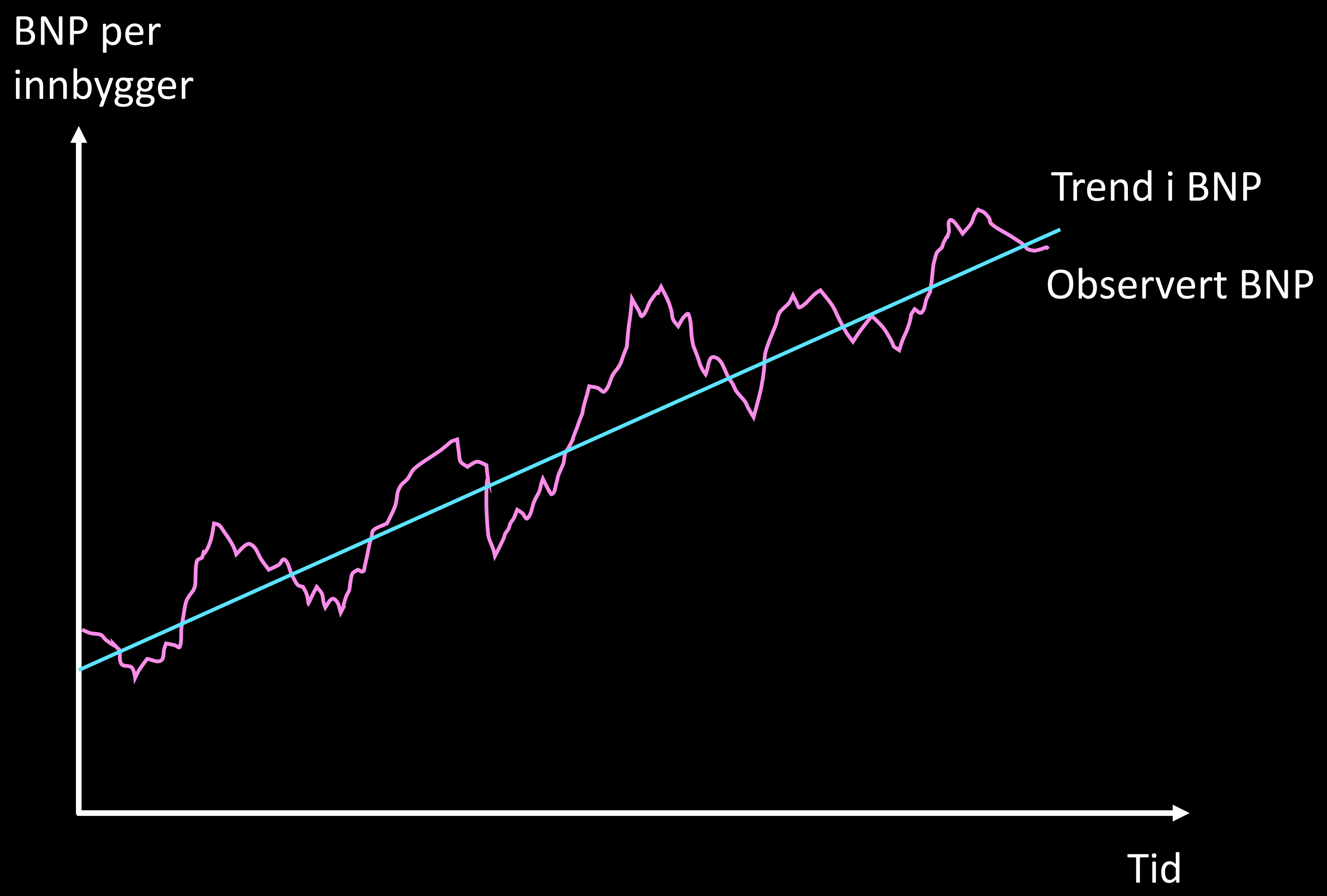
SOK-2011
F1. Introduksjon til økonomisk vekst på lang sikt - Solow-modellen (del 1)

