EXERCÍCIOS DE LÓGICA PROPOSICIONAL

CONDICIONAIS

pela tabela de verdade de cada uma, no exercicio feito podemos verificar que de facto as tabelas de verdade são idênticas.

1 {7.3} **Bicondicional**. Construa a tabela de verdade para a frase $(A \to B) \land (B \to A)$. Mostre que a última coluna é idêntica à de $A \leftrightarrow B$.

2 **Composição**. Quais das seguintes equivalências são verdadeiras?

1. $(A \to C) \land (B \to C) \Leftrightarrow (A \land B) \to C$ Falso, se forem todas falsas não é equivalente
2. $(A \to C) \land (B \to C) \Leftrightarrow (A \lor B) \to C$ Verdadeira
3. $(A \to B) \land (A \to C) \Leftrightarrow A \to (B \land C)$ Verdadeira
4. $(A \to B) \land (A \to C) \Leftrightarrow A \to (B \lor C)$ Falso, se A for verdadeira e B e/ou C forem Falsas

3 {7.16} **Designe os objetos**. Abra Sherlock's world e Sherlock's Sentences. Repare que nenhum dos objetos desse mundo tem nome. A sua tarefa é atribuir os nomes a, b e c de forma que todas as frases na lista sejam verdadeiras.

4 {7.15} **Tamanhos e formas**. Traduza as seguintes frases em linguagem natural para FOL.

1. Se a é um tetraedro, então b também é um tetraedro. Tet (a) → Tet (b)
2. c é um tetraedro se b o for. Tet (b) → Tet (c)
3. a e c são ambos tetraedros só se pelo menos um deles for grande. (Tet(a) ∧ Tet(c)) → (Large(a) v Large(c))
4. a é um tetraedro mas c não é grande. Tet (a) ∧ ~ Large(c)
5. Se c é pequeno e d é um dodecaedro, então d não é grande nem pequeno. (Small(c) ∧ Dodec(d)) → ~(Large(d) v Small(d))
6. c é médio só se nenhum de d, e e f forem cubos. Medium(c) → (~Cube(d) ∧ ~Cube(e) ∧ ~Cube(f))
7. d é um dodecaedro pequeno a menos que a seja pequeno. ~Small (a) → (Dodec(d) ∧ Small (d))
8. e é grande exatamente no caso de se verificar que d é grande se e só se f o for. Large (e) ↔ (Large (d) ↔ Large(f))
9. d e e são do mesmo tamanho. SameSize (d,e)
10. d e e têm a mesma forma. SameShape (d,e)
11. f é um cubo ou um dodecaedro, se for grande. Large (f) → (Cube(f) v Dodec(f))
12. c é maior do que e só se b for maior do que c. Larger (c, e) → Larger (b, c)

Assuma que todas estas frases são verdadeiras nalgum mundo. Veja quais as formas e tamanhos dos seis objetos. Acrescente à lista das traduções frases que exprimam as suas conclusões. Construa um mundo em que estas 6 frases sejam verdadeiras. Verifique se todas as traduções são verdadeiras. O facto de uma frase e a sua tradução terem o mesmo valor de verdade num mundo não significa que a tradução esteja correta. A coincidência tem que ocorrer em todos os mundos. Use também na verificação o mundo Boole's world, em que todas as frases devem ser verdadeiras.

5 {8.2} **Prova condicional**. Abra Conditional Sentences. Tome as frases neste ficheiro como premissas. Para as cinco frases listadas abaixo, construa provas das que são consequência das primeiras e construa contraexemplos das que o não são.

1. Tet(e).
2. $Tet(c) \to Tet(e)$.

dont understand

3. $Tet(c) \rightarrow Larger(f,e)$.
4. $Tet(c) \rightarrow LeftOf(c,f)$.
5. $Dodec(e) \rightarrow Smaller(e,f)$.

6 {8.1} **Passos válidos**. Para além dos passos de prova

Modus ponens de $A \rightarrow B$ e A, inferir B

Eliminação do bicondicional de A e de $A \leftrightarrow B$ ou $B \leftrightarrow A$, inferir B

existem outros passos válidos. Obtenha provas dos seguintes:

1. *Modus tollens* de $A \rightarrow B$ e $\neg B$, inferir $\neg A$
2. *Reforçando o antecedente* de $B \rightarrow C$ inferir $(A \wedge B) \rightarrow C$
3. *Enfraquecendo o consequente* de $A \rightarrow B$ inferir $A \rightarrow (B \vee C)$
4. *Dilema construtivo* de $A \vee B$, $A \rightarrow C$ e $B \rightarrow D$, inferir $C \vee D$
5. *Transitividade do bicondicional* de $A \leftrightarrow B$ e $B \leftrightarrow C$, inferir $A \leftrightarrow C$

7 {8.3} **Unicórnio**. Pode-se concluir das premissas seguintes que o unicórnio é mítico? E que é mágico? Justifique as respostas.

1. O unicórnio, se não for mítico, é mamífero mas, se for mítico, é imortal.
2. Se o unicórnio for imortal ou mamífero tem chifre.
3. O unicórnio, se tiver um chifre, é mágico.

8 {7.25} (**Substituir $\wedge$, $\rightarrow$ e $\leftrightarrow$**) Use o Tarski's World e abra Scheffer's Sentences. Neste ficheiro encontra apenas frases nas linhas ímpares. Em cada linha par, coloque a frase equivalente à linha imediatamente acima mas usando apenas as conectivas $\neg$ e $\vee$.

1. $Tet(a) \wedge Small(a)$

3. $Tet(a) \rightarrow Small(a)$

5. $Tet(a) \leftrightarrow Small(a)$

7. $(Cube(b) \wedge Cube(c)) \rightarrow (Small(b) \leftrightarrow Small(c))$

9 {8.29,8.30} **Provas formais**. Dê provas formais das importantes equivalências seguintes, que terá oportunidade de vir a citar:

1. $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$.
2. $\neg (P \rightarrow Q) \leftrightarrow (P \wedge \neg Q)$.

10 Múltiplas premissas. Podemos modificar a regra da eliminação da disjunção para permitir subprovas com premissas múltiplas. Considere como gostaria de proceder nos casos em que estabeleceu uma disjunção de conjunções. Defina uma regra válida que seja útil em tais casos. Use-a para produzir uma prova curta de B a partir de $(A \wedge B) \vee (C \wedge B)$.

11 Provas em F. Produza provas formais no sistema F de:

1. $A \leftrightarrow \neg B$ das premissas $A \vee B \vee C$, $B \rightarrow (A \rightarrow \neg C)$, e $A \leftrightarrow C$
2. $C \rightarrow B$ das premissas $\neg A \rightarrow B$, $C \rightarrow (D \vee E)$, $D \rightarrow \neg C$, e $A \rightarrow \neg E$.