UiT Norges arktiske universitet

# Næringsøkonomi og konkurransestrategi

*Dynamiske spill og sekvensiell konkurranse, PRN kap, 11.1 – 11.4 og Python 11.1 og 11.2*

- *Delspillperfekt Nash-likevekt*
- *Stackelberg modell*
- *Sekvensiell priskonkurranse*

Anita Michalsen

# «A game of 21»

## Tallrekke fra 1 til 21

*1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 og 21*

Oppgave: Kryss ut tall som skal fjernes

Hver spiller kan fjerne inntil 3 tall i stigende orden, dvs. om man trekker først

så kan man velge å fjerne 1, 2 og 3; eller bare 1 og 2; eller kun 1

Den spilleren som ender opp med å kunne fjerne 21 vinner spillet

# Dynamiske spill, Kap 11.3

## Troverdig trussel?

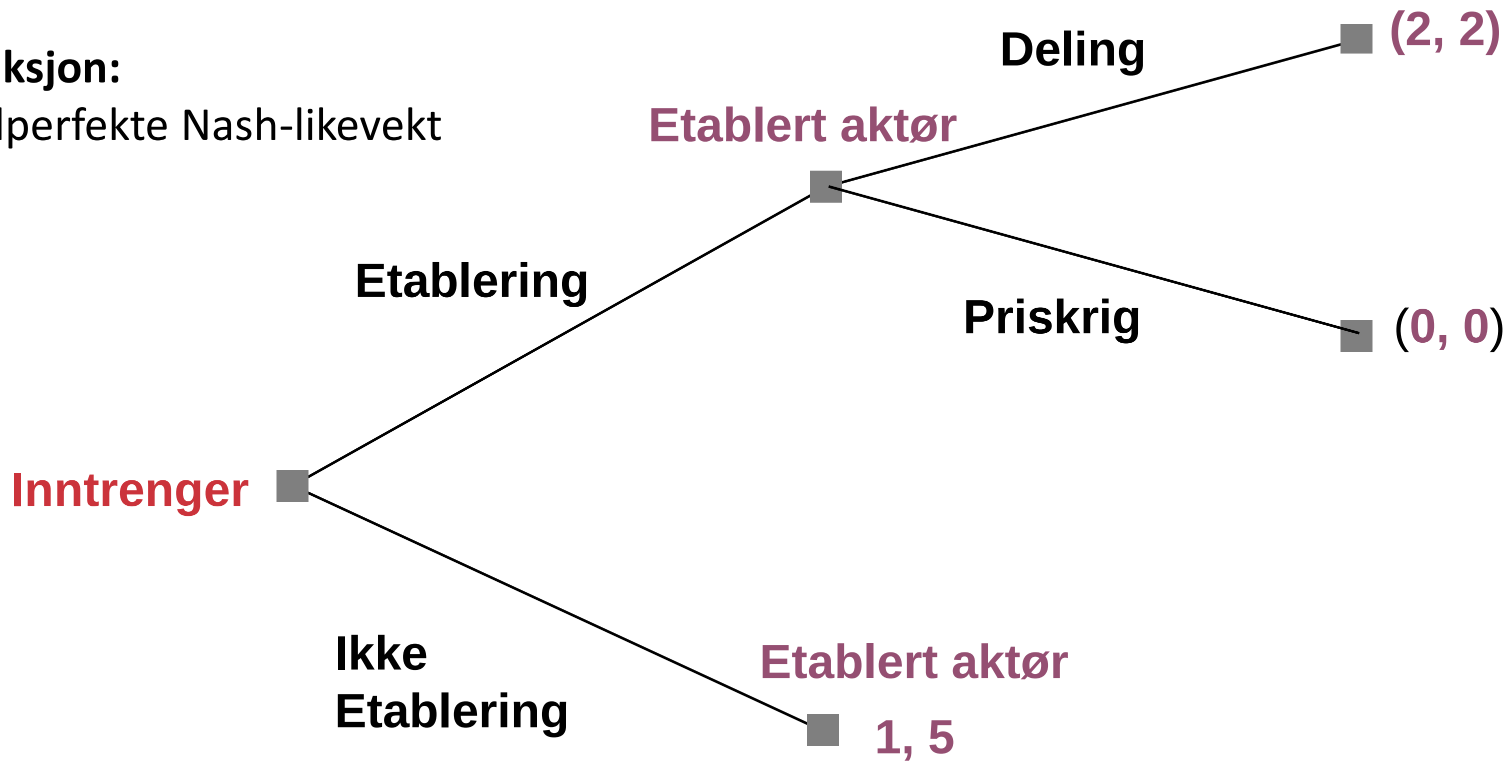
HURTIGRUTEN

| 1 \ 2 | Priskrig | Deling |
|---|---|---|
| Etablere | ( 0, 0 ) | ( 2, 2 ) |
| Ikke etablere | ( 1, 5 ) | ( 1, 5 ) |

HAVILA

# Priskrig – en troverdig trussel?

**Baklengs induksjon:**
Gir oss delspillperfekte Nash-likevekt



# Stackelberg modell, kap 11.1

## kvantumskonkurranse med sekvensielle valg

Trinn 1: Bedrift 1 (leder) velger $q_1$