Fagansvar: Andrea Mannberg

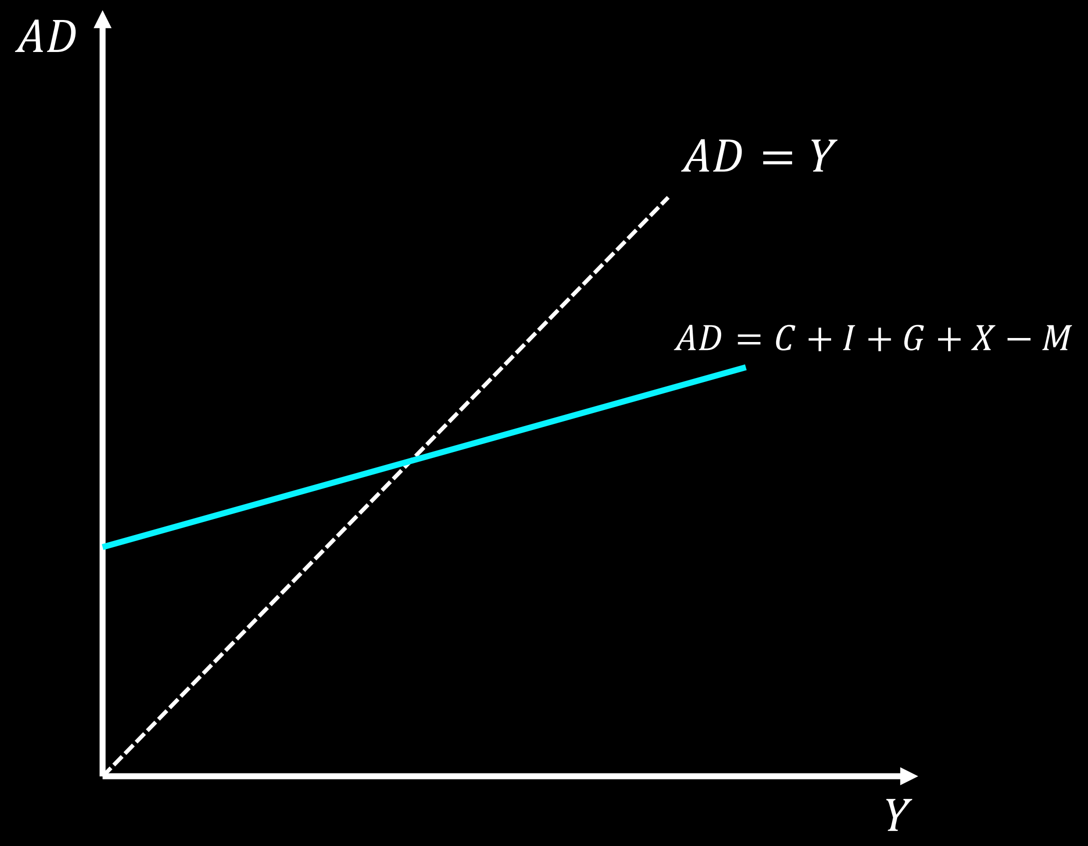
Epost: andrea.mannberg@uit.no

Hva bestemmer nivå på materiell velferd på kort sikt?



- Prisene er delvis rigide
- Det kan finnes både over- og underforbruk av produksjonsfaktorer
- Konjunktursvingninger fører til inflasjon (deflasjon) og arbeidsledighet (mangel på arbeidskraft)

Hva bestemmer nivå på materiell velferd på kort sikt?



- Økonomien er etterspørselsdreven

$$Y = C + I + G + X - M$$

Total produksjon = Privat konsum + Private investeringer + Offentlig konsum og investeringer + Eksport - Import

- Produksjonen kan være større eller mindre enn «potensiell» produksjon

Hva bestemmer nivå på materiell velferd på lang sikt?

Lang sikt:

Likevekt på alle markeder
(full tilpasning)

$$Y = C + I + G + X - M$$

$$Y^{observert} = Y^{potensiell}$$

Kun strukturelle årsaker til arbeidsledighet og underforbruk av andre produksjonsfaktorer

På lang sikt begrenses produksjonen av produksjonsmulighetene, ikke av etterspørselen

Hva bestemmer nivå på materiell velferd på lang sikt?

Hva påvirker produksjonsmulighetene?

- Mengde ressurser (produksjonsfaktorer)
- Kvalitet på ressurser
- Teknologisk nivå / Hvor godt ressursene blir brukt i produksjonen

Hva bestemmer nivå på materiell velferd på lang sikt?

