1.0.1. Номер проекта 20-08-00873

1.0.2. Руководитель коллектива Петунин Александр Александрович

1.1. Название проекта Разработка математических моделей и алгоритмов решения прикладных оптимизационных маршрутных задач со сложными целевыми функциями и параметрами

1.2. Код и название конкурса А Проекты фундаментальных научных исследований

1.3. Область знания 08 ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ ИНЖЕНЕРНЫХ НАУК

1.4 Основной код (по классификатору РФФИ) 08-604 Проблемы теории управления техническими системами

1.5. Дополнительные коды (по классификатору РФФИ) 01-114 Дискретная математика и математическая кибернетика

1.6. Ключевые слова (указываются отдельные слова и словосочетания, наиболее полно отражающие содержание проекта: не более 15, строчными буквами, через запятые) задачи маршрутизации, 2D раскрой, машины листовой резки с ЧПУ, оптимизация траектории инструмента, задачи ССР&SCCP, базовый сегмент резки, модель GTSP, условия предшествования, "динамические" ограничения, динамическое программирование, зависимость целевых функций от списка заданий и параметров, задача минимизации дозовой нагрузки

1.7. Аннотация проекта (кратко, в том числе – актуальность, уровень значимости и научная новизна исследования; ожидаемые результаты и их значимость; аннотация будет опубликована на сайте РФФИ, если проект получит поддержку) В проекте рассматриваются оптимизационные маршрутные задачи со сложными целевыми функциями и параметрами. Такого рода задачи возникают, в частности, при маршрутизации траектории инструмента машин фигурной листовой резки с числовым программным управлением (ЧПУ), а также при контроле дозовой нагрузки персонала особо опасных радиационных объектов при обслуживании и демонтаже оборудования. В первом случае в качестве целевых функций выступают стоимость и время резки деталей из листового материала, во-втором - дозовая нагрузка.

В настоящее время алгоритмы оптимизации маршрута резки для машин листовой резки с ЧПУ и соответствующие вычислительные алгоритмы разрабатывались преимущественно для двух классов задач дискретной оптимизации: задачи GTSP, для которой предполагается, что каждый контур вырезается целиком, а точки врезки в материал выбираются из некоторого конечного набора данных, и задачи ECP, для которой точки врезки также выбираются из конечного набора данных, но разрешена частичная резка контура. Предложенная авторами проекта концепция "базового сегмента резки" позволяет существенно расширить число классов решаемых задач ( SCCP, Generalized SCCP), в том числе и для непрерывного случая, когда множество точек врезки является континуальным. Важнейшей особенностью предлагаемого для реализации в рамках проекта подхода является возможность учета специальных видов ограничений ("динамических" ограничений), которые вызваны термическими деформациями листового материала в процессе при резке. Кроме того, в качестве исходных параметров задачи будут рассматриваться различные наборы базовых сегментов резки. В качестве основной математической модели для решения дискретных вариантов задач SCCP и Generalized SССP, будет применяться специальная схема динамического программирования, которая позволит получать точные решения для размерностей до 40 вырезаемых контуров. Для непрерывного варианта рассматриваемой задачи (CCP и SCCP) будут разработаны оригинальные алгоритмы маршрутизации с оценками их точности и вычислительной сложности. В результате выполнения проекта будет разработано специальное программное обеспечение для эффективного точного и приближенного решения ранее не исследованных классов задач оптимизации траектории маршрута инструмента для машин листовой резки с ЧПУ, обеспечивающего соблюдение необходимых технологических ограничений резки.

Для решения задачи минимизации дозовой нагрузки персонала особо опасных радиационных объектов при обслуживании и демонтаже оборудования предполагается разработка новых алгоритмов решения, учитывающих зависимость целевых функций от списка заданий и обеспечивающих получение точного решения методом динамического программирования для размерностей в пределах 30-40 объектов. Для задач большей размерности предполагается разработка приближенных алгоритмов с использованием разработанного авторами проекта механизма оптимизирующих мульти-вставок. Будет рассмотрена задача оптимизации маршрутов перемещения дозиметриста с учетом обхода препятствий с посещением заданных точек. Результаты этих исследований позволят автоматизировать формирование оптимального маршрута и минимизировать дозы облучения дозиметристов.

1.8. Проект предусматривает проведение экспедиций и/или полевых исследований в первый год реализации проекта Нет

1.9. Количество членов научного коллектива 9

1.10. Сроки реализации проекта 3

1.11. Объем финансирования проекта на 2020 год, не включая расходы на проведение экспедиций и/или полевых исследований (руб.) 1000000.00

1.12. Общий объем финансирования проекта на 2020 год, включая расходы на проведение экспедиций и/или полевых исследований (руб.) 1000000.00

Форма 1en. Данные о проекте на английском языке

Форма 2 Данные о физическом лице

Форма 2 Данные о физическом лице

Форма 3 Сведения об организации, предоставляющей условия для выполнения работ по Проекту (Организация)

Форма 4. Содержание проекта

Содержание Проекта

4.1.1. Цель и задачи проекта Целью проекта является разработка математических моделей и алгоритмов решения ряда оптимизационных маршрутных задач со сложными целевыми функциями и параметрами. В качестве основных в проекте рассматриваются следующие задачи:

1) Построение оптимальных и приближенных решений в задаче управления инструментом при листовой резке деталей на машинах с ЧПУ при наличии оптимизирующих параметров (возможные типы параметров: система непустых конечных множеств – мегаполисов – с элементами в виде точек врезки и точек выключения инструмента; точка старта либо точка финиша), а также сложными типами целевых функций, зависящими от частично построенного решения;

2) Построение оптимизирующих и приближенных решений в задаче о контроле дозовой нагрузки исполнителей работ при последовательном демонтаже радиационного опасных элементов при аварийных ситуациях на АЭС, подобных Чернобылю и Фукусиме, включая выбор стартовой точки, очередности выполнения заданий и конкретной траектории исполнителей.

Разработанные алгоритмы предполагается реализовать в виде инвариантного программного обеспечения с возможностью интеграции с существующими системами разработки управляющих программ для технологического оборудования листовой резки с ЧПУ и системами поддержки принятия решений при планировании и контроле работ на АЭС.