Trinn 2: Bedrift 2 (følger) velger $q_2$

# Trinn 2:

```
q1, q2,c, A, B, pi,i=symbols('q1 q2 c A B pi i')

def P_demand(Q,A,B):
    return A-B*Q

def profit(q1,q2,c,A,B):
    return (P_demand(q1+q2,A,B)-c)*q1
```

Vi dereiverer profittfunksjon til bedrift 2 mhp q2: π2 = (P-c)*q2 = (A-B(q1+q2)-c)*q2

```
d_profit2_Q=diff(profit(q2,q1,c,A,B),q2)
d_profit2_Q
```

$$A - Bq_2 - B(q_1 + q_2) - c$$

Setter den derivert lik 0 og finner reaksjonsfunksjon til bedrift 2

```
Q2_sol1=solve(d_profit2_Q,q2)[0]
Q2_sol1
```

$$\frac{A - Bq_1 - c}{2B}$$

# Stackelberg modell, kap 11.1

## kvantumskonkurranse med sekvensielle valg

Trinn 1: Bedrift 1 (leder) velger $q_1$

Trinn 2: Bedrift 2 (følger) velger $q_2$

# Trinn 1:

```
d_profit1_Q=diff(profit(q1,Q2_sol1,c,A,B),q1)
d_profit1_Q
```

$$A - \frac{Bq_1}{2} - B\left(q_1 + \frac{A - Bq_1 - c}{2B}\right) - c$$

For å finne optimalt kvantum til lederbedriften setter vi uttrykket over lik 0

```
Q1_sol=solve(d_profit1_Q,q1)[0]
Q1_sol
```

