Уколов С. С.[[1]](#footnote-1)

# О некоторых технологических ограничениях при термической резке листового металла

**Аннотация**: В статье рассматриваются вопросы оптимизации маршрутизации маршрута в случае термической резки листового металла. В общем случае это сложная задача непрерывной и дискретной оптимизации, но она часто сводится к дискретной оптимизации, прежде всего обобщенной задаче коммивояжера. Особенностью термической резки является то, что возникающие в процессе термические деформации накладывают серьёзные ограничения на выбор маршрута движения режущего инструмента. Часть этих ограничений формализована и учитывается в известных алгоритмах, однако целый ряд важных ограничений существуют только в виде эмпирических правил, применимых только при ручном проектировании маршрута резки. В статье сформулированы несколько таких ограничений, их математическая формализация и подходы к их систематическому учёту при автоматическом проектировании маршрута резки, а также описаны алгоритмы, учитывающие такие ограничения. Применение таких версий алгоритмов позволяет ускорить процесс подготовки производства, сократить количество ошибок и улучшить качество получаемых заготовок, что в конечном счете приводит к снижению общей стоимости производства.

**Ключевые слова**: термическая резка, машины листовой резки с ЧПУ, оптимизация маршрута инструмента, технологические ограничения, правило жесткости детали, правила жесткости листа, автоматизация проектирования, дискретная оптимизация, обобщенная задача коммивояжера.

## Введение

Проектирование маршрута резки обычно является промежуточным между процессами раскроя (размещения деталей на листе) и генерации управляющих программ для машин резки с числовым программным управлением (ЧПУ). Первая классификация проблемы была дана Hoeft и Palekar [14]. В некоторых случаях процесс раскроя должен проводиться с учётом последующей резки, однако в данной работе это вариант не рассматривается, то есть мы полагаем детали уже размещенными на листе и требуется выбрать порядок их резки.

Некорректное проектирование маршрута резки может приводить как к технологическому браку, так и увеличению времени и стоимости резки, то есть к снижению эффективности производства. Таким образом, естественным образом возникает задача оптимизации маршрута резки. Для формулировки данной задачи в общем случае необходимо описать проблемное пространство и выбрать одну или несколько целевых функций.

### Маршрут резки

Проблемное пространство естественным образом определяется исходя из понятия маршрута резки и его основных элементов (см. рис. 1):

1. Точка врезки
2. Траектория входа в контур
3. Точка входа в эквидистантный контур
4. Резка по (эквидистантному) контуру
5. Точка выхода из контура
6. Траектория выхода из контура
7. Точка выключения инструмента
8. Холостой ход (от точки выключения до следующей точки врезки)

3

7

1

2

6

4

Рисунок 1. Элементы маршрута режущего инструмента.

Кроме того, в процессе резки могут применяться разнообразные техники резки (см., например, [16]):

1. Стандартная резка, когда каждый контур детали режется от начала до конца одним движением резака
2. Мульти-контурная резка, когда контуры нескольких деталей режутся за одно движение резака, без выключения (например, резка «змейкой» или «восьмеркой»)
3. Мульти-сегментная резка, когда контур детали разбивается на несколько сегментов резки (например, так называемая «резка с перемычкой»)

## Постановка задачи

Обозначим набор деталей, размещённых на листе для резки *A1, A2, … An*. Каждая из деталей ограничена одним или несколькими (в случае наличия отверстий) замкнутыми контурами *C1, C2, … CN*. Обозначим точку врезки *M*, точку выключения инструмента *M\**. Введём также обозначение *BS* для базового сегмента (резки по эквидистантному контуру) и **** для полного сегмента резки. Будем считать, что у нас имеется *K* сегментов *S1, S2, … SK*, причём каждый сегмент может соответствовать одному из контуров *Ci*, нескольким контурам или части контура (в зависимости от техники резки).

Последовательность сегментов *i1, i2, … iK* представляет собой перестановку последовательности натуральных чисел *{1…K}*.

В этих терминах маршрут резки представляет собой кортеж:

 (1)

Проблемное пространство состоит из всех возможных значений данного кортежа. Его элементы представляют собой как целые числа (номера сегментов), так и вещественные (координаты точек врезки), поэтому мы имеем задачу как дискретной, так и непрерывной оптимизации.

Целевые функции (время резки и её стоимость) для данной задачи оптимизации определяются через элементы кортежа (1) следующим образом:

 (2)

 (3)

Здесь *Lon* – суммарная длина рабочего хода; *Loff* – холостого хода; *Von* и *Voff* – скорость рабочего и холостого хода; *Con* и *Coff* – соответствующая стоимость единицы пути; *tpt* и *Cpt* – время и стоимость единичной врезки (для простоты мы считаем, что все точки врезки делаются одним способом).

