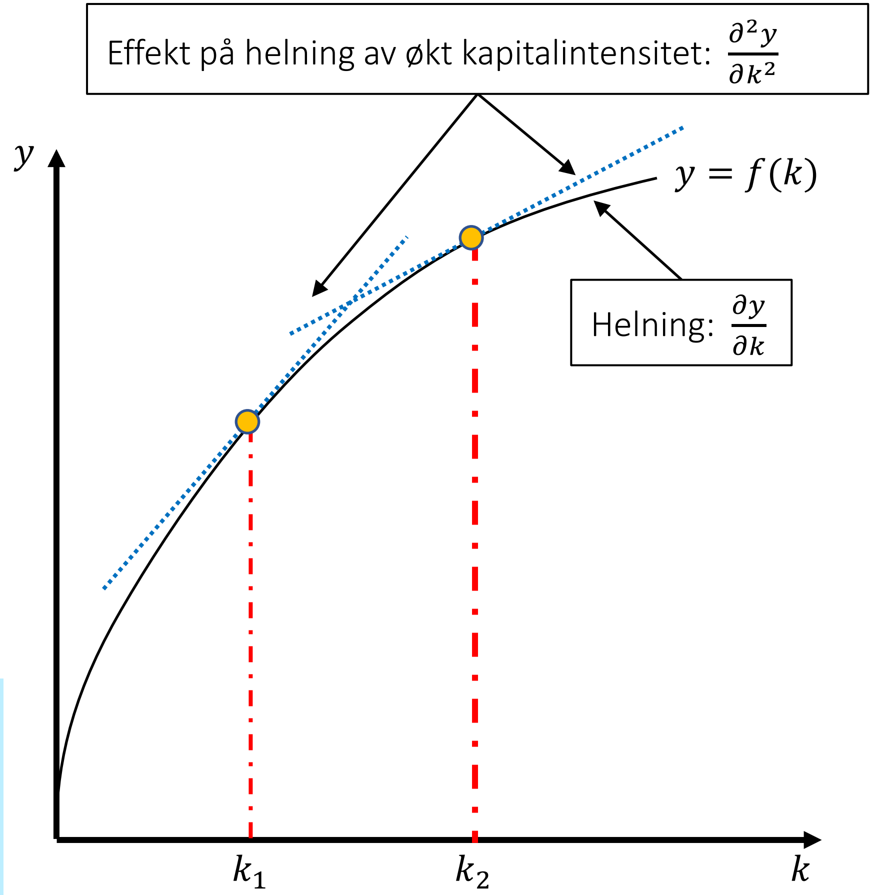
Produksjon per arbeider

Generell	Spesifikk
$y = f(k)$	$y = k^{\alpha}$

Hva skjer med produksjon per arbeider dersom kapital-intensiteten øker?

$$\frac{\partial y}{\partial k} = \frac{\partial f(k)}{\partial k} > 0 \qquad \frac{\partial y}{\partial k} = \alpha \cdot k^{\alpha-1} > 0$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial k^2} = \frac{\partial f^2(k)}{\partial k^2} < 0 \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial k^2} = (\alpha - 1) \cdot \alpha \cdot k^{\alpha-2} < 0$$



<u>Tolkning:</u>
Om kapitalintensiteten øker, vil produksjon per innbygger <u>øke</u> (positiv grenseproduktivitet).

Jo høyere kapitalintensiteten er, desto <u>mindre</u> effekt vil en økning i kapitalintensiteten ha på produksjon per arbeider.

Solow: grunnmodell

Konklusjoner så langt

- Gitt antakelsene i Solow-modellen:
  - Nivået på produksjon per arbeider = materiell velferd
  - Nivået på produksjon per arbeider avhenger mengde kapital per arbeider (kapitalintensiteten): $y = f(k)$
  - Utviklingen i kapitalstokken (total mengde kapital) avhenger netto-sparing i økonomien: $s \cdot Y(t) = \frac{\partial K(t)}{\partial t}$

Solow-modellen

Vekst i produksjon per arbeidere

$Y =$	Total produksjon
$K =$	Kapitalstokk
$L =$	Arbeidsstyrke
$y = \frac{Y}{L} =$	Produksjon per arbeider
$k = \frac{K}{L} =$	Kapital per arbeider

Solow-modellen

Vekst i produksjon per arbeidere

$Y =$	Total produksjon
$K =$	Kapitalstokk
$L =$	Arbeidsstyrke
$y = \frac{Y}{L} =$	Produksjon per arbeider
$k = \frac{K}{L} =$	Kapital per arbeider

Solow-modellen

Vekst i produksjon per arbeidere

Cobb-Douglas produksjonsfunksjon

$$y(t) = k(t)^{\alpha}$$

Produksjon per arbeider avhenger kapital per arbeider (kapitalintensiteten).

→ Veksten i produksjon per arbeider vil avhenge veksten i kapitalintensiteten.

$$g_y = \frac{\frac{\partial y(t)}{\partial t}}{y(t)} = \alpha \cdot \frac{\frac{\partial k(t)}{\partial t}}{k(t)} = \alpha \cdot g_k$$

I denne enkle modellen drivs veksten i produksjon per arbeider **KUN** av **veksten i kapitalintensiteten** (vekstraten avhenger hvor viktig kapitalen er i produksjonen, α)

→ For å finne ut hva som driver veksten i produksjon per arbeider, må vi finne ut hva som driver veksten i kapitalintensiteten

Solow-modellen

Konklusjoner så langt

Nivået på BNP per arbeider avhenger nivået på kapital per innbygger (kapitalintensiteten)

<u>Veksten</u> i BNP per arbeider avhenger <u>veksten</u> i kapitalintensiteten

Så lenge kapitalintensiteten vokser, vil BNP per arbeider vokse

Viktig spørsmål:
Hva bestemmer veksten og vekstraten i kapitalintensiteten?