4.1.2. Актуальность исследования Применение современных Computer-Aided Manufacturing (CAM) систем для автоматизации генерации управляющих программ для машин лазерной, плазменной, газовой и гидроабразивной резки с ЧПУ позволяет существенно сократить время технологической подготовки раскройно-заготовительного производства. Вместе с тем, многие теоретические вопросы, касающиеся оптимизации управления инструментом машины с ЧПУ, остаются не решенными. Обзор современных методов маршрутизации инструмента для машин листовой резки дан, в частности в работе: Dewil R., Vansteenwegen P., Cattrysse D. A review of cutting path algorithms for laser cutters //The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2016. – Т. 87. – №. 5-8. – С. 1865-1884. Так, в качестве целевой функции исследователи обычно выбирают время резки при одновременном выборе стандартной техники резки заготовок из листа (резка по контуру). За рамками исследований остаётся исследование эффективности применения нестандартных типов резки с оптимизацией целевой функции стоимости процесса резки, зависящей от частично построенного решения (т.н., «динамические» ограничения). Крайне мало изученными остаются задачи оптимизации траектории инструмента, для которых точки врезки в листовой материал выбираются из континуального множества, что приводит к математическим моделям непрерывно-дискретной оптимизации. Такие задачи предполагается исследовать в рамках настоящего проекта. Полученные ранее авторами проекта результаты по формализации технологических ограничений термической резки и разработке соответствующих алгоритмов решения, обеспечивающих уменьшение тепловых деформаций материала, также требуют дальнейшего продолжения, поскольку охватывают только некоторые классы динамических ограничений. В целом, предполагается значительно расширить классы задач оптимизации траектории инструмента, для которых будут разработаны эффективные алгоритмы решения, в т.ч., точные. Всё это обуславливает актуальность запланированных исследований для практики, которая нуждается в оптимизации стоимостных и временных параметров технологических процессов раскройно-заготовительного производства. Принцип оптимизации в соответствии с международными и отечественными нормативными документами является одним из основных для обеспечения радиационной безопасности персонала и имеет важное практическое значение на всех этапах жизнедеятельности радиационно-опасного объекта. Разработка алгоритмов маршрутной оптимизации, рассматриваемая в заявляемом научном исследовании, является одним из эффективных направлений минимизации дозовой нагрузки персонала на объектах использования атомной энергии, включая АЭС. Актуальность решения поставленной в проекте задачи многократно возрастает в связи с постоянно увеличивающимся объемом предстоящих работ по демонтажу радиоактивного оборудования энергоблоков АЭС как в России, так и за рубежом, в связи с исчерпанием их проектного и продленного ресурса эксплуатации, значительными предполагаемыми трудовыми и дозовыми затратами на выполнение этих работ.

4.1.3. Направление из Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации (при наличии) (выбор из справочника) 1. Переход к передовым цифровым, интеллектуальным производственным технологиям, роботизированным системам, новым материалам и способам конструирования, создание систем обработки больших объемов данных, машинного обучения и искусственного интеллекта

4.1.4. Анализ современного состояния исследований в данной области (приводится обзор исследований в данной области со ссылками на публикации в научной литературе). Общеизвестно, что задачи маршрутизации инструмента машин листовой резки с ЧПУ относятся к NP-трудным задачам ( Dewil, R., Vansteenwegen, P., & Cattrysse, D. (2014). Construction heuristics for generating tool paths for laser cutters. International Journal of Production Research, 52(20), 5965–5984. https://doi.org/10.1080/00207543.2014.8950). При этом следует отметить , что в настоящее время не существует единой математической модели проблемы оптимизации траектории инструмента для технологического оборудования листовой резки с ЧПУ. Имеются отдельные группы ученых, которые занимаются исследованием частных случаев этой проблемы. Кроме того, в рамках CAD/CAM систем, предназначенных для проектирования раскроя и управляющих программ для машин листовой резки с ЧПУ, есть отдельные модули, которые позволяют решать некоторые оптимизационные задачи, например (минимизацию холостого хода инструмента), однако при этом не обеспечивают соблюдение технологических требований резки материала на машинах с ЧПУ и не позволяют получать маршруты резки, близкие к оптимальным с точки зрения критерия стоимости резки с учетом рабочего хода инструмента, затрат на врезку и т.д. Следует подчеркнуть, что алгоритмы, реализованные в коммерческом программном обеспечении, не описываются, как правило, в научной литературе. В работе Dewil, R., Vansteenwegen, P., & Cattrysse, D. (2016) A review of cutting path algorithms for laser cutters. International Journal of Advanced Manufacturing Technology. https://doi.org/10.1007/s00170-016-8609-1 даётся обзор алгоритмов маршрутизации, имеющих отношение к лазерной резке. Авторы разделяют проблему маршрутизации инструмента машин листовой резки с ЧПУ на шесть классов задач: задача непрерывной резки (CCP), задача резки с конечными точками (ECP), задача прерывистой резки (ICP), задача обхода многоугольников (TPP), задача коммивояжера (TSP) и обобщенная задача коммивояжера (GTSP). Любая задача оптимизации термической резки может рассматриваться как ICP. Тем не менее, литература по ICP очень скудна, и большинство программных и научных статей вводят искусственные ограничения, которые упрощают ICP до задач других классов. Поиск хороших алгоритмов оптимизации или эффективного упрощения ICP мог бы заполнить явный и существующий пробел в исследованиях. Тематика предлагаемого проекта направлена, в первую очередь, как раз на существенное расширение эффективно решаемых задач маршрутизации инструмента технологического оборудования листовой резки с ЧПУ.

В нашей стране первые работы по оптимизации проектирования маршрута листовой резки на машинах с ЧПУ были опубликованы проф. Верхотуровом М.А.(Уфа) и проф. Фроловским В.Д (Новосибирск) ( Верхотуров М. А., Тарасенко П. Ю. Математическое обеспечение задачи оптимизации пути режущего инструмента при плоском фигурном раскрое на основе цепной резки//Вестник УГАТУ (сер. «Управление, ВТ и И»). 2008. T. 10, № 2(27). С. 123-130.;

Ganelina N. D., Frolovsky V. D. Constructing the shortest closed tour on a set of line segments using ant colony approach///Proc. of the 9th Intern. Conf. in Computer Graphics and Artificial Intelligence. Limoges, France, 2006. P. 197-202. В них рассматривался стандартный вариант минимизации холостого хода инструмента. В дальнейшем эти работы не получили продолжения. В последние годы появилось несколько публикаций, проводимых под руководством проф.. Панюкова А.В.(Челябинск) по этой тематике (Makarovskikh, T. A., and A. V., Panyukov (2016). “AOE-Trails Constructing for a Plane Connected 4-Regular Graph.” In CEUR Workshop Proceedings, Vladivostok, Russia, September 19--23, Vol. 1623, 62-71;Makarovskikh, T., A., Panyukov, And E., Savitskiy. 2016. “Mathematical Models and Routing Algorithms for CAM of Technological Support of Cutting Processes.” In 8th IFAC Conference on Manufacturing Modelling, Management and Control MIM 2016 Troyes, France, 28--30 June 2016. IFAC-PapersOnLine, edited by A., Dolgui, R., Grubbström, D., Ivanov and F., Yalaouil, Vol. 29, 821-826. Elsevier.