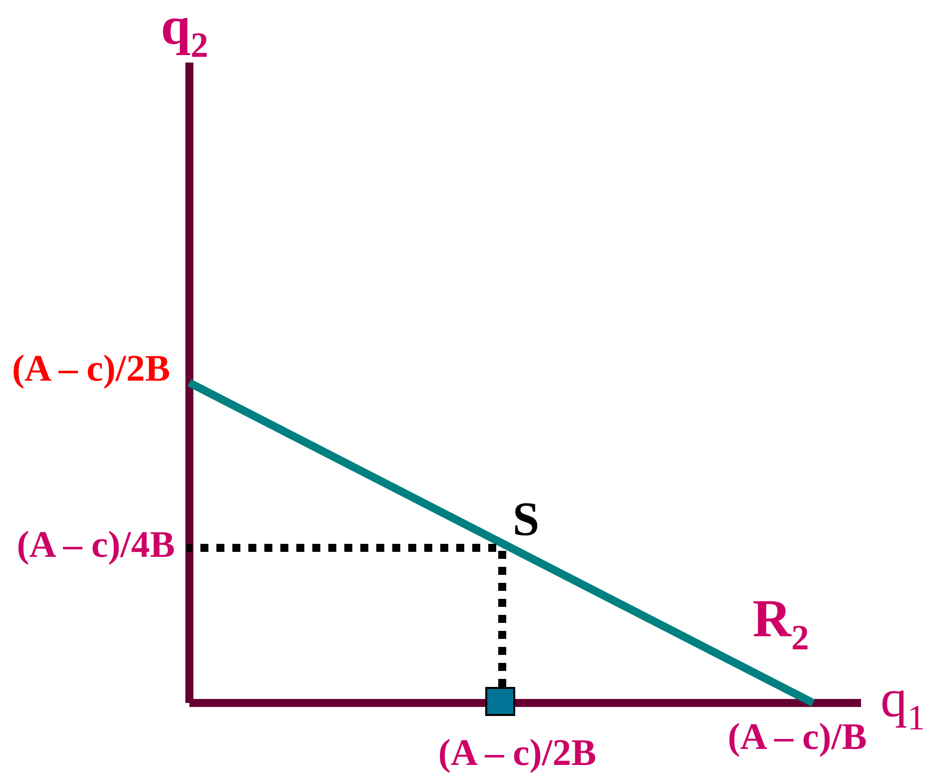
$$\frac{A - c}{2B}$$

Vi setter så optimalt valg av q1 inn i reaksjonsfunksjonen til bedrift 2

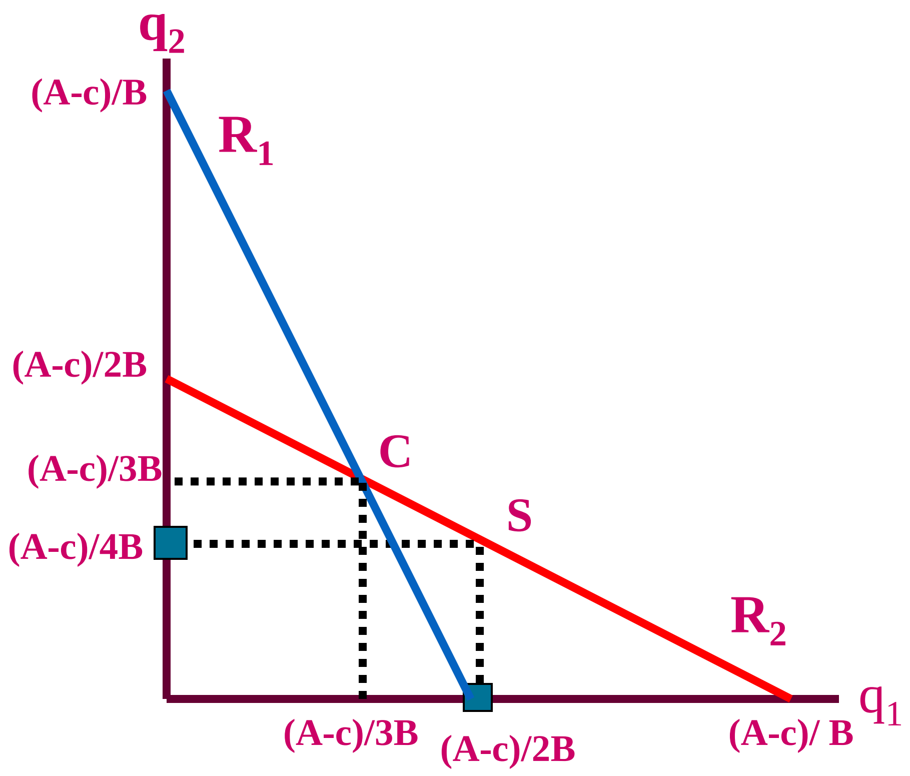
```
Q2_sol2=Q2_sol1.subs({q1:Q1_sol})
Q2_sol2
```