Produksjonsfaktorer

- Antakelse: Produksjonsfaktorene kan deles in i tre ulike typer

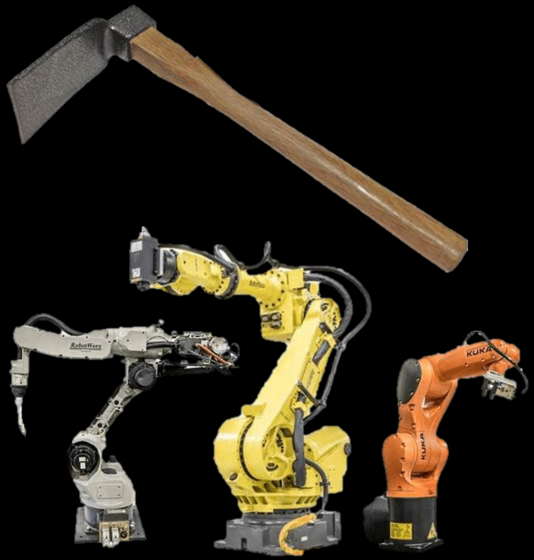
(Fysisk) Kapital	Arbeidskraft	Naturressurser
		

Hva bestemmer nivå på materiell velferd på lang sikt?

Produksjonsfaktorer - Kapital

Kapitalstokk (fysisk kapital)

Kvalitet på kapital

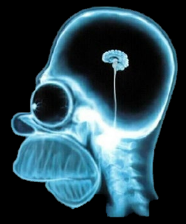


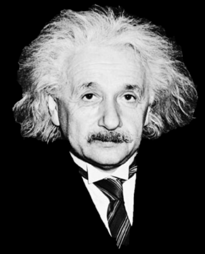
Hva bestemmer nivå på materiell velferd på lang sikt?

Produksjonsfaktorer - Arbeid

Mengde arbeidskraft

Kvalitet på arbeid





Hva bestemmer nivå på materiell velferd på lang sikt?

Produksjonsfaktorer - Naturressurser

Mengde naturressurser

Kvalitet på naturressurser

Hva bestemmer nivå på materiell velferd på lang sikt?

Total produksjon

Total produksjon avhenger:

- Mengde ressurser (produksjonsfaktorer)
- Kvalitet på ressurser
- Teknologisk nivå / Hvor godt ressursene blir brukt i produksjonen

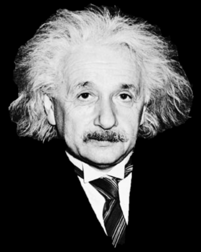
Total produksjon er en funkskjon av mengde og kvalitet på produksjonsressurser, og av teknologisk nivå

Hva bestemmer nivå på materiell velferd på lang sikt?

Total produksjon

Jo mer ressurser (produksjonsfaktorer) som er tilgjengelige til produksjon, desto mer produksjon

Jo høyere kvalitet på produksjonsfaktorene og jo bedre teknologi, desto mer produksjon



Hva bestemmer vekst i materiell velferd på lang sikt?

Veksten i total produksjon vil avhenge veksten i teknologien og veksten i produksjonsfaktorene (kvantitet og kvalitet)

Veksten i produksjon per innbygger avhenger om total produksjon vokser raskere enn befolkningen.

Teoretisk analyse av bestemmelsesfaktorer for nivå på, og vekst i, materiell velferd

Solow-modellen

Solow-modellen

Robert Solow (1924-):
A contribution to the theory of economic growth

Hva bestemmer nivået på, og veksten i, materiell velferd på lang sikt?

Hvorfor er (blir) noen land rike da andre er (forblir) fattige?