## Технологические ограничения

В общем случае, не все значения кортежа (1) являются допустимыми с точки зрения технологии термической резки. Рассмотрим разные виды таких ограничений и их формализацию в терминах координат проблемного пространства.

### Ограничение порядка резки

Определяется тем, что после вырезания замкнутого контура, его содержимое больше не удерживается на рабочем столе и может смещаться. Поэтому, все внутренние контуры детали должны вырезаться до её внешнего контура (не обязательно последовательно), и если какая-либо деталь размещена в отверстии другой, она также должна вырезаться раньше.

В терминах кортежа (1) это ограничение накладывается на элементы перестановки *i1, i2, … iK*. Если контур *ix* расположен внутри контура *iy*, то допустимы только перестановки, в которых *ix* находится перед *iy*. Тем самым количество возможных перестановок (*K!*) может значительно уменьшиться.

Данное ограничение хорошо известно, описано в литературе и используется во всех практически применяемых алгоритмах маршрутизации резки, см. например [2, 12].

### Ограничение на точки врезки

Вызывается тем фактом, что выполнение врезки вызывает большую деформацию материала, чем резка по (эквидистантному) контуру. Таким образом, требуется, чтобы точка врезки располагалась на большем расстоянии от контура детали. В терминах кортежа (1) это ограничение на координаты точек врезки *Mi* (предполагаем, что точка выключения инструмента *M\** однозначно определяется выбором точки врезки *M*). Запишем это ограничение.

Для контура *Cj* обозначим *Edj* его эквидистантный контур (смещение *d*), а *Pdj* – внутренность этого контура.

Далее, множество номеров внешних контуров обозначим *OUT*, а внутренних – *IN* (последнее множество может быть пустым). Также обозначим дополнительное удаление точки врезки от эквидистантного контура как δ. Тогда ограничения на точки врезки и выключения инструмента запишутся так:

 (4)

 (5)

Уравнение (4) фактически определяет для всех точек врезки допустимую область, представляющую собой часть листа *B*. В практических приложениях точки врезки выбираются на границе этой области, что снижает размерность подзадачи выбора точки врезки с 2 до 1.

Более того, как правило, непрерывную границу этой области разбивают на отдельные точки с некоторым шагом. После этого множество возможных положений точек врезки *Mi* становится дискретным и конечным, и в целом задача оптимизации целевых функций (2) или (3) на пространстве значений кортежа (1) становится дискретной. Такая задача сводится к хорошо известной обобщенной задаче коммивояжера, в которой все возможные точки врезки на одном сегменте являются эквивалентными.

Для решения обобщенной задачи коммивояжера существует хорошо разработанный математический аппарат и создано множество алгоритмов, описанных в литературе, см. например [1, 15].

Однако данные ограничения не являются единственными, которые требуется учитывать в случае термической резки.

### Правило жесткости детали

Это ограничение возникло как эмпирическое правило и долгое время применялось при ручной (интерактивной) разработке маршрута резки, см. [5]. На естественном языке оно формулируется так: точка врезки и направление реза (по или против часовой стрелки) для каждого контура выбираются таким образом, чтобы начало реза проходило вблизи границы листа (внешней или части ранее вырезанного контура), а завершение граничило с «жесткой» частью листа (не имеющей ранее сделанных резов).

6

2

3

4

5

1

7

8

9

Рисунок 2. Выбор точки врезки по правилу жесткости детали.

Например, на рис. 2 при вырезании нижней заготовки, точка 3 допустима при резке против часовой стрелки, точка 1 – по часовой, точка 4 в обоих направлениях, а точка 2 – не является допустимой точкой врезки. После этого для средней детали аналогично допустимы точки 4, 6 и 7, а недопустимой 5. И для вырезания последней детали допустимы точки 7 и 8 (соответственно по и против часовой стрелки), а недопустимы 6 и 9. При вырезании деталей в другом порядке набор допустимых точек изменится.

В терминах кортежа (1) данное ограничение накладывается на выбор точки врезки *Mi* и направления резки контура *Si*.

1

2

Рисунок 3. Формализация правила жесткости детали.

Для этого для проверяемой точки врезки *M* находится точка выключения *M\** и строится область жесткости, ограниченная частью базового сегментом *BS* (длины *L*, заканчивающейся в *M\**), эквидистантным контуром *Ed+r* и двумя отрезками (длины *r*), перпендикулярными выбранной части базового сегмента. Габариты области жесткости *L* и *r* задаются экспертной оценкой.

Если полученная область пересекает границу листа или уже вырезанную деталь, точка врезки является недопустимой. Например, на рис. 3 точка 1 допустима, а точка 2 – нет.