$$\frac{\frac{A}{2} - \frac{c}{2}}{2B}$$

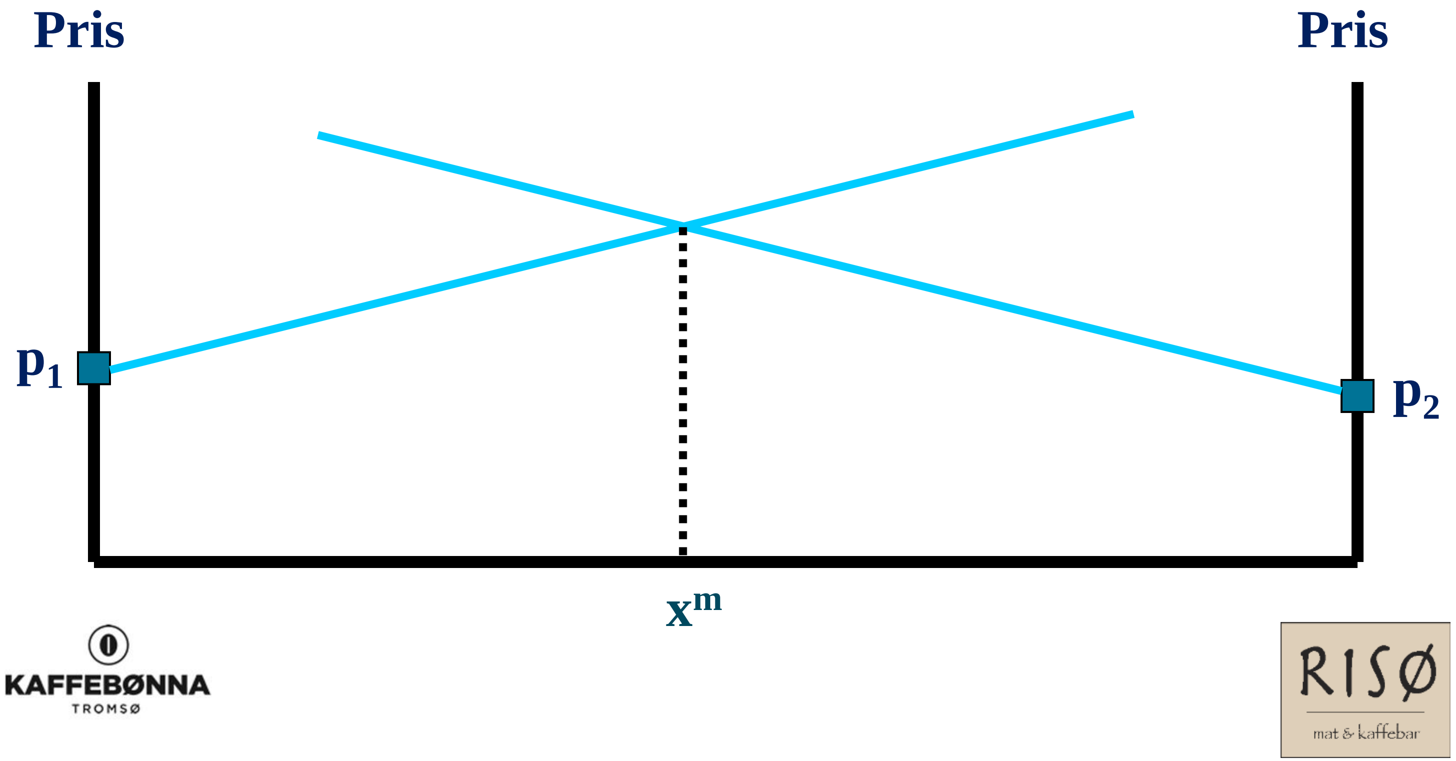
# Stackelberg likevekt



# Stackelberg vs Cournot likevekt likevekt



# Bertrand-konkurranse og differensiering



# Bertrand-konkurranse og etterspørsel

Etterspørsel bedrift 1:

$$D_1(p_1, p_2) = \frac{N(p_2 - P_1 + t)}{2t}$$

Etterspørsel bedrift 2:

$$D_2(p_1, p_2) = \frac{N(p_1 - P_2 + t)}{2t}$$

Etterspørsel bedrift 1:

```
def demand1(P1,t,P2,N):
    return (N*(P2-P1+t))/(2*t)
demand1(P1,t,P2,N)
```

$$\frac{N(-P_1 + P_2 + t)}{2t}$$

Etterspørsel bedrift 2:

```
def demand2(P1,t,P2,N):
    return (N*(P1-P2+t))/(2*t)
demand2(P1,t,P2,N)
```

$$\frac{N(P_1 - P_2 + t)}{2t}$$

# Bertrand-konkurranse og differensiering

Profitt for bedrift 1:

```
def profit1(P1,t,P2,c,N):
    return ((P1-c)*demand1(P1,t,P2,N))
profit1(P1,t,P2,c,N)
```