Solow-modellen ligger til grunn for nesten alle vekst-modeller

Kan tilpasses etter behov – fra svært «enkel» til svært kompleks

Solow-modellen

Opplegg

1. Solow grunnmodell

- 2 produksjonsfaktorer (kapital og arbeid)
- Konstant teknologi
- Legger grunnen til de andre modellene

2. Solow-modellen med teknologisk utvikling

- 2 produksjonsfaktorer (kapital og arbeid)
- Teknologisk utvikling, og utvikling i kvaliteten til produksjonsfaktorene

3. Solow-modellen med naturressurser

- 3 produksjonsfaktorer (kapital, arbeid, og naturressurser)
- Forbruk av endelige ressurser, teknologisk utvikling, utvikling i kvaliteten til produksjonsfaktorene

Solow: grunnmodell

Antakelser (forutsetninger)

1. Alle bedrifter produserer et homogent gode
2. Fullkommen konkurranse
3. Produksjonen (Y) skjer ved bruk av to produksjonsfaktorer: kapital (K) og arbeid (L)
4. Produksjonen er karakterisert av konstant skala-utbytte og avtakende marginalproduktivitet
5. Alle i befolkningen (P) er i arbeid: Arbeidskraften $(L) = P$
6. Befolkningen vokser med en konstant, og eksogent gitt rate (n): $L(t) = L_0 e^{n \cdot t}$
7. Spareraten (netto) er eksogent gitt, lik for alle, og kan beskrives som en andel av total inntekt: $0 \leq s \leq 1$
8. Det er ingen handel med utlandet (lukket økonomi)

Solow: grunnmodell

To viktige konsekvenser av antakelsene

1. All produksjon blir til inntekt til produksjonsfaktorene (som alle er i jobb) → produksjonen måler konsummuligheter → et mål på materiell velferd

2. Sparing = Investering → All sparing i økonomien blir omvandlet til produktivt kapital i økonomien = Positiv nettosparing fører til vekst i kapitalstokken

Sparing, investering og utvikling i kapitalstokken

BNP fra utgiftssiden

(aggregert etterspørsel på en økonomi sin produksjon)

$$Y = C + I + \underbrace{G}_{G_C + G_I} + X - M$$

BNP fra inntektssiden

(aggregerte inntekter)

$$Y = C + S + \overbrace{T}^{\text{Skatt}} + \underbrace{R}_{\text{Netto transfereringer til andre land}} + \overbrace{F}^{\text{Netto faktorinntekter til andre land}}$$

Solow: grunnmodell

Sparing, investering og utvikling i kapitalstokken

BNP fra utgiftssiden
(aggregert etterspørsel på en økonomi sin produksjon)

$$\underbrace{Y = C + I + G + X - M}_{}$$

$G = G_C + G_I$

BNP fra inntektssiden
(aggregerte inntekter)

$$Y = C + S + T + R + F$$

T: Skatt

F: Netto faktorinntekter til andre land

R: Netto transfereringer til andre land

Åpent økonomi: $C + I + G_C + G_I + X - M = C + S + T + R + F$

Dette kurset

Lukket økonomi: $X = 0, \quad M = 0, \quad R = 0, \quad F = 0$

$$C + I + G_C + G_I = C + S + T \Rightarrow \underbrace{I + G_I}_{GDI} = \underbrace{S + (T - G_C)}_{GDS}$$

Bruttoinvesteringer (Gross Domestic Investment, GDI) = Bruttosparing (Gross Domestic Saving, GDS)

Solow: grunnmodell

Sparing, investering og utvikling i kapitalstokken

Brutto versus netto

Brutto-investeringer:	Alle nyinvesteringer (private og offentlige) som blir gjort i kapital i økonomien
Brutto-sparing:	All sparing (privat og offentlig) i økonomien

Solow: grunnmodell

Sparing, investering og utvikling i kapitalstokken

Brutto versus netto

Netto-investeringer: Nyinvesteringer – forslitning av kapital (kapitalkonsum)

- Private og offentlige investeringer i kapital – investeringer som trengs for å erstatte kapital som må byttes ut (f.eks ødelagte maskindeler)
- $I^N(t) = I^{privat}(t) + G_I(t) - \delta \cdot K(t)$

Antakelse om at en konstant andel av kapitalstokken blir slitt ut

Netto-sparing: Sparing - kapitalkonsum

- Privat og offentlig sparing – sparing som trengs for å erstatte kapital som må byttes ut (f.eks ødelagte maskindeler)
- $S^N(t) = S^{privat}(t) + (T - G_C) - \delta K(t)$