Solow-modellen

Vekst i kapital per arbeider

Hvordan utvikles kapitalintensiteten over tid? $\frac{\partial k(t)}{\partial t} = ?$

Solow-modellen

Vekst i kapital per arbeider

Hvordan utvikles kapitalintensiteten over tid? $\frac{\partial k(t)}{\partial t} = ?$

Solow-modellen

Vekst i kapital per arbeider

Hvordan utvikles kapitalintensiteten over tid? $\frac{\partial k(t)}{\partial t} = ?$

Solow-modellen

Vekst i kapital per arbeider

Hvordan utvikles kapitalintensiteten over tid? $\frac{\partial k(t)}{\partial t} = ?$

Solow-modellen

Kapital per arbeider (kapitalintensitet)

Hvordan utvikles kapitalintensiteten over tid?

$$\frac{\partial k(t)}{\partial t} = s \cdot y(t) - n \cdot k(t)$$

«Faktiske» nettoinvesteringer per arbeider

«Nødvendige» investeringer for å erstatte nye arbeider med kapital

- Dersom de faktiske investeringene er **større** enn de nødvendige (nettoinvesteringene er større enn hva som trengs for å erstatte nye arbeidere), vil kapitalintensiteten øke → produksjon per innbygger øker

- Dersom de faktiske investeringene er **mindre** enn de nødvendige (nettoinvesteringene er ikke store nok for å dekke behovet blant arbeidere), vil kapitalintensiteten minke → produksjon per innbygger minker

Solow-modellen

Konklusjoner så langt

Nivået på BNP per arbeider avhenger nivået på kapital per innbygger (kapitalintensiteten)

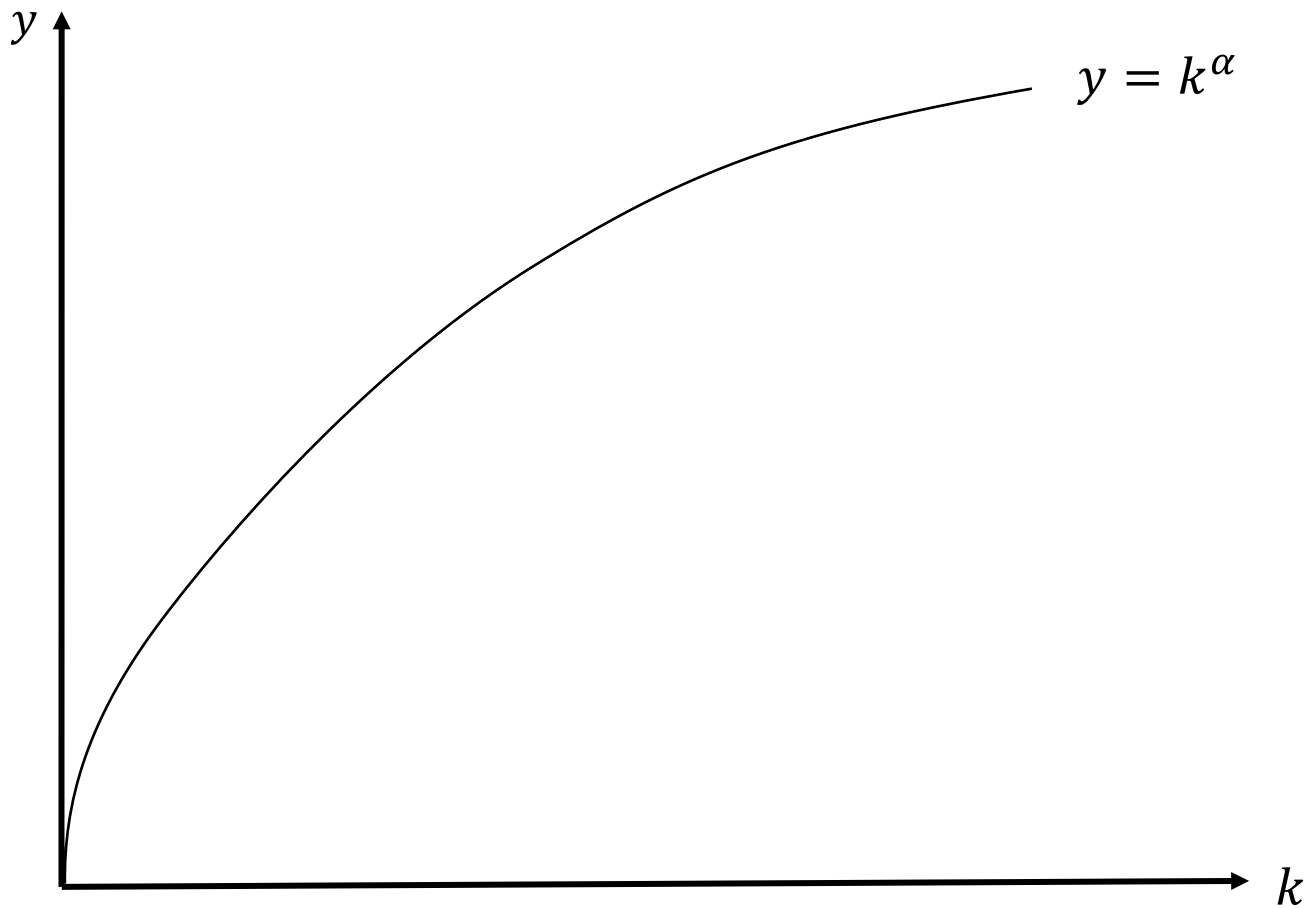
Veksten i BNP per arbeider avhenger veksten i kapitalintensiteten

Så lenge kapitalintensiteten vokser, vil BNP per arbeider vokse

Veksten i kapitalintensiteten avhenger størrelsen på faktiske og nødvendige investeringer per innbygger

Solow-modellen

Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider **i langsiktig likevekt (steady state)**?



Så lenge kapitalintensiteten vokser, vil BNP per arbeider vokse

$$g_y = \alpha \cdot g_k$$

Solow-modellen

Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?