Результаты расчёта по этому алгоритму могут использоваться для отбраковки возможных значений кортежа (1) либо как «штраф», добавляемый к значению целевой функции (3). Во втором случае мы получаем интересное развитие обобщенной задачи коммивояжера, в котором в формулу расчета целевой функции входит ранее пройденный путь. Для решения такого класса задач разрабатываются специальные подходы, см. например [10].

### Расчёт тепловых полей

Альтернативный вариант формализации правила жесткости деталей заключается в прямом расчете тепловых полей, возникающих в процессе резки. Обозначим  распределение температуры в области  – части листа за вычетом уже вырезанных деталей. Тогда:







Практически данное дифференциальное уравнение в частных производных при заданном начальном и граничном условии решалось после дискретизации интервала времени и области Ω методом релаксации. Это позволяет уменьшить время расчёта за счёт отбрасывания областей, далёких от текущего положения режущего инструмента, см. [6].

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| а) Правило жесткости нарушено, <T> = 480°С. | б) Правило жесткости соблюдено, <T> = 362°С. |
| Рисунок 4. Результаты моделирования распределения температур. | |

Результаты расчётов оказались в хорошем согласии с правилом жесткости детали: выбор точки врезки по правилу приводит к уменьшению температуры, см. рис. 4.

### Правила жесткости материала

Кроме правила жесткости детали в результате многолетнего практического использования термической резки был сформулирован ещё ряд эмпирических соображений, но относящихся не к отдельной детали, а ко всей последовательности раскроя *i1, i2, … iK*. В отличие от первого ограничения эти правила не являются жесткими, а скорее рекомендациями. Они также вызваны потребностью уменьшить термические деформации материала в процессе резки:

* Резку следует начинать с узкой стороны листа.
* Если длинномерные детали расположены вблизи узкой стороны листа, следует начать резку именно с них.
* При наличии большого отхода (участка, на котором детали не размещались в процессе раскроя), резку следует начинать с противоположной стороны.
* В противном случае резку следует начинать с той стороны, где больше мелких деталей (больше суммарный периметр деталей).
* Следует избегать «островов» или узких длинных полос материала, содержащих не вырезанные детали.

Формализация таких ограничений представляет собой более сложную математическую задачу, см. например [9].

## Алгоритмы дискретной оптимизации

Исследование учёта вышеописанных технологических ограничений на процесс раскроя деталей (размещение их на лист) представляет собой интересную проблему, однако находится вне рамок данной статьи. Мы считаем полученные любым образом координаты контуров *C1, C2, … CN* заданными и исходя из них определяем набор базовых сегментов *S1, S2, … SK*. Требуется найти кортеж (1), то есть набор точек врезки *Mi*, точек выключения *M\*i*, и перестановку *i1, i2, … iK*, которые минимизируют целевую функцию, например (2) или (3) или более сложную, см. [4].

Данная проблема содержит одновременно и непрерывную и дискретную оптимизацию, но как сказано выше, может быть сведена к дискретной оптимизации путём применения ограничения на координаты точек врезки. Тем самым проблема маршрутизации фактически сводится к обобщённой задаче коммивояжера с дополнительными ограничениями, вытекающими из технологии термической резки.

Такие ограничения могут учитываться в основном двумя способами: либо как дополнительные слагаемые к базовым целевым функциям (2) и (3), либо как логические условия, которым должны удовлетворять элементы кортежа (1). Последний вариант приводит к явному или неявному сокращению размерности проблемного пространства. Для некоторых алгоритмов это приводит даже к сокращению времени поиска оптимального решения за счёт наложенных ограничений.

|  |  |
| --- | --- |
| Fig15 | 16-2 |
| а) Точное решение | б) Решение с учётом технологических ограничений |
| Рисунок 5. Варианты спроектированных маршрутов резки | |

В настоящее время разработан целый ряд алгоритмов для построения маршрута резки (см. рис. 5):

* Точный (до 30 сегментов) алгоритм динамического программирования на основе «мегаполисов».
* Генетический алгоритм
* Итеративный жадный алгоритм, учитывающий правило жесткости детали
* Итеративный жадный алгоритм, использующий схему Беллмана для модификации маршрута
* Вариант итеративного жадного алгоритма, учитывающий правило жесткости листа.

Все эти алгоритмы учитывают два первых технологических ограничения, а алгоритм, учитывающий все четыре, находится в активной разработке.

## Заключение

Разработанный математический аппарат может быть использован для описания типов технологических ограничений на маршрут тепловой резки – как широко известных, так и редко применяемых. Учёт последних важен не только для повышения эффективности и снижения издержек производства, но и для повышения качества получаемых заготовок.

