**Some Optimization Models of Tool Path Problem for Sheet Cutting Machines**

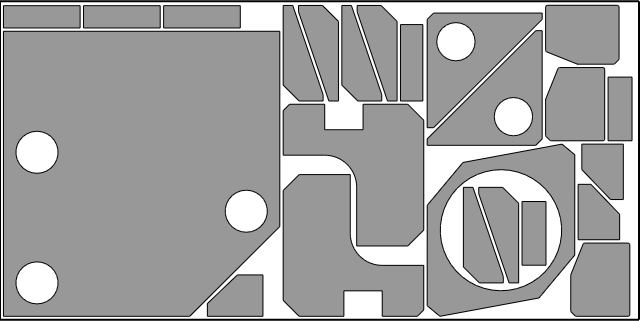
Alexander Petunin1, Pavel Chentsov1,2, Evgeniy Ivanko1,2

1Ural Federal University, Yekaterinburg, Russia,

2Institute of mathematics and Mechanics, UBr RAS, Yekaterinburg, Russia

Abstract

Одной из прикладных оптимизационных задач, возникающих при проектировании управляющих программ для машин фигурной листовой резки с ЧПУ, является задача оптимизации перемещения режущего инструмента технологического оборудования, используемого для резки. В качестве критериев оптимизации для этой задачи обычно используется время или стоимость процесса резки. Управляющая программа генерируется с использованием специального программного обеспечения (*Computer-Aided Manufacturing, CAM*-системы) после решения другой известной оптимизационной задачи – задачи раскроя листового материала на фигурные заготовки. Задача заключается в минимизации расхода листового материала при получении из него заготовок известных форм и размеров. На Рис.1 показан пример размещения в прямоугольной области 24 объектов (), описываемых 30 замкнутыми контурами () с заданным минимальным расстоянием между объектами. Раскройная карта получена с помощью подсистемы автоматического раскроя CAD/CAM системы «Сириус» [1].

**

*Рисунок 1. Пример раскроя листа 2000× 1000 мм с заданным минимальным расстоянием между деталями 10 мм*

Процесс фигурной листовой резки на машине с ЧПУ включает в себя следующие компоненты:

1. точки врезки;
2. рабочий ход инструмента;
3. точки выключения инструмента;
4. линейное перемещение инструмента на холостом ходе между точкой выключения инструмента и следующей точкой врезки.

При разработке управляющей программы первое перемещение инструмента обычно программируется на холостом ходе из некоторой начальной точки. На Рис.2 показан пример схемы резки двух деталей с использованием трёх точек врезки.

Entry point in a contour

Point for the switching off of tool

Piercing

Contour of part

Lead-in

Lead-out

Direction of the cutting

Initial point of tool

*Рисунок 2. Пример маршрута инструмента при резке трёх контуров двух деталей*

На приведенном рисунке визуализация траектории инструмента осуществляется точно по граничным контурам деталей, а не по их эквидистантным контурам, хотя, траектория реза для сохранения геометрических размеров вырезаемой детали должна отстоять от граничного контура на половину ширины реза. Необходимо отметить, что в большинстве *CAM* – систем программирование движения инструмента первоначально осуществляется по граничным контурам деталей, а вычисление реальной траектории производится либо непосредственно самой системой ЧПУ, либо специальной программой-постпроцессором, предназначенной для конвертирования информации о маршруте резки из внутреннего формата системы в формат команд конкретного технологического оборудования с ЧПУ. В первом случае величину припуска на рез устанавливает оператор на станке перед запуском управляющей программы резки. В дальнейшем без ограничения общности мы будем полагать, что траектория инструмента в маршруте резки программируется по граничным контурам, и сам маршрут содержит все граничные контуры деталей. Из-за технологических особенностей резки точки врезки должны располагаться на некотором расстоянии от контура детали. Это приводит к тому, что рабочий ход инструмента содержит дополнительную траекторию (lead-in). При этом точка выключения инструмента, в общем случае, может также лежать вне заданного контура, что порождает дополнительную траекторию резки lead-out перед выключением инструмента. В некоторых случаях допускается программирование точки выключения инструмента непосредственно на вырезаемом контуре, т.е. длина траектории lead-out равна нулю.