Kan vi identifisere en situasjon der økonomien er i langsiktig likevekt, eller vokser BNP per innbygger til evig tid?

$$\frac{\partial k(t)}{\partial t} = s \cdot y(t) - n \cdot k(t)$$

Solow-modellen

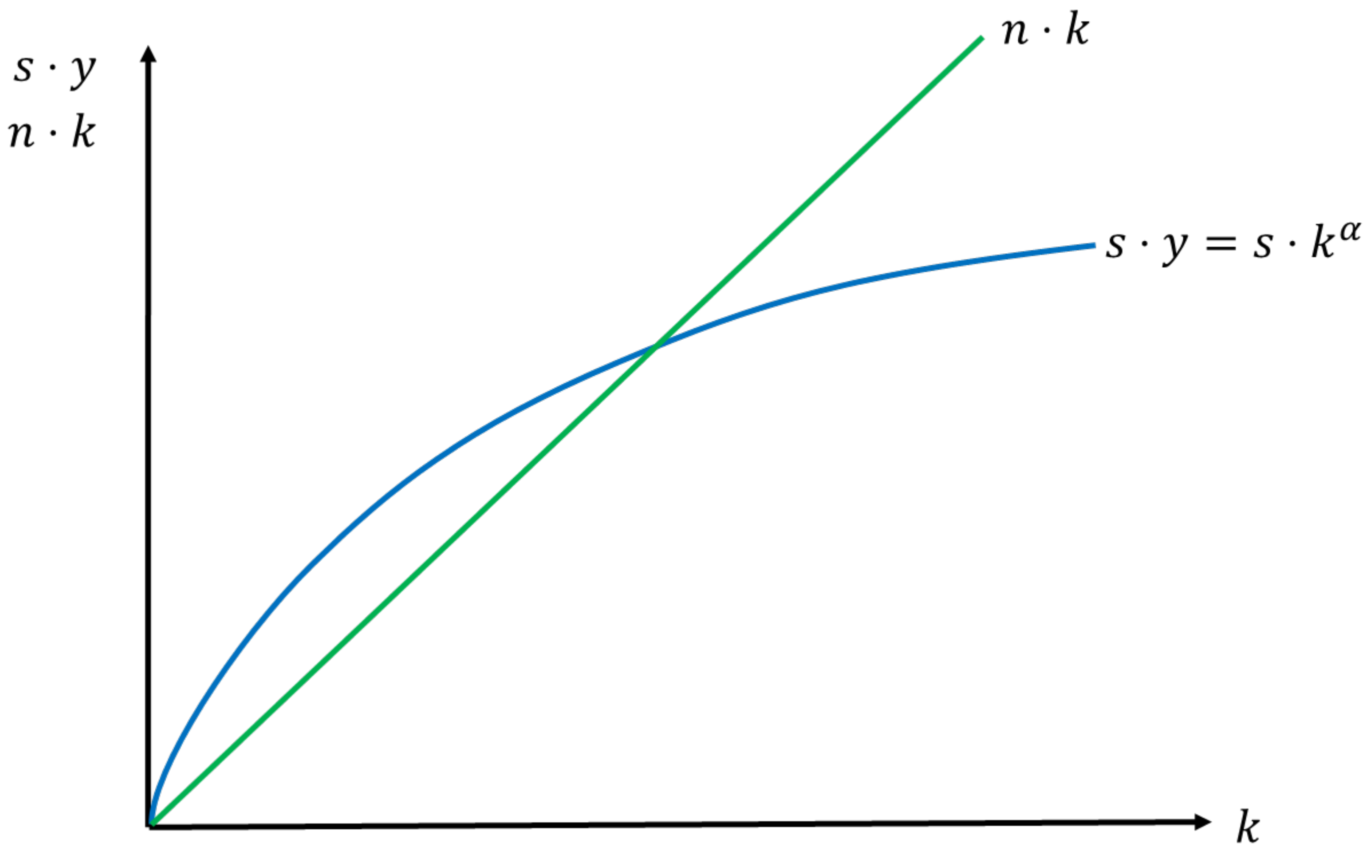
Hva bestemmer <u>nivået</u> på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?

Grafisk utledning av steady state

Solow-modellen

Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?