$$\frac{N(P_1 - c)(-P_1 + P_2 + t)}{2t}$$

Profitt for bedrift 2:

```
def profit2(P1,t,P2,c,N):
    return ((P2-c)*demand2(P1,t,P2,N))
profit2(P1,t,P2,c,N)
```

$$\frac{N(P_2 - c)(P_1 - P_2 + t)}{2t}$$

For å finne optimal løsning så deriverer vi profitt funksjonene mhp P

```
# den deriverte av profittfunksjonen mhp P1 og P2
d_profit1=diff(profit1(P1,t,P2,c,N),P1)
d_profit2=diff(profit2(P1,t,P2,c,N),P2)

display(d_profit1)
display(d_profit2)
```

$$-\frac{N(P_1 - c)}{2t} + \frac{N(-P_1 + P_2 + t)}{2t}$$

$$-\frac{N(P_2 - c)}{2t} + \frac{N(P_1 - P_2 + t)}{2t}$$

Finner reaksjonsfunksjon til bedrift 1 ved å sette den deriverte lik 0 og løse for P1

```
#reaksjonsfunksjon til bedrift 1
P1_equ=sp.solve(d_profit1,P1)[0]
P1_equ
```

$$\frac{P_2}{2} + \frac{c}{2} + \frac{t}{2}$$

Tilsvarende for reaksjonsfunksjon til bedrift 2:

```
#reaksjonsfunksjon til bedrift 2
P2_equ=sp.solve(d_profit2,P2)[0]
P2_equ
```

$$\frac{P_1}{2} + \frac{c}{2} + \frac{t}{2}$$

Setter RF2 inn i RF1 og finner optimal pris

```
# Optimal pris for bedrift 1 og 2
sol=solve([d_profit1,d_profit2],[P1,P2])

display(sol[P1])
display(sol[P2])
```