Solow: grunnmodell

Sparing, investering og utvikling i kapitalstokken

NB: Hess (2016) definerer investering ($I(t)$) og sparing ($S(t)$) som netto. Mange andre definerer investering og sparing som brutto

$$I(t) = S\,(t)$$
$$I(t) = s \cdot Y(t)$$

$$\underbrace{I^{privat} + G_I}_{GDI} - \delta K = \underbrace{S^{privat} + (T - G_C)}_{GDS} - \delta K$$

Konsekvens: $I(t)$ og $s \cdot Y(t)$ beskriver **nyinvesteringer** → endringen i kapitalstokken

$$I(t) = s \cdot Y(t) = \frac{\partial K(t)}{\partial t}$$

Solow: grunnmodell

Produksjon

Antakelse:

Alle bedrifter produserer **et homogent gode ($\boldsymbol{Y}$) ved bruk av arbeid ($\boldsymbol{L}$) og kapital ($\boldsymbol{K}$)** under fullkommen konkurranse

Total produksjon = produksjon av «et gode»: Y

Produksjonsnivået i et gitt tidspunkt blir bestemt av hvor mye arbeid og kapital som finnes tilgjengelig

Produksjonsfunksjonen (generell form):

$$Y(t) = F\big(K(t), L(t)\big)$$

Solow: grunnmodell

Produksjon

Antakelse:

Alle bedrifter produserer et homogent gode (Y) ved bruk av arbeid (L) og kapital (K) under **fullkommen konkurranse**

Profitt = 0

Alle inntekter fra produksjonen ($Y = F(K,L)$) går til å betale for produksjonsfaktorene

$$\Pi = F(K,L) - w \cdot L - r \cdot K = 0$$

$$F(K,L) = w \cdot L + r \cdot K$$

All inntekt går til arbeidere og kapitaleiere

Total produksjon = totale konsummuligheter

Solow: grunnmodell

Produksjon

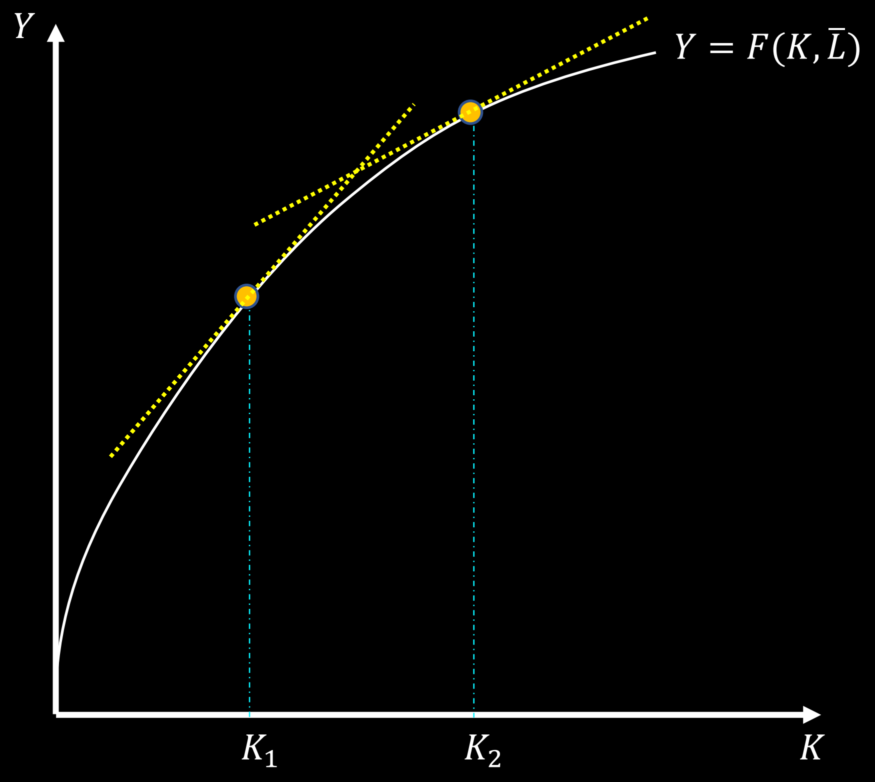
Antakelse:

Produksjonsfaktorene har positiv men avtakende marginalproduktivitet

Positiv marginalproduktivitet:
Om bruken av en produksjonsfaktor øker, og bruken av andre produksjonsfaktorer er konstant, så øker produksjonen

