

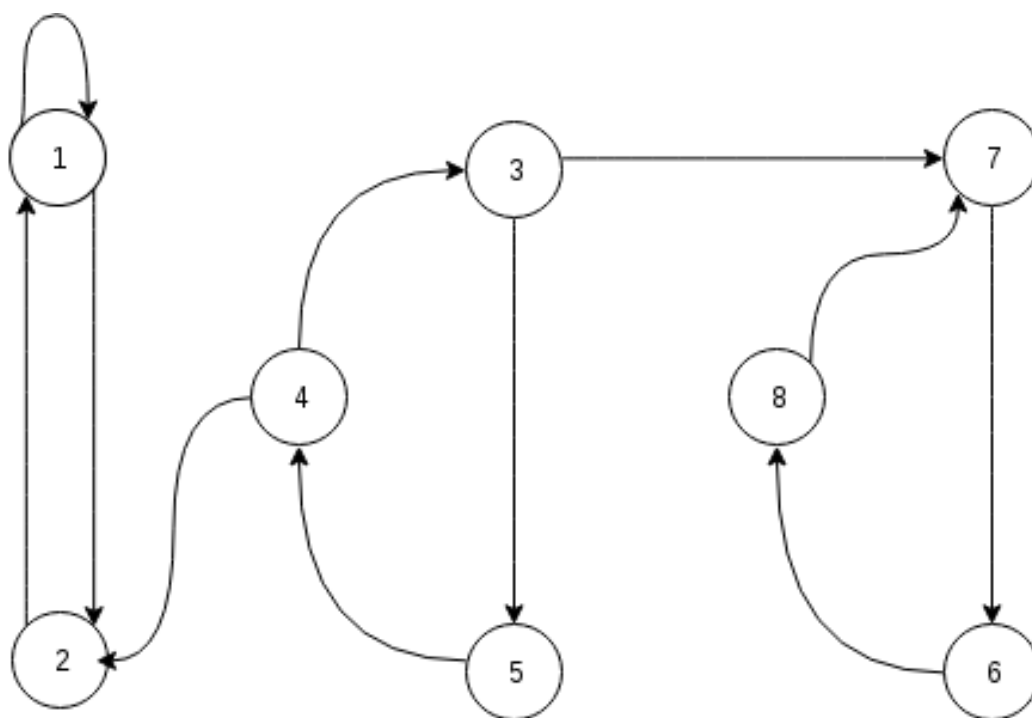
Домашнее задание №1 по дисциплине  
"Теория случайных процессов"

Головатских Марк  
БПМ-16-1  
Вариант 6

Матрица одношаговых переходов:

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Построим граф состояний этой марковской цепи:



Разобьем все состояния на классы эквивалентности:  $\{1, 2\}$ ,  $\{6, 7, 8\}$  и  $\{3, 4, 5\}$ .

Рассмотрим каждый класс отдельно:

## 1 {1, 2}

Это возвратный непериодический класс.

Составим и решим уравнения на финальные вероятности этого класса.  $x_1$  - финальная вероятность состояния 1,  $x_2$  - финальная вероятность состояния 2.

$$\begin{cases} x_1 = x_2 + \frac{1}{2}x_1 \\ x_2 = \frac{1}{2}x_1 \end{cases}$$

Финальные вероятности связаны уравнением  $x_2 + x_1 = 1$ , заменим на него второе уравнение.

$$\begin{cases} x_1 = x_2 + \frac{1}{2}x_1 \\ x_2 + x_1 = 1 \end{cases}$$

Решив систему получим:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{2}{3} \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

## 2 {6, 7, 8}

Это периодический возвратный класс. Его период  $d = 3$ .

## 3 {3, 4, 5}

Это невозвратный класс. Его период  $d = 3$ . Найдём вероятность поглощения состояний этого класса классом {1, 2}. Обозначим за  $x_i$  вероятность поглощения для  $i$ -ого состояния. Составим систему:

$$\begin{cases} x_3 = \frac{1}{3}x_5 \\ x_4 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x_3 \\ x_5 = \frac{3}{4}x_4 \end{cases}$$

Решив систему получим:

$$\begin{cases} x_3 = \frac{1}{7} \\ x_4 = \frac{4}{7} \\ x_5 = \frac{3}{7} \end{cases}$$