Для формализации рассматриваемой задачи оптимизации перемещения инструмента у машины фигурной листовой резки с ЧПУ согласно [2] введем следующие обозначения.

Пусть  – двумерные геометрические объекты (точечные замкнутые множества), представляющие собой односвязные или многосвязные области эвклидовой плоскости , ограниченные одной или несколькими замкнутыми кривыми (граничными контурами) .. Объекты являются геометрическими моделями плоских деталей.

Пусть также определена область размещения объектов*,* которая является геометрической моделью листового материала, из которого вырезаются детали. В общем случае область размещения может содержать несколько кусков материала (не обязательно прямоугольной формы), но для решения оптимизационных задач маршрутизации инструмента целесообразно рассматривать в качестве области размещения одно замкнутое точечное множество, ограниченное (как и деталь) одним внешним контуром. При этом допустимо наличие отверстий в материале (внутренних контуров). Будем полагать, чтозафиксирован некоторый вариант размещения объектов в области размещения,при этом выполнены условия взаимного не пересечения объектов. Полагаем также, что выполнены другие дополнительные условия, обусловленные технологические требованиями резки деталей на конкретном технологическом оборудовании с ЧПУ. Другими словами, фиксированный вариант размещения объектов является допустимым вариантом раскроя листового материала для заданного набора  деталей.

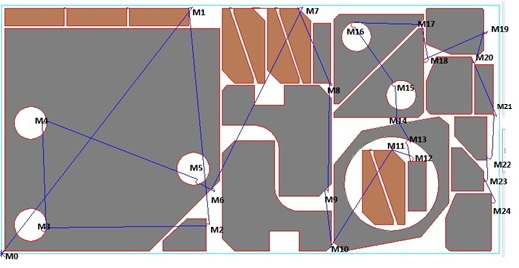
Сегментом резки ******будем называть траекторию рабочего хода инструмента между точкой врезки ** и соответствующей ей точкой выключения инструмента *.* Геометрически сегмент резки представляет собой определенную на эвклидовой плоскости ** кривую. . Будем также полагать, что в каждой точке траектории определено направление движения инструмента. Заметим, что если сегмент резки не содержит замкнутых контуров, то направление движения резки в каждой точке траектории однозначно определяется начальной точкой сегмента (точкой врезки). Замкнутые контуры в траектории рабочего хода инструмента могут появляться не только в результате резки контуров заготовок, но и при программировании т.н. петель, которые используются для повышения качества реза.

Используя понятие сегмента резки, все техники фигурной резки на машинах с ЧПУ можно разделить на 3 класса:

1. *Резка по замкнутому контуру (стандартная техника):* в этом случае сегмент резки содержит ровно один контур заготовки, который вырезается целиком.
2. *Мульти-сегментная резка контура****:*** в этом случае для вырезки одного контура используются не менее двух сегментов резки.
3. *Мульти-контурная резка:* резка предполагает вырезку нескольких контуров в одном сегменте.

В частности, на рис. 2 показана схема маршрута резки, в котором использована только стандартная резка. Следующий пример иллюстрирует применение мультиконтурной резки совместно со стандартной резкой.

На рис. 3 показана схема одного из возможных маршрутов резки для примера, приведенного на Рис.1. Маршрут резки содержит 24 сегмент. Для резки внешних контуров трёх групп деталей с точками врезки *M1*(три детали в группе), *M7* (четыре детали в группе) и *M11* была использована мультиконтурная резка (указанные группы деталей выделены коричневым цветом). Все остальные контуры вырезаны с применением стандартной техники резки. Последовательность резки сегментов соответствует номерам точек врезки *MJ (J=1,2,…,24).* После вырезки последнего сегмента возврат инструмента в начальную точку *M0* не программировался.