Avtakende marginalproduktivitet:
Effekten på produksjonen av en endring i produksjonsfaktoren minker med nivået på produksjonsfaktoren

Eksempel med kapital



Solow: grunnmodell

Produksjon

Antakelse:

Produksjonsfaktorene har positiv men avtakende marginalproduktivitet

Positiv marginalproduktivitet: Positiv helning

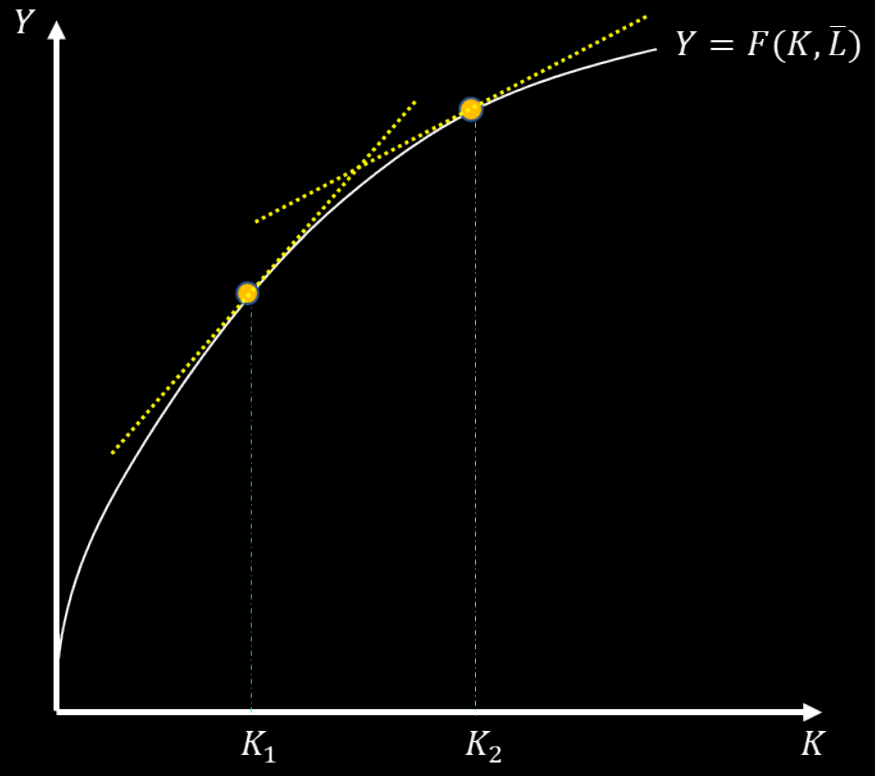
$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \underbrace{\frac{\partial F(K,L)}{\partial K}}_{MP_K} > 0 \qquad \frac{\partial Y}{\partial L} = \underbrace{\frac{\partial F(K,L)}{\partial L}}_{MP_L} > 0$$

Avtakende marginalproduktivitet: avtakende helning

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = \frac{\partial^2 F(K,L)}{\partial K^2} < 0 \qquad \frac{\partial^2 Y}{\partial L} = \frac{\partial^2 F(K,L)}{\partial L^2} < 0$$

$$\frac{\partial MP_K}{\partial K} < 0 \qquad \frac{\partial MP_L}{\partial L} < 0$$

Eksempel med kapital



Solow: grunnmodell

Produksjon

Antakelse:

Konstant skala-utbytte

Hvis mengden kapital (K) øker med **10%** og mengden arbeidskraft (L) øker med **10%** så vil produksjonen (Y) øke med **10%**

Tiltakende skala-utbytte	Avtakende skala-utbytte
Hvis $K \uparrow$ m 10% og $L \uparrow$m 10% så $Y \uparrow$ m **MER** enn 10%	Hvis $K \uparrow$ m 10% og $L \uparrow$m 10% så $Y \uparrow$ m **MINDRE** enn 10%

Solow: grunnmodell

Produksjon

En spesifikk produksjonsfunksjon som er forenlig med antakelsene?

