BALKAN OLYMPIAI
IN INFORMATICS

Udine, 27 September 2025

popswap • RO

PopSwap (popswap)

Pentru un întreg dat N, S_N este mulțimea tuturor permutărilor lui (0,...,N-1). Mai departe, E_N este mulțimea tuturor perechilor ordonate (p,q) unde:

- p și q sunt elemente din S_N ;
- p și q pot fi obținute unul din celălalt prin interschimbarea a două elemente adiacente.

Observați că, dacă $(p,q) \in E_N$, atunci și $(q,p) \in E_N$.

Scopul tău este să atribui fiecărui element din S_N un număr natural unic din intervalul $[0, 2^{60})$, adică să produci o funcție injectivă \mathcal{L} (numită etichetare) de la mulțimea S_N la mulțimea numerelor naturale mai mici decât 2^{60} .

Calitatea unei etichetări este măsurată prin doi parametri care trebuie minimizati:

- $magnitudinea\ M(\mathcal{L})$, definită ca fiind cel mai mic număr natural k astfel încât $2^k > \mathcal{L}(p)$ pentru oricare p din S_N .
- apropierea, definită ca:

$$C(\mathcal{L}) = \sum_{(u,v) \in E_N} \operatorname{popcount}(\mathcal{L}(u) \oplus \mathcal{L}(v)).$$

unde \oplus este operația de sau-exclusiv pe biți, iar popcount(x) este numărul de biți setați în reprezentarea binară a lui x.

Sarcina ta este să găsești o etichetare \mathcal{L} care obține valori mici atât pentru $M(\mathcal{L})$, cât și pentru $C(\mathcal{L})$. A se observa că nu este necesar ca soluția să fie optimă.

Implementare

Aceasta este o problemă de tip **output-only**. Trebuie să trimiți un fișier de ieșire separat pentru fiecare fișier de intrare. Fișierele de intrare și ieșire trebuie să respecte formatul de mai jos.

Formatul de intrare

Fișierele de intrare constau într-o singură linie ce conține un întreg N și indicele G al testului.

Formatul de ieșire

Fișierele de ieșire trebuie să conțină N! linii, a i-a dintre ele conținând eticheta celei de-a i-a permutări în ordine lexicografică.¹

Punctaj

Această problemă are exact 2 teste: input000.txt și input001.txt, pentru ambele N=10.

Scorul soluției tale pe fiecare caz de test este determinat ca $S_M(\mathcal{L}) \times S_C(\mathcal{L})$, unde $S_C(\mathcal{L})$ și $S_M(\mathcal{L})$ sunt funcții ale etichetării \mathcal{L} furnizate.

- $S_M(\mathcal{L})$ este diferit pentru fiecare test, conform tabelelor de mai jos. Între valorile specificate în tabele, S_M variază liniar.

O soluție cu format greșit va obține zero puncte.

popswap Pagina $1 \dim 2$

¹Formal, date fiind două permutări $p \neq q$, spunem că p este lexicografic mai mică decât q dacă și numai dacă $p_k < q_k$, unde k este cel mai mic indice pentru care $p_k \neq q_k$.

input000.txt		input001.txt	
$M(\mathcal{L})$	$S_M(\mathcal{L})$	$M(\mathcal{L})$	$S_M(\mathcal{L})$
> 60	0	> 25	0
60	6	25	0
≤ 25	60	≤ 22	40

Scorul total pentru problemă este suma scorurilor obținute pe fiecare caz de test.

Exemple de intrare/ieșire

input	output
3 -1	32
	16
	8
	4
	2
	1

Explicație

Observați că **primul exemplu** nu este un test oficial, deoarece $N \neq 10$ și $G \notin \{0, 1\}$. Ieșirea exemplu reprezintă următoarea etichetare:

$$\mathcal{L}(p) = \begin{cases} 32 \text{ dacă } p = (0,1,2) \\ 16 \text{ dacă } p = (0,2,1) \\ 8 \text{ dacă } p = (1,0,2) \\ 4 \text{ dacă } p = (1,2,0) \\ 2 \text{ dacă } p = (2,0,1) \\ 1 \text{ dacă } p = (2,1,0) \end{cases}$$

Deoarece $2^5 \not\geqslant 32$ dar $2^6 > 32$, magnitudinea etichetării este $M(\mathcal{L}) = 6$. Deoarece există $3! \cdot (3-1) = 12$ elemente în E_3 și popcount $(\mathcal{L}(p), \mathcal{L}(q)) = 2$ pentru orice $p, q \in S_N$, apropierea etichetării este $C(\mathcal{L}) = 12 \cdot 2 = 24$.

Pagina 2 din 2