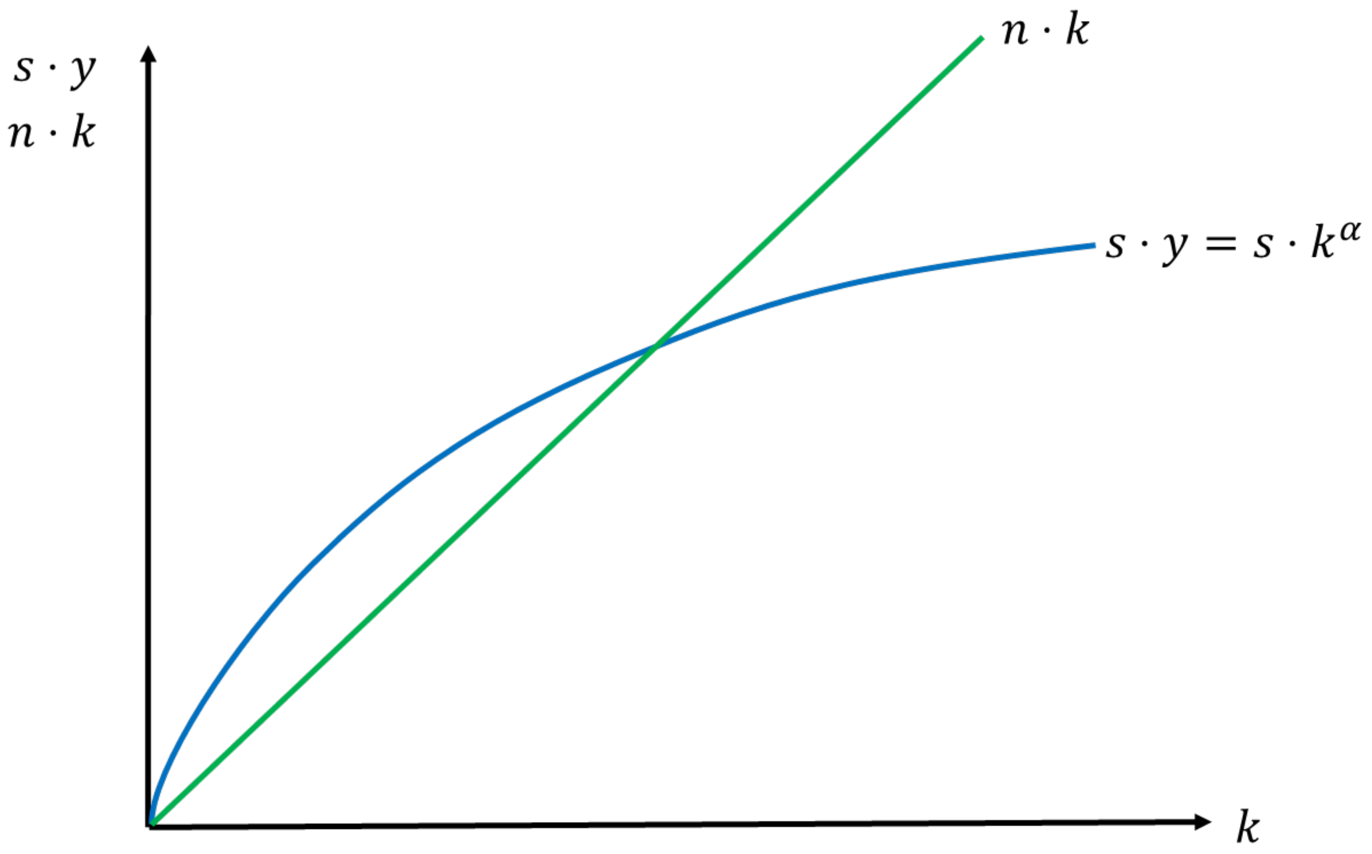
Grafisk utledning av steady state



Solow-modellen

Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?

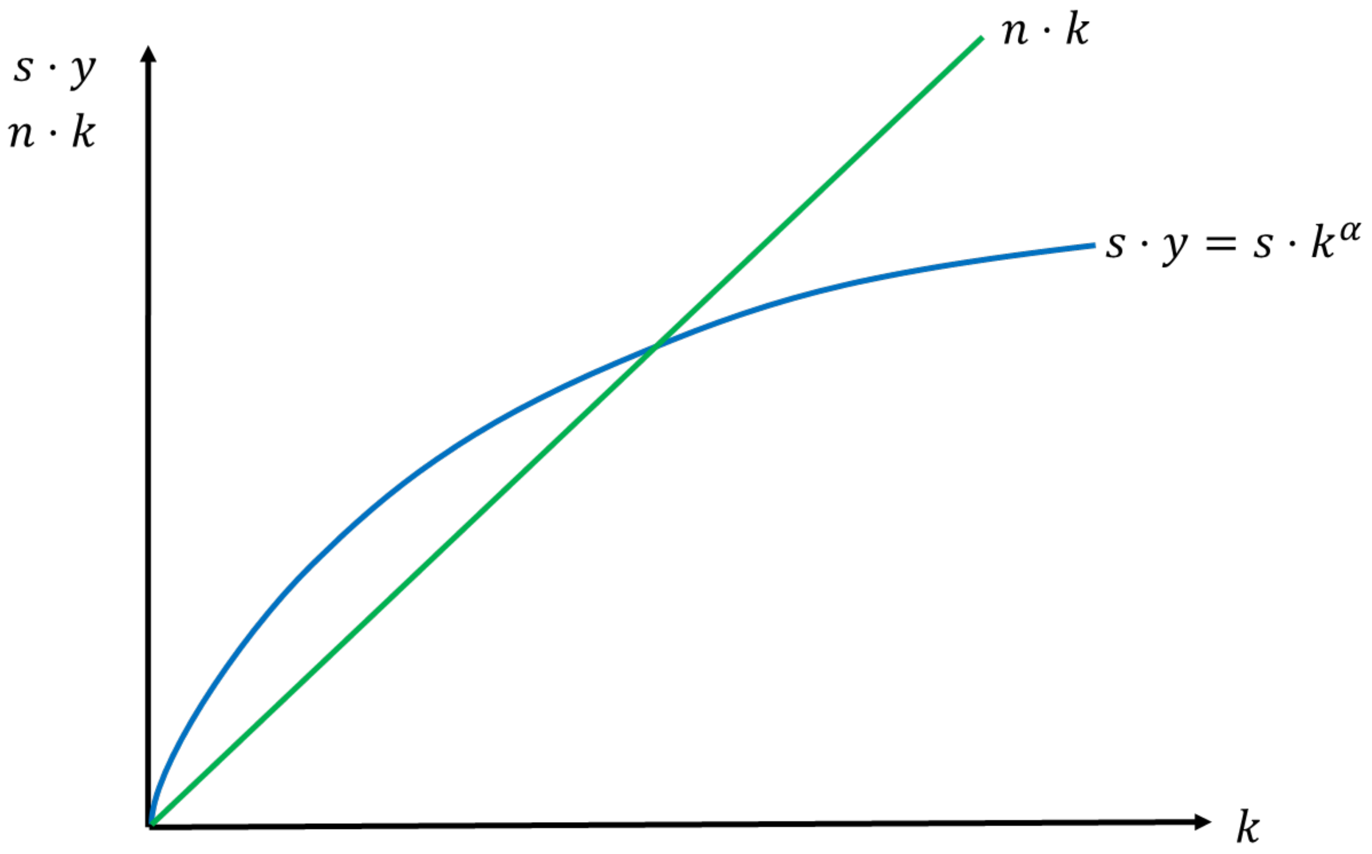
Grafisk utledning av steady state



Solow-modellen

Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?