Отметим, что эти работы можно отнести к классу работ только по маршрутизации в графах, поскольку получаемые траектории не могут быть реализованы на машинах листовой резки с ЧПУ из-за отсутствия соблюдения технологических ограничений. Выделим также первые работы, проведенные в Перми (см., в частности, Murzakaev, R.T., Shilov, V.S., and Bryukhanova, A.A., ITAS NESTING: Software complex for material complicating cutting, Vestn. Permsk. Nats. Issl. Politekhn. Univ. Elektrotekhn., Inf. Tekhnol., Sist. Upr., 2015, no. 13, pp. 15–25.).

Из зарубежных конкурентов следует выделить уже упомянутую группу ученых из Бельгии, которые ведут аналогичные авторам заявки исследования (Dewil, R., P., Vansteenwegen, and D., Cattrysse. 2016. “A Review of Cutting Path Algorithms for Laser Cutters.” The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 87: 1865-1884.; Dewil, R., P., Vansteenwegen, D., Cattrysse, M., Laguna, and T., Vossen. 2015. “An Improvement Heuristic Framework for the Laser Cutting Tool Path problem.” International Journal of Production). Вместе с тем, по охвату проблематики, эти работы уступают заявленному проекту, ограничиваясь, в основном, оптимизацией траектории инструмента только для лазерного оборудования. Кроме того, учет термических деформаций заготовок и искажение их геометрических размеров не являются приоритетом исследований этой группы учёных, что делает их работы в достаточной степени академическими и не в полной мере приемлемыми для практики. Ряд исследователей из Китая. Гонконга, Японии и др. стран также периодически публикуют свои результаты (Vicencio K, Davis B, Gentilini I (2014) Multi-goal path plan-ning based on the generalized traveling salesman problem with neighborhoods. IROS 2014:2985–299; 15 Helsgaun, K., 2014. Solving the Equality Generalized Traveling Salesman Problem Using the Lin-Kernighan-Helsgaun Algorithm. Tech. Rep. December 2013, Roskilde University, Roskilde.; Wang, G. G., Xie, S. Q., Jun. 2005. Optimal process planning for a combined punch-and-laser cutting machine using ant colony optimization. International Journal of Production Research 43 (11), 2195{2216}; Xie, S. Q., Gan, J., Wang, G. G., Vn, C., 2009. Optimal process planning for compound laser cutting and punch using Genetic Algorithms. International Journal of Mechatronics and Manufacturing Systems 2 (1/2), 20{38}.

В целом, ещё раз можно отметить, что за рамками исследований современных отечественных зарубежных коллег остаются 3 принципиальных момента:

1. Разработка алгоритмов, обеспечивающих получение глобального оптимума оптимизационной задачи маршрутизации инструмента.

2. Отсутствие адекватного учета тепловых искажений заготовок при термической резке с целевой функцией стоимости, что приводит к не технологичным решениям и искажению геометрии получаемых заготовок.

3. Рассмотрение задач маршрутизации из класса ICP и задач с набором возможных точек врезки из континуального множества.

Применение эффективных классических метаэвристических алгоритмов дискретной оптимизации (метод ветвей и границ, метод эмуляции отжига, метод муравьиной колонии, эволюционные алгоритмы, метод переменных окрестностей и др.) для дискретных моделей оптимизации траектории инструмента машин с ЧПУ возможно только при адаптации этих алгоритмов к требованиям технологических ограничений листовой резки. Однако, эта адаптация наталкивается на серьёзные проблемы, связанные с невозможностью учета некоторых технологических ограничений при "лобовом" применении упомянутых методов (Кочетов Ю.А. Вычислительные возможности локального поиска в комбинаторной оптимизации // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2008. – Т.48, No 5. –C. 747–764.; Кочетов Ю., Младенович Н., Хансен П. Локальный поиск с чередующимися окрестностями // Дискретный анализ и исследование операций. Серия 2. – 2003. – Т. 10, No 1. – С. 11–43.; Пантелеев А.В. Метаэвристические алгоритмы поиска глобального экстремума. – М: МАИПринт, 2009. – 159 стр.;. An Efficient Hybrid Ant Colony System for the Generalized Traveling Salesman Problem (Mohammad Reihaneh, Daniel Karapetyan), Algorithmic Operations Research 7, 22–29, 2012.; Efficient local search algorithms for known and new neighborhoods for the generalized traveling salesman problem (Daniel Karapetyan, Gregory Gutin), European Journal of Operational Research 219, 234–251, 2012; Lin-Kernighan heuristic adaptations for the generalized traveling salesman problem (Daniel Karapetyan, Gregory Gutin), European Journal of Operational Research 208, 221–232, 2011. Hajad, M., Tangwarodomnukun, V., Jaturanonda, C., & Dumkum, C. (2019) Laser cutting path optimization using simulated annealing with an adaptive large neighborhood search. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. Volume 103, Issue 1–4, pp 781–792). Таким образом, необходимость в создании специализированных оптимизационных постановок задач, алгоритмов и программного обеспечения представляется доминантой развития методов решения исследуемой оптимизационной проблемы маршрутизации инструмента машин листовой резки с ЧПУ.

Исследование задач, связанных с минимизацией доз облучения при выполнении регламентных работ и работ, связанных демонтажем радиационно опасного оборудования за счет маршрутной оптимизации, ранее занимались в основном участники данной заявки. Эти результаты в значительной степени отражены в монографии Коробкин В.В., Сесекин А.Н., Ташлыков О.Л., Ченцов А.Г. Методы маршрутизации и их приложения в задачах повышения безопасности и эффективности эксплуатации атомных станций. Под общ. ред. член-корр. РАН И.А. Каляева. М.: Новые технологии, 2012, 234 с. Исследование этих задач привело к изучению новых классов задач маршрутной оптимизации, в частности к задачам, когда целевая функция зависит от списка еще не выполненных заданий. Для этих задач разрабатывались варианты метода динамического программирования, а также и эвристические алгоритмы. Сформулированные в проекте новые задачи базируются на этих проведенных работах.