*Рисунок 3. Пример маршрута резки, содержащего 24 сегмента резки*

Предположим, что для вырезки деталей было использовано *K* сегментов резки . Тогда маршрут резки деталей можно определить в терминах сегментов резки как кортеж

, (1),

где  – последовательность, в которой вырезаются используемые сегменты резки , – начальная точка положения инструмента. Линейное перемещение инструмента на холостом ходе между точкой выключения инструмента и следующей точкой врезки однозначно определяется этой последовательностью. Если применить комбинаторную терминологию, то последовательность однозначно задаётся перестановкой порядка *K*, т.е. упорядоченным набором натуральных чисел от *1* до *K* (биекцией на множестве)*,* которая числу ставит в соответствие элемент ** из набора. Как отмечалось выше, мы будем полагать, что траектория инструмента в маршруте резки *ROUTE* программируется по граничным контурам, и сегменты резки  содержат все граничные контуры деталей , т.е. 

В зависимости от выбранного маршрута резки, числовые параметры резки могут существенно различаться. Таким образом, при разработке управляющих программ для машин фигурной листовой резки с ЧПУ возникают различные задачи оптимизации маршрута инструмента. В качестве критерия оптимизации (целевой функции) в этих задачах чаще всего рассматривается общее время резки. При термической и гидроабразивной резке для сформированного маршрута резки общее время резки  рассчитывается по следующей формуле:

, (2)

где *Loff* – длина переходов с выключенным режущим инструментом (холостой ход); *Lon* – длина реза с включенным режущим инструментом; *Voff* – скорость холостого хода; *Von* – скорость рабочего хода режущего инструмента; *Npt* – количество точек врезки; – время, затрачиваемое на одну точку врезки. При этом подразумевается, что получаемое в результате врезки отверстие расположено внутри материала листа. Однако при резке заготовок, как отмечалось, могут быть использованы и другие типы врезки, что приводит к изменению времени врезки  в этих случаях. Если при резке деталей было использовано несколько типов врезки, то формула (3) запишется в более общем виде:

, (3)

где *p-* число использованных типов врезки,– количество точек врезки типа *j*; – время, затрачиваемое на одну точку врезки типа *j*. И в (2) и в (3) значение скорости холостого хода инструмента  – константа, определяемая техническими характеристиками используемого технологического оборудования. Значение рабочего хода инструмента  программируется при разработке управляющей программы в соответствии с используемой технологией резки и параметрами листового материала (марка материала и толщина). Предполагается, что заданная величина  в (2) и в (3) также является константой, однако на практике фактическая скорость резки может меняться в зависимости от различных технологических факторов, а также характеристик спроектированной управляющей программы. Это диктует необходимость проведения исследований для определения поправочного коэффициента для величины . Ряд таких исследований был проведен, в частности, в [3]. В данной статье вопросы точного вычисления целевой функции стоимости резки не рассматриваются.

Важнейшей экономической характеристикой качества разработанной управляющей программы является стоимость (себестоимость) резки деталей на машине с ЧПУ. Это сложный интегрированный показатель, который включает в себя произведённые во время резки затраты на электроэнергию и расходные материалы, на обслуживание машины с ЧПУ, а также другие эксплуатационные затраты. Отметим, что стоимость резки не всегда пропорциональна времени резки, поскольку зависит еще и от различных режимов резки. По аналогии с формулой времени резки (2) показатель стоимости резки можно определить по следующей формуле:

*,*  (4)

где  – стоимость единицы пути с включенным режущим инструментом; – стоимость единицы пути с выключенным режущим инструментом; ** – стоимость одной точки врезки, а *,*  и  имеют тот же смысл, что и в формуле(2).**При этом** *,*,** – величины, зависящие от типа машины с ЧПУ, технологии резки, используемой скорости рабочего хода инструмента, толщины и марки материала. Функциональная зависимость , и **от перечисленных параметров может задаваться либо табличными функциями, либо аналитически.