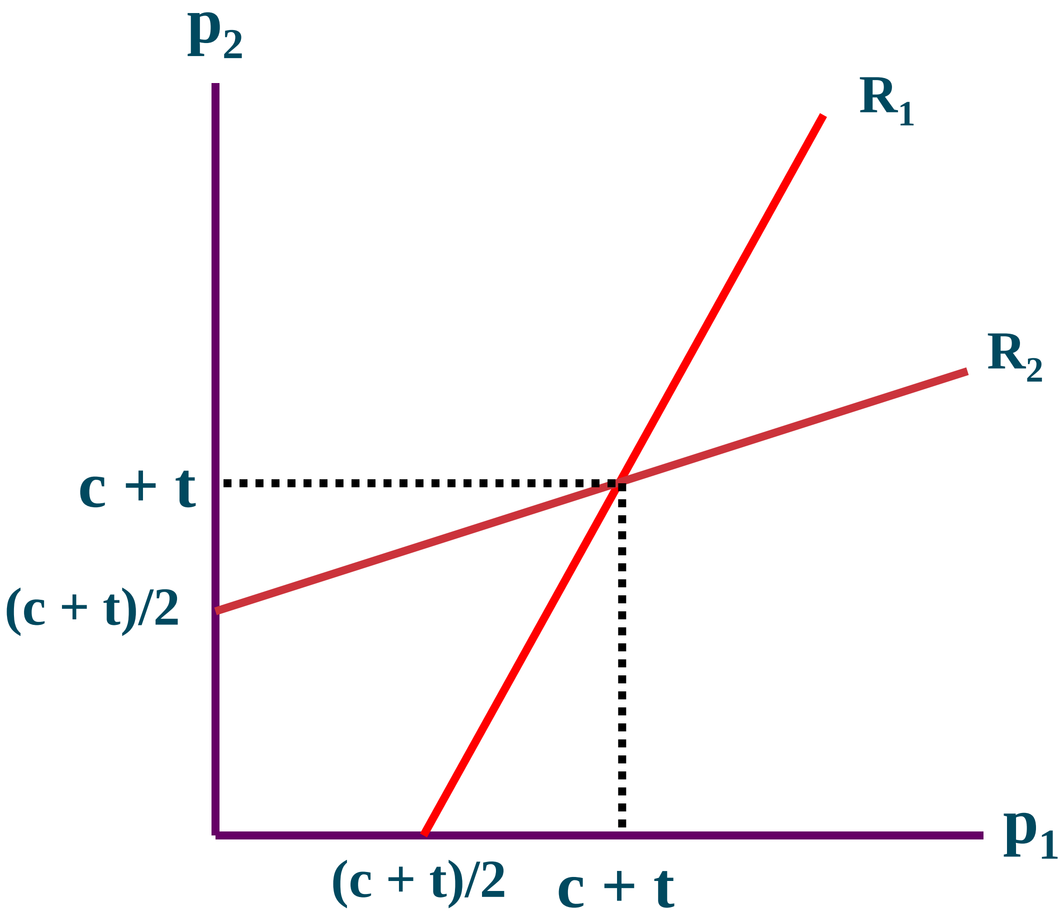
$$c + t$$

$$c + t$$

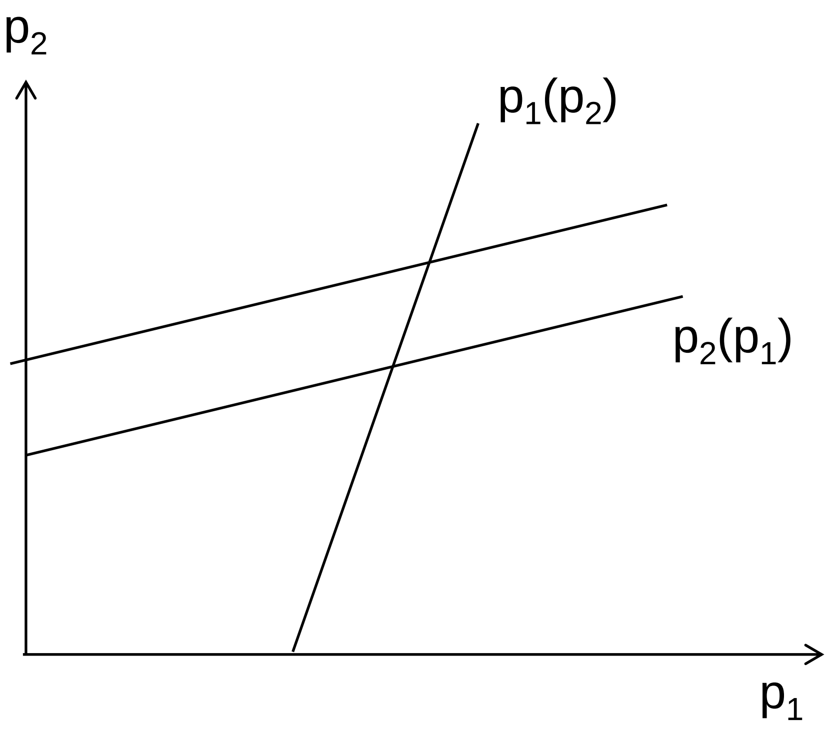
# Bertrand-konkurranse og reaksjonsfunksjon