4.1.5. Научная новизна проекта (формулируется научная идея, постановка и решение заявленной проблемы) Основная научная идея проекта заключается в разработке новых математических моделей и алгоритмов для решения сформулированных в проекте прикладных оптимизационных задач на основе предложенной авторами проекта концепции расширения решаемых задач маршрутизации инструмента машин листовой резки с ЧПУ, предполагающей унификацию подходов к разработке оптимизационных алгоритмов, базирующихся на введенных авторами понятиях «сегмента резки» и «базового сегмента резки», а также использование нового типа ограничений («динамических» ограничений), которые приводят к сложным целевым функциям, зависящим от истории построения оптимального решения. Последний момент является ключевым и при решении задачи минимизации дозовой нагрузки. По существу, можно говорить о новых классах оптимизационных задач, не исследованных ранее. Научная новизна проекта заключается также в исследовании вычислительной сложности предлагаемых алгоритмов. Кроме того, на основе специальной схемы динамического программирования будут разработаны точные алгоритмы решения задач, для которых ранее использовались только приближенные методы.

Реализация проекта обеспечит существенное расширение решаемых классов задач маршрутизации инструмента машин листовой резки с ЧПУ с учетом технологических требований термической резки.

Предполагается, что проект сочетает в себе и элементы дискретной оптимизации, и элементы теории управляемых процессов с дискретным временем. Эти обстоятельства проявляются уже на этапе формализации. Каждое допустимое решение (ДР) имеет иерархическую структуру: маршрут в виде перестановки индексов дополняется согласованной с ним, а потому и подчиненной ему траекторией (трассой). Оказалось удобным сопоставлять маршруту (перестановке индексов) пучок траекторий (согласованных с маршрутом); при этом выбор самого маршрута типично стеснен ограничениями в виде условий предшествования (данные условия естественны для многих прикладных задач и, в частности, для задач 1) и 2).

В качестве основного теоретического метода используется широко понимаемое динамического программирование (ДП) в реализации, развивающей подход Р. Беллмана (Беллман Р. Применение динамического программирования к задаче о коммивояжере. Кибернетический сборник. М.: Мир, 1964. Т.9. С. 219—228) и учитывающей условия предшествования. Более того, эти условия удается использовать для снижения сложности вычислений, придерживаясь схемы, развивающей (Ченцов А.Г. Экстремальные задачи маршрутизации и распределения заданий: вопросы теории. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2008. 238 с.). В этой связи см. также: Ченцов А.Г., Ченцов А.А. Задача маршрутизации с ограничениями, зависящими от списка заданий. Доклады Академии Наук, 2015. Т.~465. \No~2. С.~154—158; Ченцов А.Г., Ченцов П.А. Маршрутизация в условиях ограничений: задача о посещении мегаполисов. Автоматика и телемеханика. 2016. № 11. С. 96–117; Ченцов А.Г. Задача последовательного обхода мегаполисов с условиями предшествования. Автоматика и телемеханика, 2014. № 4. С. 170-190. Применяемый вариант ДП реализуется в теоретических конструкциях в виде двух этапов: 1’) сначала реализуется расширение исходной задачи, при котором допустимость по предшествованию подменяется допустимостью по вычеркиванию (заданий из списка), что позволяет в согласованной и учитывающей эффект ограничений форме анализировать семейство частичных задач, после чего устанавливается уравнение Беллмана; 2’) реализуется построение слоев специальных функций Беллмана. Самое главное состоит в том, что совокупность слоев не исчерпывает массив значений всей функции Беллмана и, тем не менее, оказывается достаточной для определения глобального экстремума и построения (на основе ДП) оптимального решения (подробнее см. Ченцов А.Г. Экстремальные задачи маршрутизации и распределения заданий: вопросы теории. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2008. 238 с. п. 4.9). Упомянутая достаточность была установлена теоретическим путем и многократно использовались при решении модельных задач.

Второе обстоятельство идейного характера состоит в том, что применяемые в рамках проекта варианты ДП являются развитием схемы Р. Беллмана (Беллман Р. Применение динамического программирования к задаче о коммивояжере. Кибернетический сборник. М.: Мир, 1964. Т.9. С. 219—228), а не применяемой обычно в дискретной оптимизации Хелда и Карпа (Хелд М., Карп Р.М. Применение динамического программирования к задачам упорядочения. Кибернетический сборник. М.: Мир. 1964. Т. 9. С. 202--218). Поэтому применяемая в предложенных исследованиях схема ДП является попятной и может использоваться во многих задачах с оптимизацией точки старта как универсальная относительно выбора упомянутой точки процедура, в то время как (прямая) схема Хелда-Карпа является по смыслу «индивидуальной», а порождаемая ей процедура привязана всякий раз к фиксированной точке старта. В ситуациях, где, по смыслу задачи, требуется возвращение в точку старта (типичная ситуация для TSP) предполагается существенно сократить число «индивидуальных» вариантов ДП за счет построения двусторонних оценок глобального экстремума; такие оценки, в частности, предполагается получить с помощью универсальных вариантов ДП. В задачах большой размерности, осложненных ограничениями, предполагается широко использовать оптимизирующие вставки и мультивставки.

Итак, предполагаемая задача оптимизации движения инструмента при листовой резке на машинах с ЧПУ, являющаяся в исходном варианте дискретно-непрерывной, предусматривающей посещение контуров вырезаемых деталей, дискретизируется. Контуры превращаются (на уровне математической постановки) в некоторые конечные множества – мегаполисы. Вводятся естественные для этого типа задач условия предшествования. В частности, по каждой детали резка внутренних контуров должна предшествовать резке внешнего. Условия динамического характера, связанные с зависимостью от выполненных заданий, учитываются с помощью введения штрафов при задании функции стоимости. Формируется аддитивный критерий, отвечающий идее суммирования затрат. Вводится класс допустимых решений (ДР), определяемых каждое в виде пары маршрут-трасса. Значения критерия существенны для ДР. Данный критерий следует минимизировать выбором ДР, соблюдающих условия предшествования (динамические ограничения учитываются посредством штрафов, налагаемых за нарушение этих ограничений; штрафы учитываются в составе критерия качества).