Следует отметить, что задача правильного определения величин , и  для конкретного технологического оборудования и конкретного материала сама по себе является малоисследованной проблемой. Отметим результаты исследования, позволяющего точно вычислять себестоимость лазерной резки применительно для машины с ЧПУ ByStar3015 при резке углеродистой и нержавеющей стали различных толщин (на примере Ст10кп и 12Х18Н10Т), а также при резке алюминия и его сплавов (на примере Амг3М) [4].

В случае использования нескольких типов врезки формула (4) примет вид:

 (5)

где  - стоимость одной точки врезки типа *j*.

Как легко заметить, значения целевых функций (2) – (5) однозначно определяются маршрутом резки, задаваемым кортежем (1):

, поскольку геометрия сегментов резки  позволяет вычислить длину рабочего хода инструмента **, а координаты точек  и перестановка  (последовательность, в которой вырезаются используемые сегменты резки), задают набор холостых перемещений инструмента, который определяет суммарную длину холостого хода .

Таким образом, сформулированные задачи оптимизации маршрута инструмента для машин фигурной листовой резки с ЧПУ можно представить в самом общем виде как задачу минимизации некоторой числовой функции *F*, заданной на множестве *G* допустимых кортежей *ROUTE,* т.е.

 (6)

Поскольку элементы кортежа содержат (помимо последовательности резки , выбираемой из дискретного множества перестановок) точки врезки и точки выключения инструмента , которые, в свою очередь, могут быть выбраны из континуальных подмножеств евклидовой плоскости , даже в случае наложения существенных ограничений на возможность выбора допустимых сегментов оптимизационная задача (6) может быть отнесена к классу очень сложных задач непрерывно-дискретной оптимизации. Это приводит к тому, что алгоритмы для решения задачи (6) в общем виде в научной литературе не описаны. Можно выделить отдельные узкие классы задач, для которых разработаны эффективные алгоритмы оптимизации. Отметим 4 основных класса таких задач [4-6 ].

**1. Continuous Cutting Problem (CCP):** the cutter head visits each contour to be cut once.

The tool can engage the contour at any point on its perimeter, but must cut the entire

contour before it travels to the next contour. Accordingly, the same point must be used for

entry and departure from the contour. С точки зрения введенной нами классификации техник резки CCP предполагает использование только стандартной техники резки. Если не вводить дополнительных ограничений на выбор точек врезки, то оптимизационная задача (2) фактически сводится к оптимизации холостого хода , что по существу, эквивалентно классической метрической задаче коммивояжера TSP. Существенная часть публикаций посвящена именно решению этой частной оптимизационной задаче [4-6].

**2.** **Endpoint Cutting Problem (ECP):** the tool can enter and exit contours only at some

predened points on the boundary. However, it may cut the contour in sections, or stated

otherwise: a contour can be pre-empted. Этот класс задач использует идею дискретизации допустимого множества точек врезки и соответственно точек входа в контур детали. При этом множество точек выхода из контура совпадает с множеством точек входа, однако точки выхода могут быть использованы для перехода на рабочем ходе к другому контуру, что означает, что не каждая использованная точка выхода обязательно ассоциирована с точкой выключения инструмента.

**3 Generalized Traveling Salesman Problem (GTSP):** the tool path visits each contour to be cut once and the tool can engage the contour only at some predened points on the boundary. Частный случай задач CCP и ECP.

**4 Segment Continuous Cutting Problem (SCCP)***:*cutter head visits each segment to be cut once. The tool can engage the segment at any point, but must cut the entire segment before it travels to the next segment. Let's notice that

Этот класс базируется на понятии базового сегмента резки (см. в частности [3]). Basic segment  is a part of segment  without trajectory lead-in and trajectory lead-out. Базовые сегменты резки в отличие от сегментов резки не имеют направления реза, а являются исключительно геометрическим понятием. В частности, если используется только стандартная техника резки, то множество базовых сегментов совпадает с множеством граничных контуров деталей.