Cobb-Douglas produksjonsfunksjon der summen av eksponentene er lik 1:

$$Y = F(K, L) = K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}, \qquad 0 < \alpha < 1$$

Utfordring: Vis at denne Cobb-Douglas funskjonen er forenlig med antakelsenen om marginalproduktivitet og skalautbytte.

Solow: grunnmodell

Produksjon og kapital per arbeider

$$y = \frac{Y}{L}, \qquad k = \frac{K}{L}$$

Generell produksjonsfunksjon: $Y = F(K, L)$

$$y = \frac{F(K, L)}{L} = f(k)$$

Cobb-Douglas produksjonsfunksjon: $Y = K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}, \qquad 0 < \alpha < 1$

$$y = \frac{K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}}{L} = \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} = k^{\alpha}$$

Solow: grunnmodell

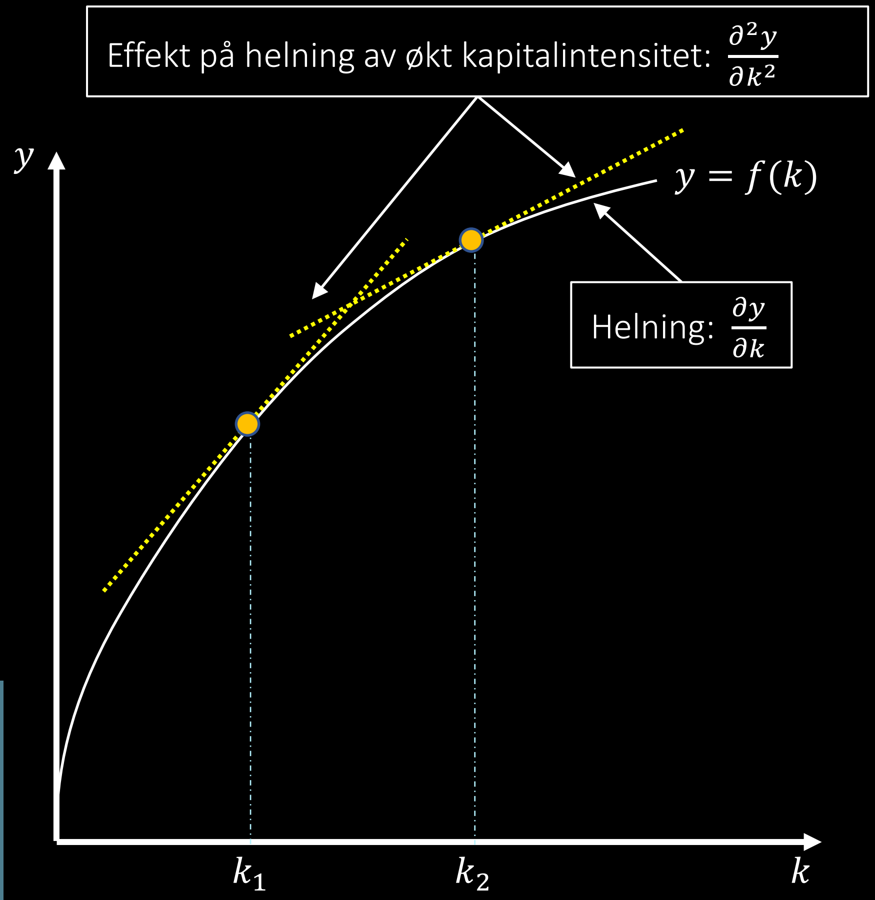
Produksjon per arbeider

Generell	Spesifikk
$y = f(k)$	$y = k^{\alpha}$

Hva skjer med produksjon per arbeider dersom kapital-intensiteten øker?

$$\frac{\partial y}{\partial k} = \frac{\partial f(k)}{\partial k} > 0 \qquad \frac{\partial y}{\partial k} = \alpha \cdot k^{\alpha-1} > 0$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial k^2} = \frac{\partial f^2(k)}{\partial k^2} < 0 \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial k^2} = (\alpha - 1) \cdot \alpha \cdot k^{\alpha-2} < 0$$



<u>Tolkning:</u>
Om kapitalintensiteten øker, vil produksjon per innbygger <u>øke</u> (positiv grenseproduktivitet).

Jo høyere kapitalintensiteten er, desto <u>mindre</u> effekt vil en økning i kapitalintensiteten ha på produksjon per arbeider.