Решение базируется на применении ДП, что уже обсуждалось выше, и предусматривает этапы теоретического обоснования (вывод уравнения Беллмана), применения экономичного алгоритма построения слоев функции Беллмана и пошаговой процедуры построения оптимального решения.

Подобная схема применяется и для задачи о демонтаже радиационно опасных элементов при аварийных ситуациях на АЭС; существенна важная особенность: зависимость функции стоимости от списка (здесь невыполненных заданий) имеет следующий характер: «светят» те и только те источники, которые не были демонтированы на момент перемещения.

4.1.6. Предлагаемые подходы и методы, их обоснование для реализации цели и задачи проекта (Развернутое описание; форма изложения должна дать возможность эксперту оценить соответствие подходов и методов поставленным целям и задачам проекта) В проекте предполагается широкое применение и дальнейшее развитие новых вариантов ДП. В частности, будет развит вариант ДП для маршрутных задач с неаддитивным критерием качества. Также будут построены варианты ДП с оптимизацией точки старта для различных вариантов агрегирования затрат при наличии зависимости функции стоимости от списка невыполненных заданий. Рассматриваемые задачи являются, как правило, труднорешаемыми. В связи с этим для эффективного решения этих задач большой размерности будут разработаны новые полиномиальные приближенные алгоритмы и аппроксимационные схемы. Для задач минимизации дозовой нагрузки большой размерности также будут развиваться эвристические методы и методы, использующие решения локальных оптимизационных задач.

Помимо этого, для задач минимизации траектории инструмента предполагается разработать и методы решения непрерывно-дискретных задач, в которых точки врезки для вырезания сегментов резки выбираются из континуальных множеств, связанных с геометрическими контурами, описывающими геометрию вырезаемых заготовок, а последовательность обработки - из дискретного множества перестановок. В частности, для поиска минимальной траектории инструмента при фиксированной последовательности сегментов будут применяться геометрические методы, а для поиска оптимальной последовательности обхода сегментов резки в случае больших размерностей (более 40 сегментов) для всех классов задач (CCP, GTSP, SCCP, GSCCP) будут использованы также адаптированные под условия задачи метаэвристики. Среди них выделим метод переменных окрестностей (Н.Младенович) и эволюционные стратегии, а также специализированные эвристические алгоритмы поиска. Во всех этих алгоритмах также необходимо учитывать специальные виды ограничений. Для задачи GSCCP основной подход к формированию сегментов резки будет заключаться в активном применении нестандартных техник резки ( мультиконтурная и мультисегментная резка ).

Для решения задачи моделирования тепловых полей при термической резке на машинах с ЧПУ с целью отбора допустимых точек врезки будет использован метод конечных элементов.

В задаче дозиметриста предполагается использовать модифицированный алгоритм Дейкстры.

При проведении вычислительных экспериментов для тестовых примеров будут применяться методы статистического анализа.

При построении алгоритмов, основанных на выше перечисленных подходах, будут широко использоваться элементы распараллеливания с последующей реализацией их на МВС в виде стандартных программ

4.1.7. Ожидаемые результаты реализации проекта и их научная и прикладная значимость 1. Разработка методов оптимизации маршрутных процессов, построение математических моделей, формализация анонсированных прикладных оптимизационных задач. Обоснование основных теоретических положений, относящихся к задачам маршрутизации со сложными целевыми функциями и параметрами, возникающими при оптимизации инструмента машин листовой резки деталей с ЧПУ и при оптимизации маршрутов дозиметристов на радиационно-опасных объектах, включая оптимизацию начального состояния (точки старта), очередности выполнения заданий (посещение мегаполисов и проведение работ, связанных с мегаполисами) и конкретной траектории процесса. Разработка новых вариантов ДП, учитывающих эффект ограничений и особенностей, связанных с оптимизацией точки старта. Разработка аппарата ДП для маршрутных задач с неаддитивным критерием в случае, когда функция стоимости зависит от списка невыполненных заданий и при наличии условий предшествования.

2. Разработка точных алгоритмов маршрутизации инструмента машин листовой резки с ЧПУ для задачи GTSP и дискретных вариантов задач SCCP, GSCCP с целевыми функциями стоимости и времени резки, зависящими от частично построенного решения (динамические ограничения) и с учетом других технологических ограничений термической резки листового материала на машинах с ЧПУ.

3. Разработка приближенных алгоритмов решения задач оптимизации маршрута инструмента для всех классов задач средней и большой размерности (CCP, GTSP, SCCP, Generalized SCCP).

4. Разработка библиотеки тестовых примеров маршрутизации инструмента для машин листовой резки с ЧПУ.

5. Интеграция разработанного программного обеспечения с отечественными CAM- системами САПР «Сириус» и T-Flex ЧПУ.

6. Разработка параллельных алгоритмов для многоядерных ПЭВМ и МВС, проведению широкомасштабного вычислительного эксперимента для задач маршрутизации, включающих весь комплекс ограничений и усложняющих (в сравнении с GTSP и задачами типа GTSP) факторов процесса.

7. Разработка оптимальных алгоритмов для решения задач управления инструментом при листовой резке на машинах с ЧПУ и демонтажа радиационно опасных объектов при аварийных ситуациях на АЭС. Для задачи дозиметриста будет построена математическая модель неоднородного радиационного поля на основе точечных измерений, с использованием этой модели будет разработан алгоритм построения маршрута движения дозиметриста, минимизирующий суммарную дозу облучения.

По итогам проекта предполагается опубликовать 2 монографии (2020г. и 2022г.)

Научная значимость ожидаемых результатов состоит в следующем. В процессе исследования будут построены и обоснованы методы оптимизации маршрутных процессов в очень общей постановке; участникам проекта неизвестны какие-либо попытки построения оптимальных решений в столь общей постановке (это относится к решению обоих прикладных задач, связанных с машиностроением и атомной энергетикой). Разработанные при этом варианты использования ДП могут быть применены и при решении других задач с элементами маршрутизации при наличии ограничений. Так, в частности, построенные в процессе выполнения проекта методы и алгоритмы могут при их несущественной модификации применены для решения задач маршрутизации с неаддитивным агрегированием затрат и, в частности, в задачах маршрутизации «на узкие места» (эти конструкции могут быть применены в транспортных задачах). Впервые будут разработаны точные алгоритмы и алгоритмы с оценками точности для непрерывной модели CCP. Итоговым результатом предложенных исследований будет построение полноценной математической теории, ориентированной на инженерные приложения.

