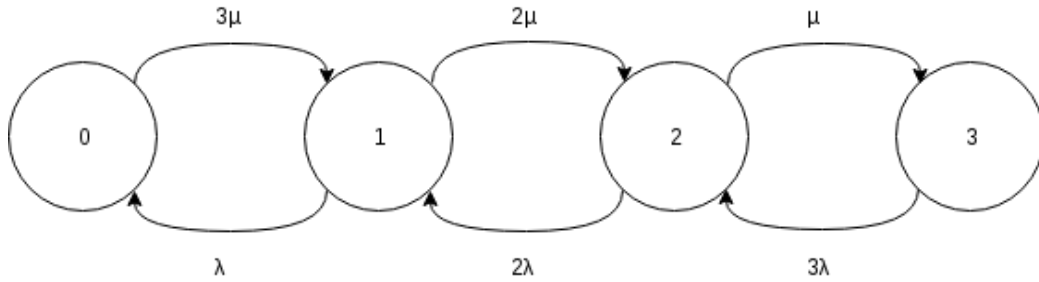


Домашнее задание №3 по дисциплине  
"Теория случайных процессов"

Головатских Марк  
БПМ-16-1  
Вариант 6

Построим граф состояний, где каждое состояние процесса - число сломанных приборов.



Составим уравнения Колмогорова:

$$\begin{cases} P'_0(t) = -3\mu P_0(t) + \lambda P_1(t) \\ P'_1(t) = 3\mu P_0(t) + 2\lambda P_2(t) - (\lambda + 2\mu)P_1(t) \\ P'_2(t) = 2\mu P_1(t) + 3\lambda P_3(t) - (2\lambda + \mu)P_2(t) \\ P'_3(t) = -3\lambda P_2(t) + \mu P_3(t) \end{cases}$$

Из записи этой системы в матричной форме получим инфинитезимальную матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} -3\mu & 3\mu & 0 & 0 \\ \lambda & -(\lambda + 2\mu) & 2\mu & 0 \\ 0 & 2\lambda & -(2\lambda + \mu) & \mu \\ 0 & 0 & 3\lambda & -3\lambda \end{pmatrix}$$

Из условий  $\mu = \lambda = 3$ . Составим систему для нахождения финальных вероятностей:

$$\begin{cases} 0 = 3p_1 - 9p_0 \\ 0 = 6p_2 + 9p_0 - 9p_1 \\ 0 = 6p_1 + 9p_3 - 9p_2 \\ 0 = 3p_2 - 9p_3 \end{cases}$$

Учитывая соотношение  $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1$ , заменим на него одно из уравнений:

$$\begin{cases} 0 = 3p_1 - 9p_0 \\ 0 = 9p_2 + 6p_0 - 9p_1 \\ 0 = 6p_1 + 9p_3 - 9p_2 \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1 \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{cases} p_0 = \frac{1}{8} \\ p_1 = \frac{3}{8} \\ p_2 = \frac{3}{8} \\ p_3 = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Для нахождения зависимости среднего состояния от времени найдем математическое ожидание числа сломанных приборов.

$\lambda_i = i\lambda$ ,  $\mu_i = (n - i)\mu$ . С учетом начальных условий получим:

$$\begin{cases} MX'(t) = (\lambda + \mu)MX(t) - \mu N \\ MX(0) = 3 \end{cases}$$

Решением является  $MX(t) = \frac{1}{3}e^{6t} + \frac{3}{2}$ .