

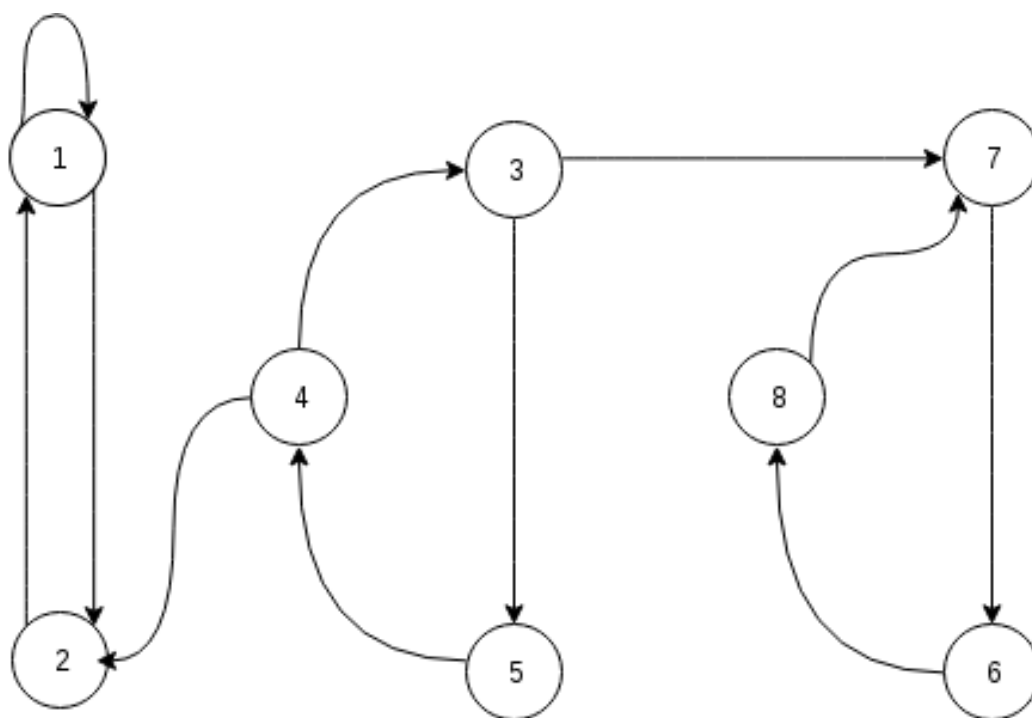
Домашнее задание №1 по дисциплине
"Теория случайных процессов"

Головатских Марк
БПМ-16-1
Вариант 6

Матрица одношаговых переходов:

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Построим граф состояний этой марковской цепи:



Разобьем все состояния на классы эквивалентности: $\{1, 2\}$, $\{6, 7, 8\}$ и $\{3, 4, 5\}$.

Рассмотрим каждый класс отдельно:

1 {1, 2}

Это возвратный непериодический класс.

Составим и решим уравнения на финальные вероятности этого класса.
 x_1 - финальная вероятность состояния 1, x_2 - финальная вероятность состояния 2.

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_1 \\ x_2 = x_1 \end{cases}$$

Финальные вероятности связаны уравнением $x_2 + x_1 = 1$, заменим на него второе уравнение.

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_1 \\ x_2 + x_1 = 1 \end{cases}$$

Решив систему получим:

$$\begin{cases} x_1 = 0.5 \\ x_2 = 0.5 \end{cases}$$

2 {6, 7, 8}

Это периодический возвратный класс. Его период $d = 3$.

3 {3, 4, 5}

Это невозвратный класс. Его период $d = 3$. Найдём вероятность поглощения состояний этого класса классом {1, 2}. Обозначим за x_i вероятность поглощения для i -ого состояния. Составим систему:

$$\begin{cases} x_3 = \frac{1}{3}x_5 \\ x_4 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x_3 \\ x_5 = \frac{3}{4}x_4 \end{cases}$$

Решив систему получим:

$$\begin{cases} x_3 = \frac{1}{7} \\ x_4 = \frac{4}{7} \\ x_5 = \frac{3}{7} \end{cases}$$