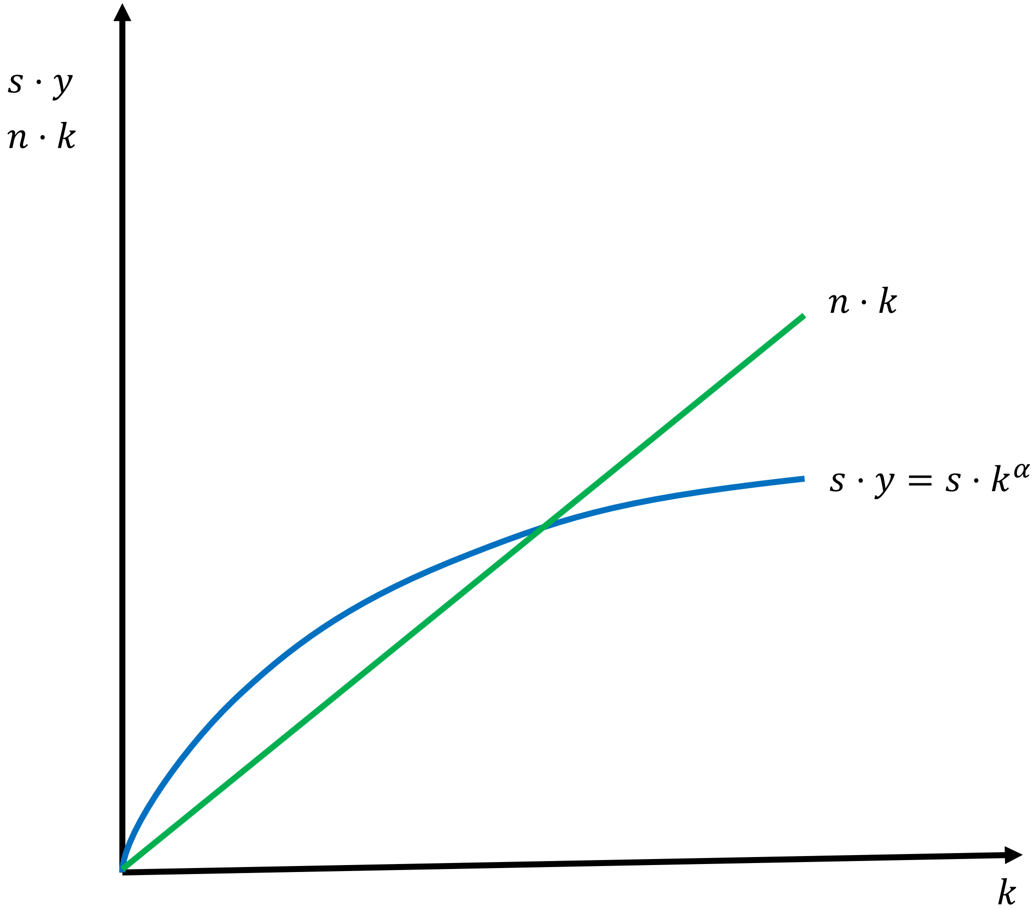
Grafisk utledning av steady state



Solow-modellen

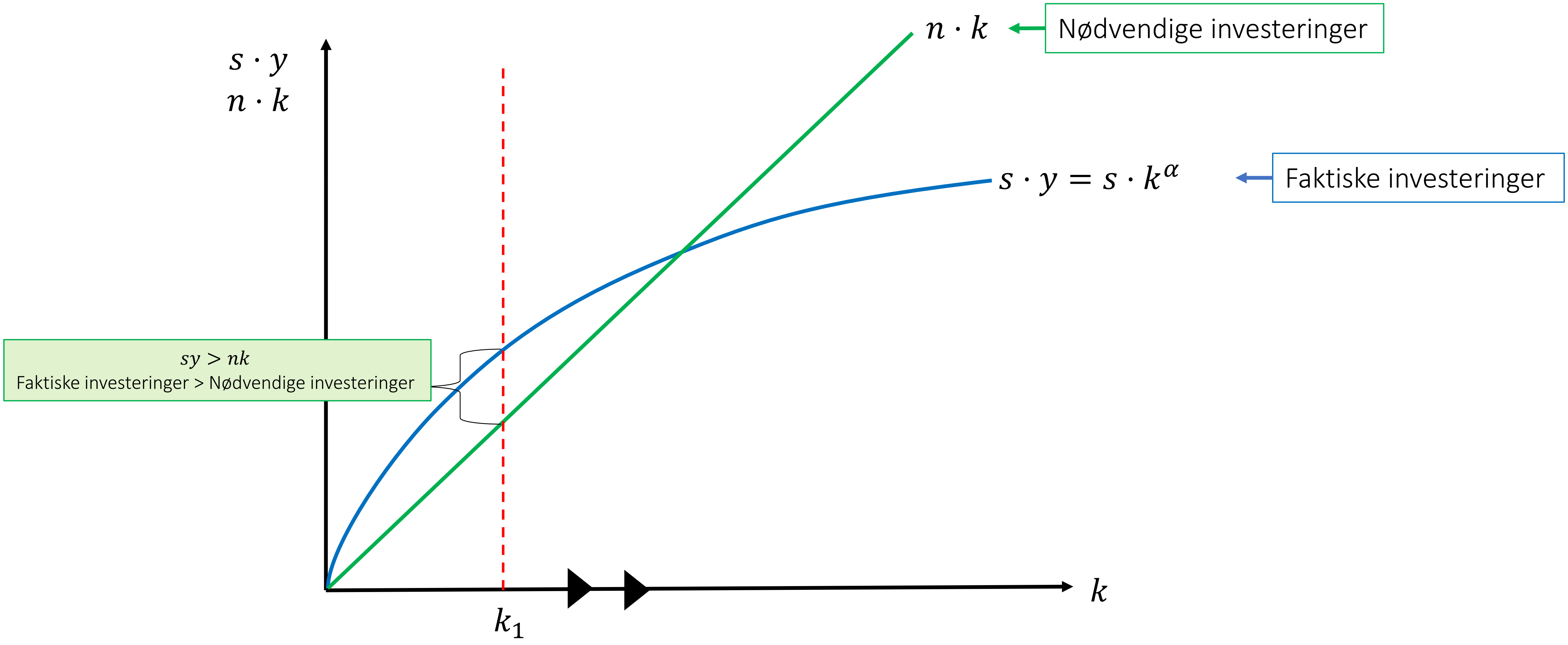
Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?