Прикладная значимость проекта заключается в создании высокоэффективного программного обеспечения для оптимизации стоимостных и временных характеристик процесса резки листовых деталей на машинах с ЧПУ, а также в создании подсистемы решения маршрутных задач для систем поддержки принятия решений при планирован и контроле работ на радиационно-опасных объектах.

4.1.8. Общий план реализации проекта (форма представления информации должна дать возможность эксперту оценить реализуемость заявленного исследования; общий план реализации проекта даётся с разбивкой по годам) 1. В течение первого года предполагается построение математических моделей, разработка формализации и обоснование основных теоретических положений, относящихся к задачам маршрутизации со сложными целевыми функциями и параметрами, возникающими при оптимизации инструмента машин листовой резки деталей с ЧПУ и при оптимизации маршрутов дозиметристов на радиационно-опасных объектах. Кроме того, предполагается разработка ряда алгоритмов для решения ряда частных задач, в том числе:

• разработка и программная реализация алгоритма, гарантирующего получение локальных экстремумов для задачи CCP;

• разработка и программная реализация точного алгоритма решения дискретного варианта задач класса SCCP с целевой функцией стоимости резки и учетом динамических ограничений типа "правило жёсткости листа";

• разработка и программная реализация приближенного алгоритма локального поиска с чередующими окрестностями для поиска оптимальной последовательности обхода контуров для задач CCP и GTSP;

• разработка и программная реализация методики формирования базовых сегментов резки для задачи SCCP для случая многоугольных контуров и окружностей. Формирование тестовых примеров и проведение вычислительных экспериментов для сравнения с результатами решения задач из класса GTSP;

• разработка алгоритма оптимизации маршрутов перемещения дозиметриста с учетом обхода препятствий с посещением заданных точек («задача дозиметриста»). Результаты этих исследований позволят (используя базу данных, формируемую в рамках подсистемы автоматизированной обработки данных нерегламентных измерений радиационной обстановки выводимых из эксплуатации энергоблоков №1 и №2 Белоярской АЭС) автоматизировать формирование оптимального маршрута дозиметриста, выдачу задания на выполнение работ по измерению параметров радиационной обстановки и, соответственно, минимизировать дозы облучения дозиметристов;

• разработка математического обеспечения для построения радиационной карты помещения на основе имеющихся данных по радиационной обстановке на основании имеющихся данных по радиационной обстановке в отдельных точках помещения.

2. Второй год предполагается посвятить исследованию комплекса задач, связанных с маршрутизацией и включающих элементы перебора параметров, определяющих задачу (в числе таких параметров может быть сама система мегаполисов) (задача Generalized SCCP), а также разработке оптимальных алгоритмов и эвристик (для решения задач большой размерности), вопросам тестирования эвристик с помощью оптимальных процедур на основе ДП для задач умеренной размерности.

Предполагается разработка библиотеки тестовых примеров задач маршрутизации инструмента машин листовой резки с ЧПУ и размещение этой библиотеки в сети Интернет.

С целью отбора допустимых точек врезки для уменьшения тепловых деформаций материала при построении оптимальной траектории при термической резке на машинах с ЧПУ будет разработано программное обеспечение для моделирования тепловых полей при термической резке листовых материалов.

Планируется также проведение исследований возможностей применения аппарата ДП для выяснения структуры оптимальных решений и, в частности, построения универсальных относительно параметров перебора вариантов ДП и возможностей сокращения перебора индивидуальных вариантов ДП в ситуациях, когда использование упомянутого перебора неизбежно

3. В исследованиях третьего года основное внимание будет уделено построению параллельных алгоритмов для многоядерных ПЭВМ и МВС, проведению широкомасштабного вычислительного эксперимента для задач маршрутизации, включающих весь комплекс ограничений и усложняющих (в сравнении с TSP и задачами типа TSP) факторов процесса.

Также планируется интеграция разработанных алгоритмов маршрутизации инструмента машин листовой резки с ЧПУ c отечественными CAM системами САПР «Сириус» и T-Flex ЧПУ.

4.1.9. Ожидаемые научные результаты за первый год реализации проекта (форма изложения должна дать возможность провести экспертизу результатов) 1. Разработка единой математической модели маршрутизации инструмента машин листовой резки с ЧПУ на основе понятий "сегмент резки" и "базовый сегмент резки" в форме задачи Generalized SCCP со сложными целевыми функциями стоимости резки и времени резки, зависящими от частично построенных решений.

2. Разработка и программная реализация алгоритма, гарантирующего получение локальных экстремумов для задачи CCP (точкой врезки в контур может быть любая точка на контуре);

3. Разработка и программная реализация точного алгоритма решения дискретного варианта задач класса SCCP с целевой функцией стоимости резки и учетом динамических ограничений типа "правило жёсткости листа" (на основе применения метода ДП);

4. Разработка и программная реализация приближенного алгоритма локального поиска с чередующими окрестностями для поиска оптимальной последовательности обхода контуров для задач CCP и GTSP;

5. Разработка и программная реализация методики формирования базовых сегментов резки для задачи Generalized SCCP для случая многоугольных контуров и окружностей. Формирование тестовых примеров и проведение вычислительных экспериментов для сравнения с результатами решения задач из класса GTSP;

6. Разработка алгоритма оптимизации маршрутов перемещения дозиметриста с учетом обхода препятствий с посещением заданных точек («задача дозиметриста»). Результаты этих исследований позволят (используя базу данных, формируемую в рамках подсистемы автоматизированной обработки данных нерегламентных измерений радиационной обстановки выводимых из эксплуатации энергоблоков №1 и №2 Белоярской АЭС) автоматизировать формирование оптимального маршрута дозиметриста, выдачу задания на выполнение работ по измерению параметров радиационной обстановки и, соответственно, минимизировать дозы облучения дозиметристов;

7. Разработка математического обеспечения для построения радиационной карты помещения на основе имеющихся данных по радиационной обстановке на основании имеющихся данных по радиационной обстановке в отдельных точках помещения.

4.2.1. Имеющийся у коллектива научный задел по проекту (указываются полученные результаты, разработанные программы и методы, экспериментальное оборудование, материалы и информационные ресурсы, имеющиеся в распоряжении коллектива для реализации проекта) Участники проекта имеют целый ряд принципиальных результатов, касающихся решения задач маршрутизации и последовательного управления в предметных областях, связанных с оптимизацией траектории инструмента машин с ЧПУ и контролем дозовой нагрузки при маршрутизации перемещений персонала АЭС. Это касается методов оригинальных постановок задач резки листового материала на станках с ЧПУ, построения точных и приближенных решений, вопросов, связанных со структурой исследуемых задач и технологическими ограничениями, разработки алгоритмов и программ.