Наибольшее число публикаций в научной литературе по предмету исследования посвящено классу задач GTSP . Этот класс наиболее широко описан в научной литературе с тоски зрения разработки соответствующих алгоритмов решения задачи, поскольку отличается от стандартной задачи дискретной оптимизации GTSP только наличием дополнительных ограничений на условия задачи. К такого рода ограничениям относится, в частности, условие предшествования.

Это условие накладывает ограничения на порядок вырезки сегментов . Ограничения на порядок их резки обусловлены особенностями технологии и оборудования листовой резки с ЧПУ, которые не позволяют после вырезки внешнего контура точно позиционировать инструмент для вырезки внутренних контуров, поскольку деталь после вырезки внешнего контура может изменить свое положение на раскройном столе. Это вызвано тем, что после вырезки внешнего контура вырезанная деталь «теряет» связь с листом, а для многих типов раскройных столов эта деталь может даже изменить свое положение относительно плоскости листа (упасть между статическими конструкциями раскройного стола). При выборе последовательности контуров следует придерживаться следующих правил.

*Правило 1.* Если внешний контур имеет один или более внутренних контуров, которые представляют собой границы отверстий в деталях, то прежде, чем будет начата вырезка внешнего контура, должны быть вырезаны все внутренние контуры.

*Правило 2.* Если внутренний контур детали на раскройной карте содержит внешний контур/контуры другой детали, то сначала должна быть вырезана эта другая деталь с соблюдением *Правила 1.*

Перечисленные правила и называются условием предшествования для перестановки . В терминах её элементов условие означает следующее:

1. если в перестановке  сегмент  содержит внешний контур, то все соответствующие внутренние контуры должны содержаться в сегментах, предшествующих сегменту  в перестановке;
2. если в перестановке  сегмент содержит внутренний контур, который на раскройной карте содержит внутри внешний контур, соответствующий другому объекту  *(l=1,2,…,n)*, то этот внешний контур должен быть вырезан в сегментах, предшествующих сегменту в перестановке *I)*.

Условия предшествования и ограничения на координаты точек врезки имеют *статический* характер, т.е. однозначно определяются спроектированной раскройной картой, используемым для резки технологическим оборудованием и свойством раскраиваемого материала. В терминах маршрута резки  и его параметров  технологическое ограничение накладывает запрет на некоторые значения перестановки  при формировании порядка резки сегментов. При этом сформулированные требования не зависят от задаваемых параметров кортежа . Среди работ, опубликованных в последние годы и посвященных разработке алгоритмов для решения задачи оптимизации перемещения инструмента у машин фигурной листовой резки с использованием модели GTSP можно отметить следующие публикации [7-10].

Существует еще ряд технологических требований, который устанавливает дополнительные ограничения на выбор точки врезки и выбор порядка резки сегментов на каждом шаге формирования маршрута резки (т.е. при определении параметров очередного выбираемого сегмента) в зависимости от того какие параметры маршрута резки были выбраны на предыдущих шагах. Эти типы ограничений обусловлены геометрическими искажениями материала при термической резке деталей и представляют большую сложность при их математической формализации. Один из видов таких ограничений рассмотрен, в частности, в [11,12]. В рамках данной работы мы их не рассматриваем.

Еще один класс задач, который получил название **Intermittent Cutting Problem (ICP):** this is the most general version of the problem in which contours can be pre-empted and there is no restriction on the points that can be used for entry or exit. С точки зрения приведенной в этой статье формализации этот класс эквивалентен задаче (6).

Сформулируем подход, расширяющий классы задач CCP, SCCP и GTSP и позволяющий выделить некоторый подкласс класса ICP , а также предложить для него некоторые алгоритмы решения задач оптимизации перемещения инструмента.

Формулировка подхода (Петунин)

Вычислительный эксперимент (Ченцов)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

В заключении рассмотрим один алгоритм решения задач класса ECP, основанный на использовании оптимизационной модели TSP (Иванко)

Литература

1

2

3

4

5

……….

.