Grafisk utledning av steady state



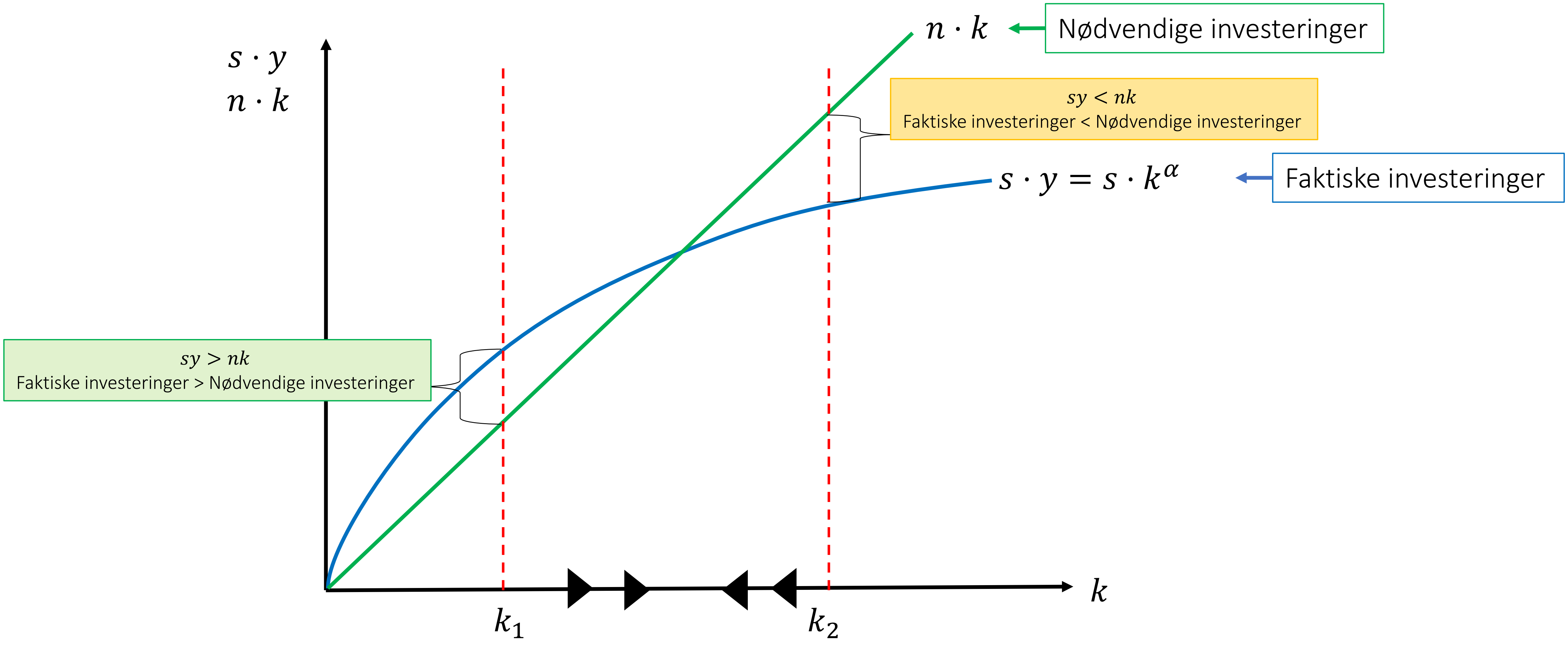
Solow-modellen

Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?



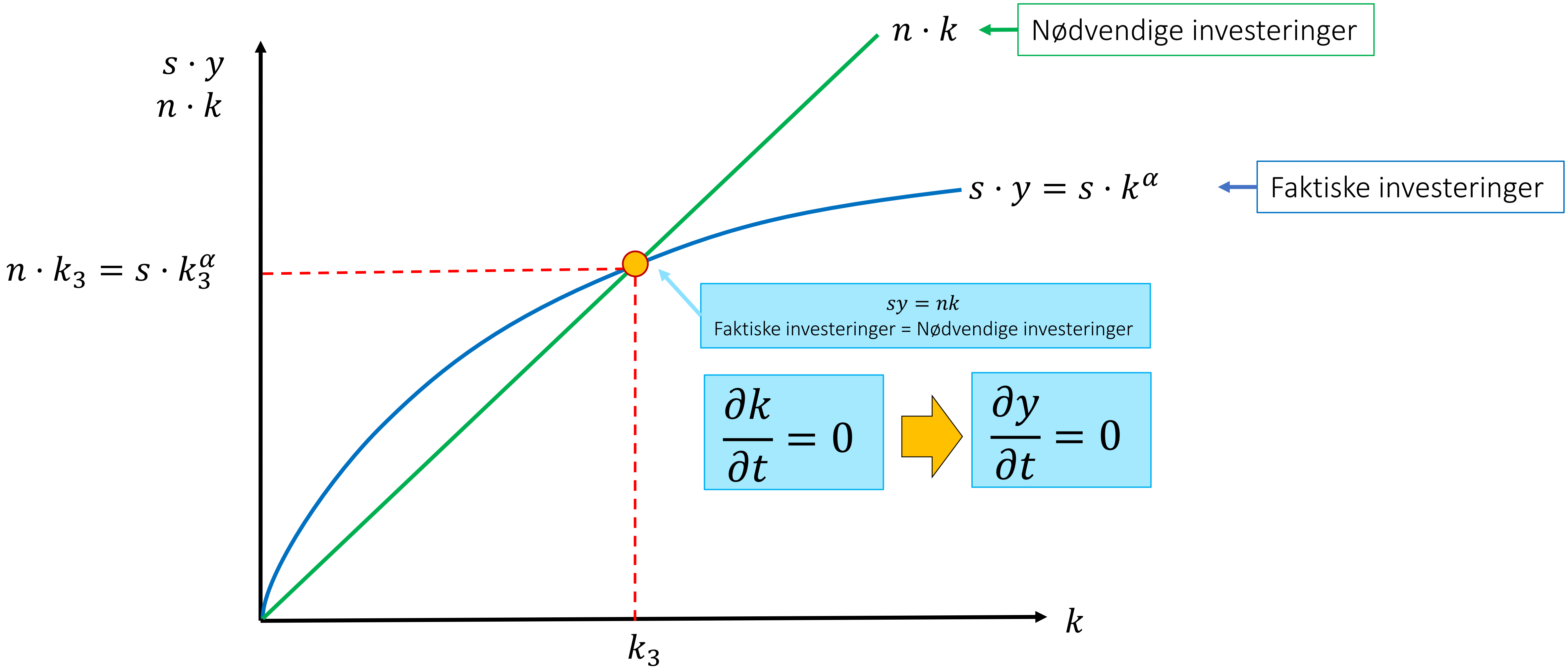
Solow-modellen

Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?