А.А. Петуниным была формализована основная оптимизационная задача маршрутизации инструмента для машин листовой резки материала с ЧПУ в форме обобщенной задачи курьера с дополнительными ограничениями на основе введенного понятия «сегмент резки». Были разработаны теоретические основы автоматизированного проектирования маршрута с учетом технологических требований термической и гидроабразивной резки деталей на машинах с ЧПУ. (см., в частности, Petunin, A. A. (2015). Modeling of tool path for the CNC sheet cutting machines. В Pasheva, N. Popivanov, & G. Venkov (Ред.), 41st International Conference "Applications of Mathematics in Engineering and Economics", AMEE 2015 (Том 1690). [060002] (AIP Conference Proceedings; Том 1690). American Institute of Physics Publising LLC. https://doi.org/10.1063/1.4936740; Petunin, A. A., & Stlios, C. (2016). Optimization Models of Tool Path Problem for CNC Sheet Metal Cutting Machines. Ifac papersonline, 49(12), 23-28. https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.544). Также им были сформулированы основные технологические ограничения и предложено использовать модель задачи о мегаполисах для разработки оптимизационных алгоритмов (А.А. Петунин. О некоторых стратегиях формирования маршрута инструмента при разработке управляющих программ для машин термической резки материала / // Вестник УГАТУ. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2009. Т. 13, № 2 (35). С. 280–286.; А.А.Петунин, А.Г.Ченцов, П.А.Ченцов. К вопросу о маршрутизации движения инструмента в машинах листовой резки с числовым программным управлением // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2013 – №2(169). – С.103-111.). Он же формализовал и (вместе с П.А.Ченцовым) реализовал учёт т.н. правила жёсткости детали, которое относится к классу "динамических ограничений" (Chentsov, P. A., & Petunin, A. A. (2016). Tooling routing for CNC plate cutting machines. IFAC-PapersOnLine , 49 (12), 645-650. doi: 10.1016 / j.ifacol.2016.07.762). Отметим, что "динамические ограничения" (термин, введенный авторами проекта для ограничений в маршрутных задачах, в которых условия задачи меняются в зависимости от истории построения частичного решения) порождают новый тип оптимизационных задач оптимизации, который требует своего исследования. Некоторые алгоритмы маршрутизации режущего инструмента были реализованы в разработанной с участием авторов проекта системе автоматизированного проектирования (САПР)"Сириус", предназначенной для автоматизации проектирования фигурного раскроя, а также для автоматизации подготовки управляющих программ для машин термической резки материала с ЧПУ. Ещё один задел научного коллектива, связанный с проблематикой проекта, касается разработки инструментария для вычисления тепловых полей при термической резке заготовок и определения зависимости температуры листового материала в определенных зонах от соблюдения динамических ограничений (правила жёсткости детали) (Petunin, A. A., Polishuk, E. G., Chentsov, A. G., Chentsov, P. A., & Ukolov, S. S. (2016). About some types of constraints in problems of routing. В Pasheva, N. Popivanov, & G. Venkov (Ред.), APPLICATIONS OF MATHEMATICS IN ENGINEERING AND ECONOMICS (AMEE'16) (Том 1789). [060002] (AIP Conference Proceedings; Том 1789). American Institute of Physics Publising LLC. https://doi.org/10.1063/1.4968494)

В области построения математических методов участниками проекта были разработаны новые варианты метода ДП, учитывающие эффект ограничений и зависимости от списка заданий (авторам не известны другие математические исследования экстремальных задач маршрутизации такого уровня сложности), включая экономичную версию (попятного) ДП, что позволило существенно увеличить размерность задач маршрутизации, допускающих практическое построение оптимальных решений на ПЭВМ и МВС. В вопросах построения точного решения упомянутой задачи участники предполагаемого проекта имеют безусловный приоритет.

Общие теоретические конструкции и решения модельных задач отражены в следующих монографиях: Ченцов А.Г. Экстремальные задачи маршрутизации и распределения заданий: вопросы теории. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2008. 238 с.; Коробкин В.В., Сесекин А.Н., Ташлыков О.Л., Ченцов А.Г. Методы маршрутизации и их приложения в задачах повышения безопасности и эффективности эксплуатации атомных станций. Под общ. ред. член-корр. РАН И.А. Каляева. М.: Новые технологии, 2012, 234 с., и многочисленных журнальных статей, включая статьи в «Докладах Академии наук». Наряду с традиционной «аддитивной» задачей маршрутизации с ограничениями и усложненными функциями стоимости были детально изучены варианты ДП для задачи на узкие места» и для задачи с абстрактной функцией агрегирования затрат (см. Сесекин А.Н., Ченцов А.Г., Ченцов А.А. Маршрутизация с абстрактной функцией агрегирования стоимостей перемещений. Труды Института математики и механики УрО РАН, 2010, Т. 16, № 3, С. 240--264.). Построены декомпозиционные методы и алгоритмы для решения задачи о посещении мегаполисов с выполнением внутренних работ (см. Ченцов А.А., Ченцов А.Г. Об одной итерационной процедуре решения задачи маршрутизации с ограничениями. Труды Института математики и механики УрО РАН, 2012, Т. 18, № 3, С. 261-281), позволяющие существенно сократить время счета при незначительном проигрыше в качестве. Разработаны методы и построены алгоритмы решения экстремальных задач маршрутизации большой размерности с использованием оптимизирующих вставок и мультивставок (Петунин А.А., Ченцов А.А., Ченцов А.Г., Ченцов П.А. Элементы динамического программирования в конструкциях локального улучшения эвристических решений задач маршрутизации с ограничениями. Автоматика и Телемеханика. 2017, № 4, С. 106-125, Ченцов А.Г., Григорьев А.М. Оптимизирующие вставки в задачах маршрутизации с ограничениями. Вестник УдГУ. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2018. № 4. С. 513-530), позволяющие ощутимо улучшать качество эвристических решений. В последнее время методы на основе ДП были распространены на постановки, в которых наряду с оптимизацией маршрутов и трасс, требуется оптимизировать точку старта, включая постановки, где требуется возврат в упомянутую точку. Была предложена схема независимых вычислений слоев функции Беллмана, определившая общий и теоретически обоснованный подход к построению параллельных алгоритмов и их реализации на МВС и многоядерных ПЭВМ. Данный прием позволил существенно продвинуться в увеличении размерности задач, допускающих оптимальное решение с применением МВС (см. Ченцов А.Г. Одна параллельная процедура построения функции Беллмана в обобщенной задаче курьера с внутренними работами. Автоматика и Телемеханика. 2012, № 3, С. 134-149, Ченцов А.Г., Григорьев А.М. Динамическое программирование в задаче маршрутизации: схема независимых вычислений. Мехатроника, Автоматизация, Управление. 2016. № 12. С. 834-846). На основы общих положений были построены алгоритмы решения прикладных задач, связанных с листовой резкой на машинах с ЧПУ (Ченцов А.Г., Ченцов П.А. Маршрутизация в условиях комплекса разнообразных ограничений, порождаемых требованиями технологического характера. Автоматика и Телемеханика. 2016, № 11, С. 96-117) в условиях комплекса разнообразных ограничений, порождаемых требованиями технологического характера.

