Достаточное условие оптимальности решения задачи непрерывной резки

# Введение

Задача построения оптимального маршрута инструмента является важным этапом разработки управляющих программ для машин резки листового материала с ЧПУ.

Как и предшествующая ей задача раскроя, то есть оптимального размещения деталей, подлежащих резке, на листе материала, в общем случае задача резки является NP-полной. В силу этого, её точное решение не может быть получено для реально возникающих в производстве задач (для сотен деталей) за разумное время, поэтому для её решения (так же, как и для задачи раскроя) систематически применяются разнообразные эвристики, дающие решения приемлемого качества в осмысленное время. В то же время вопрос оценки качества полученных решений в сравнении с оптимальным решением как правило остаётся нерешённым и представляет значительный научный интерес.

Классификация

Технологические ограничения

# Задача непрерывной резки

Рассмотрим эвклидову плоскость и на ней – область , ограниченную замкнутым контуром (как правило – прямоугольник), которая представляет собой модель листового материала, подлежащего резке. Пусть внутри задано попарно непересекающихся плоских контуров , ограничивающих деталей . Деталь может быть ограничена как одним контуром, так и несколькими (внешним и внутренними отверстиями), так что в общем случае .

В общем случае контура могут иметь произвольную форму, но мы будем рассматривать только случай, когда они состоят из (конечного числа) отрезков прямых и дуг окружностей, что определяется существующим технологическим оборудованием. В частном случае, когда контуры состоят только из отрезков прямых, задача непрерывной резки сводится к одному из вариантов задачи обхода многоугольников (Touring Polygon Problem, TPP).

Далее, в области (как правило, на её границе) задаются две точки, обозначим их (на практике как правило ), представляющие собой начало и конец маршрута резки.

Задача непрерывной резки заключается в поиске:

1. точек врезки
2. Порядка обхода контуров , то есть перестановки элементов

Целевая функция в данном случае сильно упрощается по сравнению с общей задачей резки и сводится к минимизации длины холостого хода

Где для простоты мы вводим обозначения .

Кроме того, мы будем решать задачу оптимизации с дополнительным ограничением, так называемым «ограничением предшествования» (precedence constraint). Хотя контуры не пересекаются, они могут быть вложены друг в друга, то есть , где обозначает 2-мерную фигуру, ограниченную контуром . В общей задаче резки это может быть вызвано двумя разными обстоятельствами (отверстия в деталях и размещение меньших деталей в отверстиях больших для экономии материала), но в данной задаче эти варианты обрабатываются одинаково.

Если один контур расположен внутри другого, то вложенный контур должен быть вырезан (посещён) ранее внешнего: в перестановке. Таким образом, не все перестановки контуров оказываются допустимы.

# Общий алгоритм решения

Предлагаемый алгоритм решения состоит из нескольких этапов, естественно связанных с природой решаемой задачи.

## Удаление внешних контуров

Для автоматического соблюдения ограничений предшествования на первом этапе удаляются все контуры, содержащие вложенные

Это в общем случае приводит к уменьшению размера задачи (в некоторых случаях – значительному), и тем самым сокращает время расчётов на втором и особенно третьем этапе.

## Непрерывная оптимизация

Mi-1

Mi+1

Ci-1

Ci+1

Ci

Mi

M’i

Mi-1

Mi+1

Ci-1

Ci+1

Ci

Mi

M’i

M\*i-1

Рис. 1

На этом этапе мы предполагаем последовательность обхода заданной и ищем координаты точек врезки в каждый контур , минимизирующих суммарную длину холостого хода. Для этого выбираются начальные положения точек (например, случайным образом) и положение каждой точки изменяется в предположении, что все остальные неподвижны: . Большая часть слагаемых в целевой функции константны, поэтому она упрощается до

Простейший геометрический анализ показывает, что если точки расположены по разные стороны сегмента контура , то оптимальная позиция точки врезки – на пересечении с отрезком: . В случае же, если точки расположены по одну сторону сегмента, то решение также легко находится с применением принципа Ферма, порождающем знаменитое правило «угол падения равен углу отражения» (см. Рис. 1).

Общая схема оптимизации на данном этапе, таким образом выглядит так:

* Выбираем произвольные начальные положения точек врезки .
* находим оптимальную позицию как описано выше за константное время .
* Повторяем предыдущий шаг, пока позиции всех точек не сойдутся (с некоторой заранее заданной точностью .

На практике весь процесс хорошо сходится за время и поэтому многократно используется как подпрограмма на следующем шаге.

## Дискретная оптимизация

## Восстановление удалённых контуров

# Оптимальность решения задачи непрерывной оптимизации

# Заключение

# Библиографический список