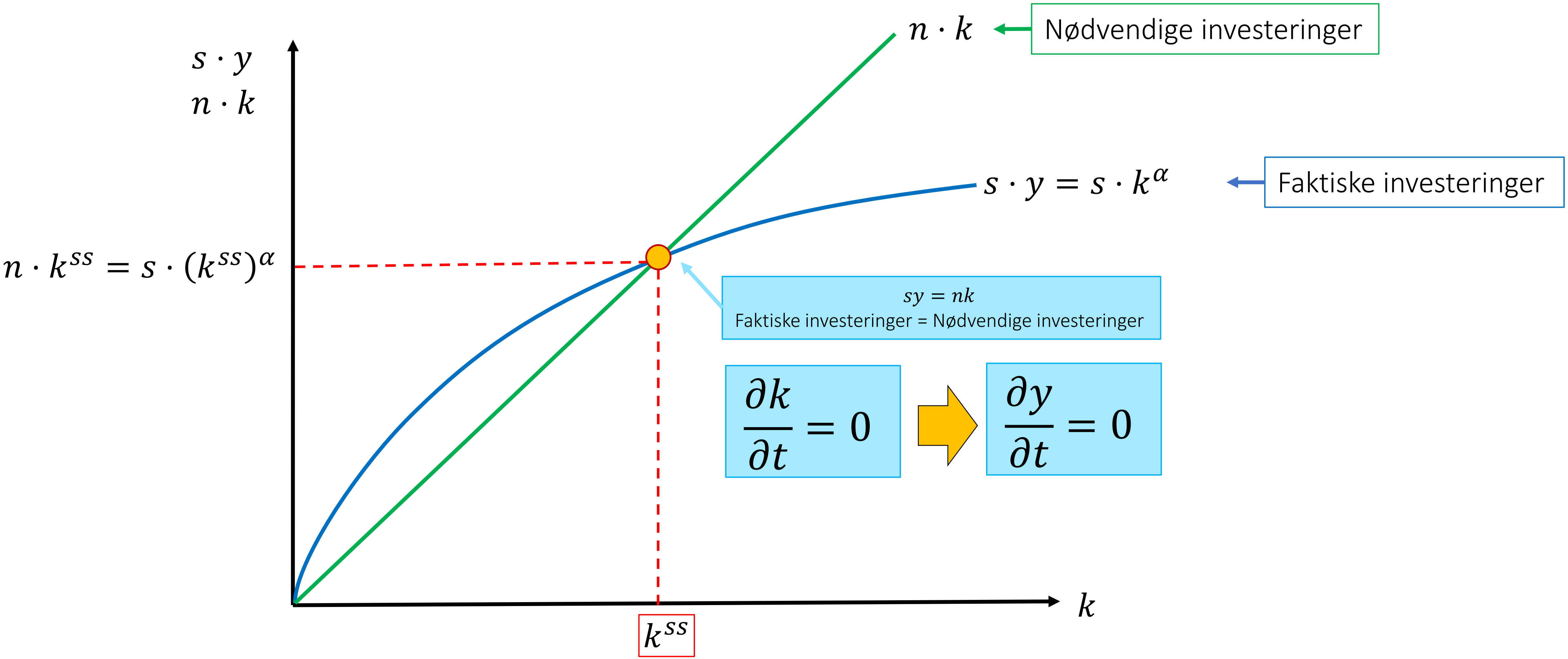
Solow-modellen

Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?