В целом, можно отметить, что научный коллектив подготовлен к решению заявленных задач в полной мере, имеет в своём составе специалистов высокого класса в области математики, информатики и инженерии, и способен решить все задачи проекта в заявленные сроки

4.2.2. Публикации (не более 15) участников коллектива, включая руководителя коллектива, наиболее близко относящиеся к проекту за последние 5 лет (для каждой публикации, при наличии, указать ссылку в сети Интернет для доступа эксперта к аннотации или полному тексту публикации) 1. Petunin, A. A., Chentsov, A. G., & Chentsov, P. A.(2019).Optimizing Insertions in a Constraint Routing Problem with Complicated Cost Functions. Journal of Computer and Systems Sciences International, 58(1), 113-125. https://doi.org/10.1134/S106423071901012X

2. Khachay, M., & Ogorodnikov, Y. (2019). Improved polynomial time approximation scheme for capacitated vehicle routing problem with time windows. В Y. Kochetov, M. Khachay, Y. Evtushenko, V. Malkova, M. Posypkin, & M. Jacimovic (Ред.), Optimization and Applications - 9th International Conference, OPTIMA 2018, Revised Selected Papers (стр. 155-169). (Communications in Computer and Information Science; Том 974). Springer Verlag. https://doi.org/10.1007/978-3-030-10934-9\_12

3. Khachay, M., & Neznakhina, K. (2019). Pseudo-pyramidal tours and efficient solvability of the euclidean generalized traveling salesman problem in grid clusters. В P. M. Pardalos, R. Battiti, M. Brunato, & I. Kotsireas (Ред.), Learning and Intelligent Optimization - 12th International Conference, LION 12, Revised Selected Papers (стр. 441-446). (Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics); Том 11353 LNCS). Springer Verlag. https://doi.org/10.1007/978-3-030-05348-2\_38

4. Chentsov, A. G., Chentsov, P. A., Petunin, A. A., & Sesekin, A. N. (2018). Model of megalopolises in the tool path optimisation for CNC plate cutting machines. International Journal of Production Research, 56(14), 4819-4830. https://doi.org/10.1080/00207543.2017.1421784

5. Chentsov, A. A., & Chentsov, A. G. (2018). A Discrete–Continuous Routing Problem with Precedence Constraints. Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, 300, 56-71. https://doi.org/10.1134/S0081543818020074

6. Chentsov, A. G., & Chentsov, P. A. (2018). Optimization of the start point in the GTSP with the precedence conditions. Bulletin of the South Ural State University, Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software, 11(2), 83-95. https://doi.org/10.14529/mmp180207

7. Chentsov, A. G., Grigoryev, A. M., & Chentsov, A. A. (2018). Solving a routing problem with the aid of an independent computations scheme. Bulletin of the South Ural State University, Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software, 11(1), 60-74. https://doi.org/10.14529/mmp180106

8. Klimenko, Anna & Gorelova, Galina & Korobkin, Vladimir & Bibilo, Petr. (2018). The Cognitive Approach to the Coverage-Directed Test Generation. Advances in Intelligent Systems and Computing. 662. 372-380. 10.1007/978-3-319-67621-0\_34

9. Petunin, A. A., Chentsov, A. G., & Chentsov, P. A. (2017). About routing in the sheet cutting. Bulletin of the South Ural State University, Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software, 10(3), 25-39. https://doi.org/10.14529/mmp170303

10. Petunin, A. A., Chentsov, A. A., Chentsov, A. G., & Chentsov, P. A. (2017). Elements of Dynamic Programming in Local Improvement Constructions for Heuristic Solutions of Routing Problems with Constraints. Automation and Remote Control, 78(4), 666-681. https://doi.org/10.1134/S0005117917040087

11. Chentsov, A. G., Grigoryev, A. M., & Chentsov, A. A. (2017). ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ МАРШРУТИЗАЦИИ, МОДЕЛИРУЮЩЕЙ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ В РАДИАЦИОННЫХ ПОЛЯХ. Vestnik Udmurtskogo Universiteta: Matematika, Mekhanika, Komp'yuternye Nauki, 27(4), 540-557. https://doi.org/10.20537/vm170405

12. Kartak, V. M., Marchenko, A. A., Petunin, A. A., Sesekin, A. N., & Fabarisova, A. I. (2017). Optimal and heuristic algorithms of planning of low-rise residential buildings. В Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences: 9th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences, AMiTaNS 2017 (Том 1895). [110002] American Institute of Physics Inc.. https://doi.org/10.1063/1.5007408

13. Petunin, A. A., & Stlios, C. (2016). Optimization Models of Tool Path Problem for CNC Sheet Metal Cutting Machines. Ifac papersonline, 49(12), 23-28. https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.544

14. Petunin, A. A., Polishuk, E. G., Chentsov, A. G., Chentsov, P. A., & Ukolov, S. S. (2016). About some types of constraints in problems of routing. В Pasheva, N. Popivanov, & G. Venkov (Ред.), APPLICATIONS OF MATHEMATICS IN ENGINEERING AND ECONOMICS (AMEE'16) (Том 1789). [060002] (AIP Conference Proceedings; Том 1789). American Institute of Physics Publising LLC. https://doi.org/10.1063/1.4968494

15. Chentsov, A. G., Khachai, M. Y., & Khachai, D. M. (2016). An exact algorithm with linear complexity for a problem of visiting megalopolises. Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, 295, 38-46. https://doi.org/10.1134/S0081543816090054