$RF_1$: $p^*_1 = (p_2 + t + c)/2$

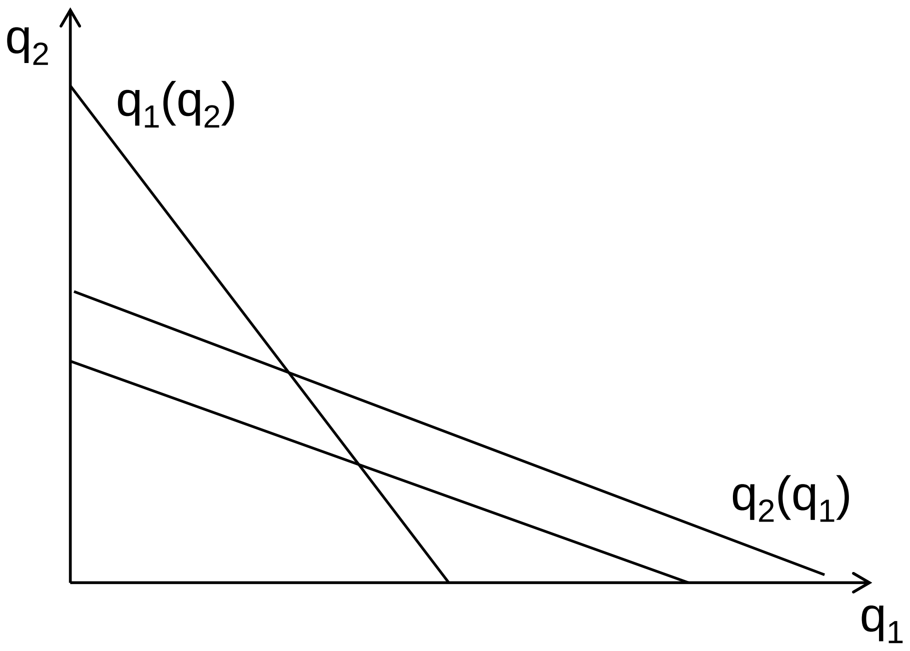
$RF_2$: $p^*_2 = (p_1 + t + c)/2$



# Strategiske komplementer og substitutter




Strategiske komplimenter




Strategiske substitutter

# Sekvensiell priskonkurranse, kap 11.2

Trinn 1: Bedrift 1 velger $p_1$

Etterspørsel bedrift 1:

$$D_1(p_1, p_2) = \frac{N(p_2 - P_1 + t)}{2t}$$

Profitt bedrift 1:

$$\pi_1(p_1, p_2) = (p_1 - c)\frac{N(p_2 - P_1 + t)}{2t}$$

Trinn 2: Bedrift 2 velger $p_2$

Etterspørsel bedrift 2:

$$D_2(p_1, p_2) = \frac{N(p_1 - P_2 + t)}{2t}$$

Profitt bedrift 1:

$$\pi_2(p_1, p_2) = (p_1 - c)\frac{N(p_1 - P_2 + t)}{2t}$$

# Trinn 2:

Vi dereiverer profittfunksjon til bedrift 2 mhp P2

```
d_profit2=diff(profit2(P2,P1,t,N),P2)
d_profit2
```

$$-\frac{N(P_2 - c)}{2t} + \frac{N(P_1 - P_2 + t)}{2t}$$

Setter den derivert lik 0 og finner reaksjonsfunksjon til bedrift 2

```
P2_sol1=solve(d_profit2,P2)[0]
P2_sol1
```

$$\frac{P_1}{2} + \frac{c}{2} + \frac{t}{2}$$

# Trinn 1:

På trinn 1 sette vi reaksjonsfunksjonene til bedrift 2 inn i bedrift 1 sin profittfunksjon, og deriverer dette utrykket mhp P1.

```
d_profit1=diff(profit1(P2_sol1,P1,t,N),P1)
d_profit1
```

$$-\frac{N(P_1-c)}{4t}+\frac{N\left(-\frac{P_1}{2}+\frac{c}{2}+\frac{3t}{2}\right)}{2t}$$

For å finne optimalt pris til lederbedriften setter vi uttrykket over lik 0

```
P1_sol1=solve(d_profit1,P1)[0]
P1_sol1
```

$$c+\frac{3t}{2}$$

Vi setter så optimalt valg av P1 inn i reaksjonsfunksjonen til bedrift 2 og finner prisen til bedrift 2

```
P2_sol2=P2_sol1.subs({P1:P1_sol1})
P2_sol2
```

$$c + \frac{5t}{4}$$

Til pris lik c + 5t/4 vil bedrift 2 selge følgende kvantum:

```
demand_2(P2,P1,t,N).subs({P1:P1_sol1,P2:P2_sol2})
```

$$\frac{5N}{8}$$

og til pris lik c + 3t/2 vil bedrift 1 selge følgende kvantum:

```
demand_1(P2,P1,t,N).subs({P1:P1_sol1,P2:P2_sol2})
```

$$\frac{3N}{8}$$

Profitten til bedrift 2 blir:

```
profit2(P2,P1,t,N).subs({P1:P1_sol1,P2:P2_sol2})
```

$$\frac{25Nt}{32}$$

og bedrift 1 får følgende profit:

```
profit1(P2,P1,t,N).subs({P1:P1_sol1,P2:P2_sol2})
```

$$\frac{9Nt}{16}$$

# Sekvensiell priskonkurranse, kap 11.2

Trinn 1: Bedrift 1 velger $p_1$

Trinn 2: Bedrift 2 velger $p_2$