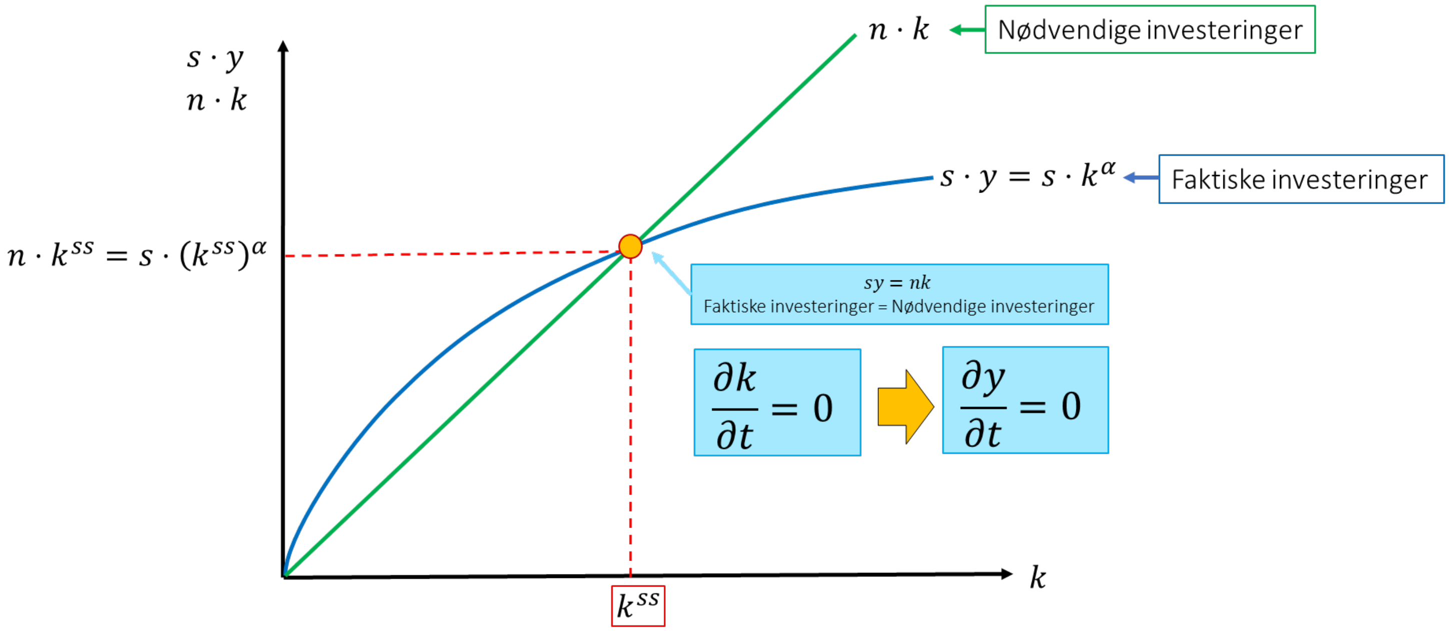
Solow-modellen

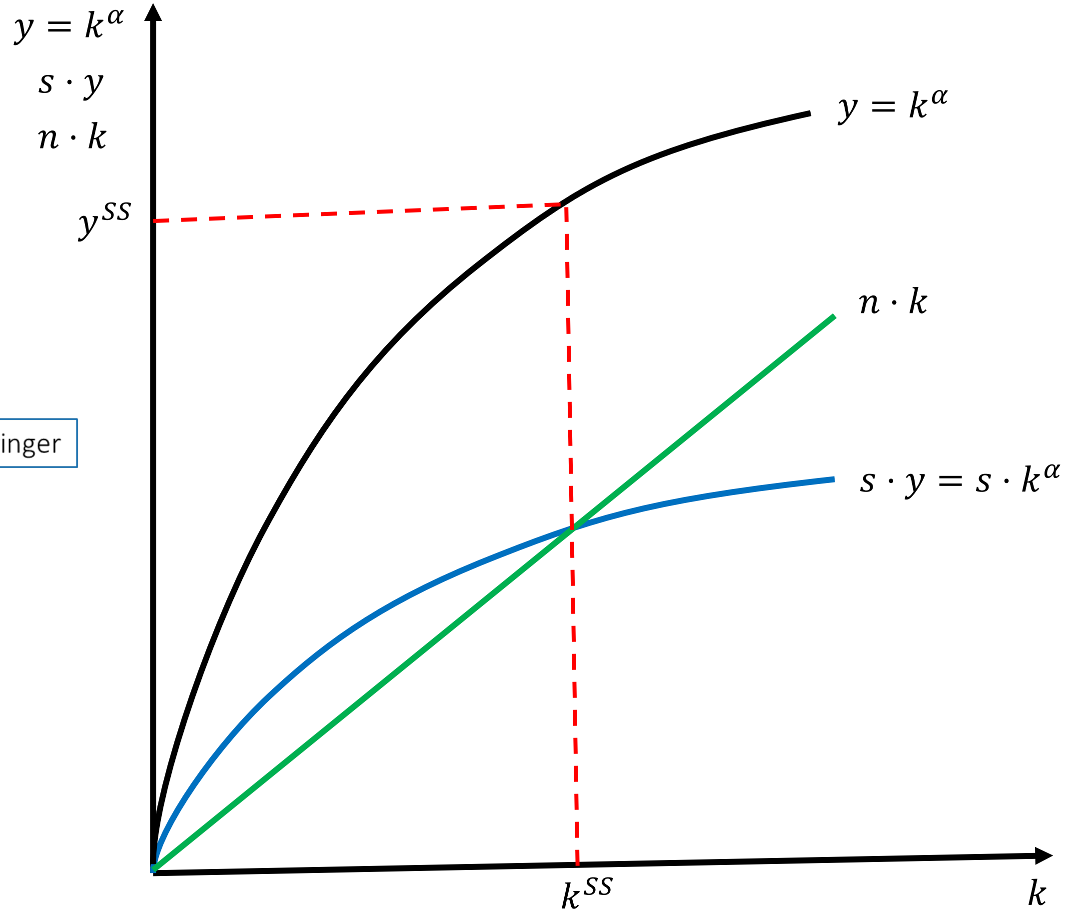
Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?



Solow-modellen

Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?





Solow-modellen

Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?

Matematisk utledning av produksjon per arbeider i langsiktig likevekt (y^{ss}):

Solow-modellen

Hva bestemmer <u>nivået</u> på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?

Matematisk utledning av produksjon per arbeider i langsiktig likevekt (y^{ss}):

Solow-modellen

Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?

Matematisk utledning av produksjon per arbeider i langsiktig likevekt (y^{ss}):

Solow-modellen

Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt (steady state)?

(start til) matematisk utledning av produksjon per arbeider i langsiktig likevekt (y^{ss}):

$$y(t) = k(t)^{\alpha}$$

$$\frac{\partial k(t)}{\partial t} = s \cdot y(t) - n \cdot k(t)$$

Dersom faktiske investeringer er **større** enn nødvendige, vil kapitalintensiteten øke → produksjonen øker

Dersom faktiske investeringer er **mindre** enn nødvendige, vil kapitalintensiteten minke → produksjonen minker

Vilkår for likevekt (steady state):

$$\frac{\partial k(t)}{\partial t} = 0$$

I steady state vil de faktiske investeringene være lik de nødvendige investeringene:

$$s \cdot (k^{ss})^{\alpha} = n \cdot k^{ss}$$

Solow-modellen

Seminar 1

- OECD skriver årlige rapporter om den økonomiske situasjonen i verden. Én av de indikatorer som rapportene tar opp er investeringsraten (sparераten) i enkelte land.

a) **Bruk grafisk analyse for å analysere hvordan en økt investeringsrate (sparerate) påvirker produksjon per arbeid i et land på midlertidig og lang sikt (steady state).**

b) **Bruk matematisk analyse til å analysere effekten av en økt sparerate i steady state.**

c) **Hvilke konklusjoner kan vi trekke fra analysen i forhold til hvorfor noen land er fattig og andre er rik?**

  - Bruk grunnmodellen til Solow og gå ut ifra at økonomien er i likevekt før spareraten endres.
  - Gå ut ifra at total produksjon kan beskrives av:

$$Y(t) = K(t)^{\alpha} \cdot L(t)^{1-\alpha}, \qquad 0 < \alpha < 1$$

  - Gå ut fra at utviklingen i kapitalstokken kan beskrives av:

$$\frac{\partial K(t)}{\partial t} = s \cdot Y(t), \qquad 0 < s < 0$$