PopSwap (popswap)

Für eine gegebene Ganzzahl N definiert Stofl S_N als die Menge aller Permutationen von $(0, ..., N-1)$. Weiter definiert er E_N als die Menge aller geordneten Paare (p, q), für die gilt:

- p und q sind Elemente von S_N;
- p und q können voneinander erhalten werden, indem zwei benachbarte Elemente getauscht werden.

Bemerke, dass, wenn $(p, q) \in E_N$ ist, auch $(q, p) \in E_N$ ist.

Dein Ziel ist es, jedes Element von S_N mit einer einzigartigen natürlichen Zahl in $[0, 2^{60})$ zu beschriften. In anderen Worten: finde eine injektive Funktion[1] $\mathcal{L}$ (genannt eine *Beschriftung*) von S_N zu der Menge der natürlichen Zahlen, die kleiner als 2^{60} sind.

Die Qualität einer Beschriftung wird durch zwei Parameter gemessen, welche minimiert werden sollten:

- die *Grössenordnung* $M(\mathcal{L})$, welche von Stofl definiert ist als die kleinste natürliche Zahl k für die $2^k > \mathcal{L}(p)$ für alle Elemente p von S_N gilt.
- die *Nähe*, welche von Stofl definiert ist als:

$$C(\mathcal{L}) = \sum_{(u,v) \in E_N} \operatorname{popcount}(\mathcal{L}(u) \oplus \mathcal{L}(v)).$$

  wobei $\oplus$ das bitweise exklusive Oder und $\operatorname{popcount}(x)$ die Anzahl der Eins-Bits in der Binärdarstellung von x ist.

Deine Aufgabe ist es, eine Beschriftung $\mathcal{L}$ zu finden, die tiefe Werte für sowohl $M(\mathcal{L})$ als auch $C(\mathcal{L})$ erreicht. Bemerke, dass eine optimale Lösung nicht notwendig ist.

Implementierung

Bei dieser Aufgabe musst du nur die Ausgabe einreichen. Du musst eine separate Ausgabedatei für jede Eingabedatei einreichen. Eingabe und Ausgabe sollen dem folgenden Format entsprechen.

Eingabeformat

Die Eingabedateien bestehen aus einer einzelnen Zeile, die eine Ganzzahl N und den Index G der Eingabe enthalten.

Ausgabeformat

Die Ausgabedateien sollten aus $N!$ Zeilen bestehen, wobei die i-te Zeile die Beschriftung der i-ten Permutation in lexikografischer Reihenfolge ist.[2]

Punktevergabe

Diese Aufgabe hat genau 2 Testfälle: `input000.txt` und `input001.txt`, in beiden gilt $N = 10$.

Die Punktzahl für deine Lösung jedes Testfalles wird durch $S_M(\mathcal{L}) \times S_C(\mathcal{L})$ bestimmt, wobei $S_C(\mathcal{L})$ und $S_M(\mathcal{L})$ Funktionen deiner Ausgabebeschriftung $\mathcal{L}$ sind.

- $S_C(\mathcal{L}) = \left(\min(1, 36 \cdot 10^6 / C(\mathcal{L}))\right)^2$ für jede Eingabe.

[1] Eine Funktion ist nach Stofl injektiv, wenn es unterschiedliche Elemente zu unterschiedlichen Elementen abbildet.

[2] Für zwei gegebene Permutationen $p \neq q$ sagt Stofl, dass p lexikografischer kleiner als q ist, genau dann wenn $p_k < q_k$, wobei k der kleinste Index ist, sodass $p_k \neq q_k$.

- $S_M(\mathcal{L})$ ist unterschiedlich für jede Eingabe, gemäss der folgenden Tabellen. Zwischen den Werten, die in den Tabellen spezifiziert sind, verhält sich S_M linear.

Eine ungültige Ausgabe gibt keine Punkte.

`input000.txt`

$M(\mathcal{L})$	$S_M(\mathcal{L})$
> 60	0
60	6
≤ 25	60

`input001.txt`

$M(\mathcal{L})$	$S_M(\mathcal{L})$
> 25	0
25	0
≤ 22	40

Die Punktzahl für diese Aufgabe ist die Summe der Punktzahlen jedes Testfalls.

Beispiele

input	output

`3 -1`	`32`
	`16`
	`8`
	`4`
	`2`
	`1`

Erklärung

Bemerke, dass der **erste Beispielfall** kein offizieller Testfall ist, da $N \neq 10$ und $G \notin \{0, 1\}$.
Die Beispielausgabe repräsentiert die folgende Beschriftung:

$$\mathcal{L}(p) = \begin{cases} 32 & \text{falls } p = (0,1,2) \\ 8 & \text{falls } p = (1,0,2) \\ 16 & \text{falls } p = (0,2,1) \\ 4 & \text{falls } p = (1,2,0) \\ 2 & \text{falls } p = (2,0,1) \\ 1 & \text{falls } p = (2,1,0) \end{cases}$$

Da $2^5 \not> 32$ aber $2^6 > 32$ ist die Grössenordnung der Beschriftung $M(\mathcal{L}) = 6$.
Da es $3! \cdot (3-1) = 12$ Elemente in E_3 hat und da $\text{popcount}(\mathcal{L}(p), \mathcal{L}(q)) = 2$ für alle $p, q \in S_N$, ist die Nähe der Beschriftung $C(\mathcal{L}) = 12 \cdot 2 = 24$.