Формализация технологических ограничений позволяет создавать полностью автоматические алгоритмы проектирования маршрута резки в противовес ручному / интерактивному проектированию. Однако полный учёт всех ограничений требует дальнейших исследований, как в области формализации, так и в создании соответствующих модификаций алгоритмов оптимизации.

Прямой расчёт тепловых полей даёт интересные результаты, подтверждающие правильность выбранного направления исследования. Однако прямое практическое применение этого метода пока сдерживается большим временем расчётов, необходимых для него.

## Библиографический список

1. Бабурин А. Е. Алгоритмы с оценками для некоторых модификаций задач коммивояжера и разбиения множества : автореф. дис. … канд. физ.-мат. наук : 01.01.09 / А. Е. Бабурин ; Ин-т математики им. С. Л. Соболева. – Новосибирск, 2007. – 16 с.
2. Верхотуров М. А. Математическое обеспечение задачи оптимизации пути режущего инструмента при плоском фигурном раскрое на основе цепной резки / М. А. Верхотуров, П. Ю. Тарасенко // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. – Уфа, 2008. – Т. 10. № 2. – С. 123–130.
3. Левский М. В. Оптимизация траектории лазерного резака при автоматической резке листовых материалов / М. В. Левский // Автоматизация. Современные технологии. – 2008. – № 11. – С. 3–10.
4. Петунин А. А. Локальные вставки на основе динамического программирования в задаче маршрутизации с ограничениями / А. А. Петунин, А. Г. Ченцов, П. А. Ченцов // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. – Ижевск, 2014. – № 2. – С. 56–75.
5. Петунин А. А. О некоторых стратегиях формирования маршрута инструмента при разработке управляющих программ для машин термической резки материала / А.А. Петунин // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. – Уфа, 2009. – Т. 13. № 2. – С. 280–286.
6. Петунин А. А. Расчет тепловых полей при термической резке заготовок из листовых материалов / А. А. Петунин, Е Г. Полищук // Информационные технологии и системы : тр. пятой междунар. науч. конф. – Челябинск, 2016. – С. 142–144.
7. Сесекин А. Н. Эвристические алгоритмы в задачах маршрутизации перемещений / А. Н. Сесекин, А. Е. Шолохов // Информационные технологии и системы : тр. четвертой междунар. науч. конф. – Челябинск, 2015. – С. 34–35.
8. Таваева А. Ф. К вопросу оптимизации стоимостных параметров лазерной резки на машинах с ЧПУ / А. Ф. Таваева, А. А. Петунин // Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений : тр. второй междунар. конф. – Уфа, 2014. – С. 74–78.
9. Ченцов А. А. Задачи маршрутизации с ограничениями и сложными функциями стоимости / А. А. Ченцов, А. Г. Ченцов, П. А. Ченцов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2013. – № 5. – С. 45–52.
10. Ченцов А. Г. Модель «неаддитивной» задачи маршрутизации с функциями стоимости, зависящими от списка заданий / А. Г. Ченцов, Я. В. Салий // вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: математическое моделирование и программирование. – Челябинск, 2015. – № 1. – С. 24–45.
11. Dewil R. Sheet metal laser cutting tool path generation: Dealing with overlooked problem aspects / R. Dewil, P. Vansteenwegen, D. Cattrysse // Key Engineering Materials. – 2015. – Vol. 639. – P. 517–524.
12. Dewil, R. Cutting path optimization using tabu search / R. Dewil, P. Vansteenwegen, D. Cattrysse // Key Engineering Materials. – 2011. – Vol 473. – P.739–748.
13. Frolovsky V. D. Design optimization of control programs for thermal metal cutting, using genetic algorithm / V. D. Frolovsky, G. V. Pushkaryova // The 8th Russian-Korean International Symposium. – Tomsk, 2004. – Vol. 1. – P. 27–31.
14. Hoeft J. Heuristics for the plate-cutting traveling salesman problem / J. Hoeft, U. S. Palekar // IIE Transactions. – 1997. – Vol. 29, – P. 719–731.
15. Jiang Z. Traveling salesman problems with PageRank Distance on complex networks reveal community structure / Z. Jiang, J. Liu, S. Wang // Statistical Mechanics and its Applications. – 2016. – Vol. 463. – P. 293–302.
16. Petunin A. Modeling of tool path for the CNC sheet cutting machines / A. Petunin // 41st International Conference on Applications of Mathematics in Engineering and Economics (AMEE). – Sozopol, 2015. – Vol. 1690. – P. 060002-1 – 060002-7.

1. Уколов Станислав Сергеевич – аспирант Уральского федерального университета, Екатеринбург. s.s.ukolov@urfu.ru [↑](#footnote-ref-1)